

# تصحیح الامتحان الوطني للباكالوريا الدورة العادية 2017

## شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب)

### الكيمياء

الجزء الأول : دراسة محلول مائي لحمض الميثانويك

1- تحديد  $pK_A$  للمزدوجة  $HCOOH_{(aq)}/HCOO^-_{(aq)}$

1-1 معادلة تفاعل المعايرة :



1-2 تحديد  $V_{BE}$  :

مبيانيا نجد  $V_{BE} = 20 \text{ mL}$ .

استنتاج التركيز  $C$  للمحلول (S) :

حسب علاقة التكافؤ :  $C \cdot V_A = C_B \cdot V_{BE}$  أي :

$$C = \frac{C_B \cdot V_{BE}}{V_A}$$

$$C = \frac{0,1 \times 20}{50} = 4 \cdot 10^{-2} \text{ mol} \cdot L^{-1} \quad \text{ت.ع.}$$

1-3 التحقق من قيمة  $p$  :

علاقة التخفيف :  $C_0 \cdot V_0 = C \cdot V_S$  أي :

$$\frac{C \cdot V_S}{V_0} = \frac{4 \cdot 10^{-2} \times 1}{2 \cdot 10^{-3}} = 20 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

النسبة المئوية الكتلية :  $p = \frac{m_A}{m_S}$  أي  $m_A = p \cdot m_S$  حيث  $m_A$  كتلة الحمض الموجودة في المحلول ذي الكتلة  $m_S$  و

الحجم  $V_0$ .

الكتلة الحجمية و الكثافة :  $\rho_{sol} = \frac{m_S}{V_0}$  و  $d = \frac{\rho_{sol}}{\rho_{eau}}$  أي  $\rho_{sol} = d \cdot \rho_{eau} = \frac{m_S}{V_0}$

$$m_S = p \cdot d \cdot \rho_{eau} \cdot V_0 \quad \text{ومنه :}$$

$$C_0 = \frac{n_0}{V_0} = \frac{m_A}{M \cdot V_0} = \frac{p \cdot m_S}{M \cdot V_0} = \frac{p \cdot d \cdot \rho_{eau} \cdot V_0}{M \cdot V_0} = \frac{p \cdot d \cdot \rho_{eau}}{M}$$

$$p = \frac{C_0 \cdot M}{d \cdot \rho_{eau}} \Rightarrow p = \frac{20 \times 46}{1,15 \times 10^3} = 0,8 \Rightarrow p = 80\%$$

4.1- النوع المهيمن عند إضافة الحجم  $V_B = 16 \text{ mL}$  :

الجدول الوصفي :

معادل التفاعل		$HCOOH_{(aq)} + HO^-_{(aq)} \rightarrow HCOO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$			
الحالة	التقدم	كميات المادة بالمول			
البدئية	0	$C \cdot V_A$	$C_B \cdot V_B$	0	0

الوسيطة	$x$	$C \cdot V_A - x$	$C_B \cdot V_B - x$	$x$	$x$
النهائية	$x_f$	$C \cdot V_A - x_f$	$C_B \cdot V_B - x_f$	$x_f$	$x_f$

حسب الجدول الوصفي :

$$[HCOOH] = \frac{C \cdot V_A - x}{V_A + V_B} \quad ; \quad [HCOO^-] = \frac{x}{V_A + V_B}$$

$$C_B \cdot V_B - x = [HO^-] \cdot (V_A + V_B) \Leftrightarrow [HO^-] = \frac{C_B \cdot V_B - x}{V_A + V_B}$$

$$x = C_B \cdot V_B - [HO^-] \cdot (V_A + V_B)$$

$$K_e = [HO^-] \cdot [H_3O^+] \Rightarrow [HO^-] = \frac{K_e}{[H_3O^+]} = \frac{K_e}{10^{-pH}} = K_e \cdot 10^{pH}$$

$$x = C_B \cdot V_B - K_e \cdot 10^{pH} \cdot (V_A + V_B)$$

مبيانيا عند الحجم  $V_B = 16 \text{ mL}$  نجد :  $pH = 4,4$  (أنظر المنحنى أعلاه)

$$x = 0,1 \times 50 \cdot 10^{-3} - 10^{-14} \times 10^{4,4} \times (50 + 16) \cdot 10^{-3} = 1,6 \cdot 10^{-3} \text{ mol}$$

$$\frac{[HCOO^-]}{[HCOOH]} = \frac{x}{C \cdot V_A - x} = \frac{1,6 \cdot 10^{-3}}{4 \cdot 10^{-2} \times 50 \times 10^{-3} - 1,6 \cdot 10^{-3}} = 4 > 1$$

بما ان  $[HCOO^-] > [HCOOH]$  فإن النوع المهيمن هو القاعدة  $HCOO^-$ .

حسب تعريف  $pK_A$  :

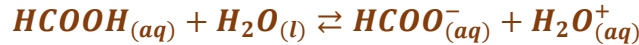
$$pK_A = pH + \log \frac{[HCOO^-]}{[HCOOH]}$$

$$pH = pK_A - \log \frac{[HCOO^-]}{[HCOOH]}$$

$$pK_A = 4,4 - \log 4 \Rightarrow pK_A \approx 3,8$$

## 2- تحديد $pK_A$

2-1- معادلة التفاعل بين حمض الميثانويك و الماء :



2.2- تعبير التقدم النهائي :

الجدول الوصفي :

معادل التفاعل		$HCOOH_{(aq)} + H_2O_{(l)} \rightleftharpoons HCOO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$			
الحالة	التقدم	كميات المادة بالمول			
البدئية	<b>0</b>	$C \cdot V_1$	وفير	<b>0</b>	<b>0</b>
الوسيطة	$x$	$C \cdot V_1 - x$	وفير	$x$	$x$
النهائية	$x_f$	$C \cdot V_1 - x_f$	وفير	$x_f$	$x_f$

حسب تعريف الموصلية :  $\sigma = \lambda_{H_3O^+} \cdot [H_3O^+] + \lambda_{HCOO^-} \cdot [HCOO^-]$

حسب الجدول الوصفي :  $n_f(H_3O^+) = n_f(HCOO^-) = x_f$

$$[H_3O^+]_f = [HCOO^-]_f = \frac{x_f}{V_1}$$

$$\sigma = [H_3O^+]_f(\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{HCOO^-}) \quad \text{إذن :}$$

$$[H_3O^+]_f = \frac{\sigma}{\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{HCOO^-}}$$

$$x_f = \frac{\sigma \cdot V_1}{\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{HCOO^-}}$$

2-3- إثبات قيمة نسبة التقدم النهائي :

$$\tau = \frac{x_f}{x_{max}}$$

الماء مستعمل بوفرة إذن المتفاعل المحد هو الحمض  $x_{max} = C \cdot V_1$  أي :  $C \cdot V_1 - x_{max} = 0$

$$\tau = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{\frac{\sigma \cdot V_1}{\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{HCOO^-}}}{C \cdot V_1} = \frac{\sigma}{C \cdot (\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{HCOO^-})}$$

$$\tau = \frac{0,1}{(3,5 \cdot 10^{-2} + 5,46 \cdot 10^{-3}) \times 4 \cdot 10^{-2} \times 10^3} = 6,18 \cdot 10^{-2} \quad \text{ت.ع.}$$

تحويل التركيز المولي :  $C = 4,2 \cdot 10^{-2} \text{ mol. L}^{-1} = 4,2 \cdot 10^{-2} \times 10^3 \text{ mol. m}^{-3}$

$$\tau \approx 6,2\%$$

2-4- تعبير  $pK_A$  بدلالة  $C$  و  $\tau$  :

$$K_A = \frac{[H_3O^+]_f \cdot [HCOO^-]_f}{[HCOOH]_f}$$

$$\begin{cases} [H_3O^+]_f = [HCOO^-]_f = \frac{x_f}{V_1} \\ [HCOOH]_f = \frac{C \cdot V_1 - x_f}{V_1} = C - \frac{x_f}{V_1} = C - [H_3O^+]_f \end{cases}$$

$$\tau = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{[H_3O^+]_f \cdot V_1}{C \cdot V_1} = \frac{[H_3O^+]_f}{C} \Rightarrow [H_3O^+]_f = C \cdot \tau$$

$$K_A = \frac{[H_3O^+]_f \cdot [H_3O^+]_f}{C - [H_3O^+]_f} = \frac{[H_3O^+]_f^2}{C - [H_3O^+]_f} = \frac{(C \cdot \tau)^2}{C - C \cdot \tau} = \frac{C \cdot \tau^2}{1 - \tau}$$

$$pK_A = -\log \frac{C \cdot \tau^2}{1 - \tau}$$

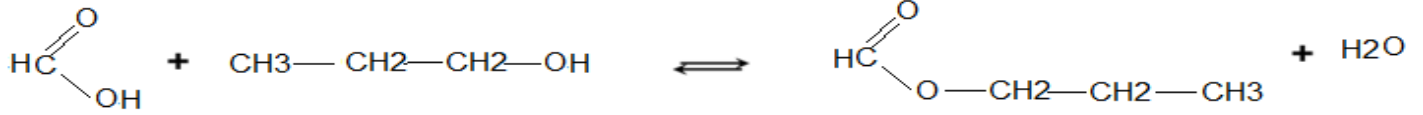
$$pK_A = -\log \frac{4 \cdot 10^{-2} \times (6,2 \cdot 10^{-2})^2}{1 - 6,18 \cdot 10^{-2}} = 3,78 \Rightarrow pK_A \approx 3,8$$

الجزء الثاني :

1- الإقتراح الصحيح :

ب- يتناقص زمن نصف التفاعل عند استعمال حفاز.

2- كتابة معادلة التفاعل باستعمال الصيغ نصف المنشورة :



اسم الناتج هو ميثانوات البروبيل .

3- تحديد مردود التفاعل عند اللحظة  $t_1$  :

معادل التفاعل		$\text{HCOOH} + \text{C}_3\text{H}_7\text{OH} \rightleftharpoons \text{HCOC}_3\text{H}_7 + \text{H}_2\text{O}$			
الحالة	التقدم	كميات المادة بالمول			
البدئية	0	0,2	0,2	0	0
عند اللحظة $t_1$	$x$	$0,2 - x$	$0,2 - x$	$x$	$x$
النهائية	$x_f$	$0,2 - x_f$	$0,2 - x_f$	$x_f$	$x_f$

$$r = \frac{n_{\text{exp(ester)}}}{n_{\text{th(ester)}}} = \frac{x}{x_{\text{max}}} \quad \text{لدينا :}$$

$$x_{\text{max}} = 0,2 \text{ mol} \quad \text{الخليط متساوي المولات :} \quad 0,2 - x_{\text{max}} = 0 \quad \text{أي :}$$

كمية ماد الحمض المتبقي عند اللحظة  $t_1$  :

$$\begin{cases} n_A = 0,2 - x \\ n_A = \frac{m}{M} \end{cases} \Rightarrow \frac{m}{M} = 0,2 - x \Rightarrow x = 0,2 - \frac{m}{M}$$

$$x = 0,2 - \frac{6,9}{46}$$

$$x = 0,05 \text{ mol}$$

$$r' = \frac{x}{x_{\text{max}}} = \frac{0,05}{0,2} = 0,025 \Rightarrow r' = 25\% \quad \text{مردود التفاعل عند هذه اللحظة :}$$

نلاحظ ان :  $r' < r = 67\%$  إذن التوازن الكيميائي للمجموعة المتفاعلة لم يتحقق بعد عند هذه اللحظة.

## الموجات

### 1- حيود الضوء الأحادي اللون

1-1- الإقتراح الصحيح هو :

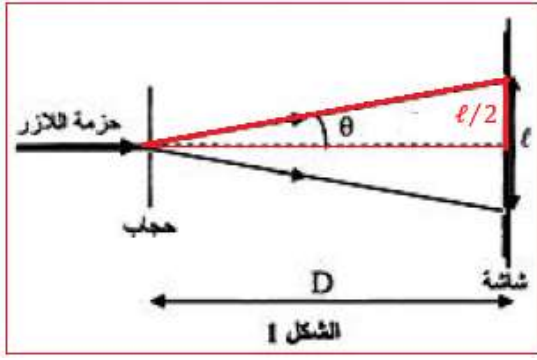
$$\text{ج- تردد الضوء المنبعث من جهاز اللازر He - Ne هو } \nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8}{633 \cdot 10^{-9}} = 4,394 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

1-2- إثبات العلاقة بين  $a$  بدلالة  $D$  و  $\ell$  و  $\lambda$  :

$$\theta = \frac{\lambda}{a} \quad \text{لدينا :}$$

حسب الشكل :

$$\tan \theta = \frac{\frac{\lambda}{2}}{D} = \frac{\ell}{2D}$$



بما ان  $\theta$  صغيرة فإن :  $\tan\theta \approx \theta$

$$\begin{cases} \theta = \frac{\lambda}{a} \\ \theta = \frac{\ell}{2D} \end{cases} \Rightarrow \frac{\ell}{2D} = \frac{\lambda}{a} \Rightarrow a = \frac{2\lambda D}{\ell}$$

حساب  $a$  :

$$a = \frac{2 \times 633.10^{-9} \times 1,5}{3,4.10^{-2}} = 5,58.10^{-5} \text{ m}$$

$$a = 55,8 \mu\text{m}$$

3-1- حساب الفرق الزاوي :

$$\theta = \frac{\lambda}{a} = \frac{633.10^{-9}}{55,8.10^{-6}} \Rightarrow \theta = 1,13.10^{-2} \text{ rad}$$

حساب عرض البقعة المركزية :

$$\theta = \frac{\ell'}{2D'} \Rightarrow \ell' = 2D'.\theta$$

$$\ell' = 2 \times 3 \times 1,13.10^{-2} = 6,78.110^{-2} \text{ m}$$

$$\ell' \approx 6,8 \text{ cm}$$

يمكن استعمال العلاقة :

$$\begin{cases} \theta = \frac{\ell}{2D} \\ \theta = \frac{\ell'}{2D'} \end{cases} \Rightarrow \frac{\ell'}{2D'} = \frac{\ell}{2D} \Rightarrow \ell' = \frac{2D.\ell}{D'} = 2\ell \Rightarrow \ell' = 6,8 \text{ cm}$$

2- دراسة الإشعاع الضوئي المنبعث من جهاز الازر He - Ne

1-2- طاقة الفوتون :

$$E = h.\nu \Rightarrow E = 6,63.10^{-34} \times 4,74.10^{14} = 3,143.10^{-19} \text{ J}$$

$$E = \frac{3,143.10^{-19}}{1,6022.10^{-19}} \Rightarrow E = 1,96 \text{ eV}$$

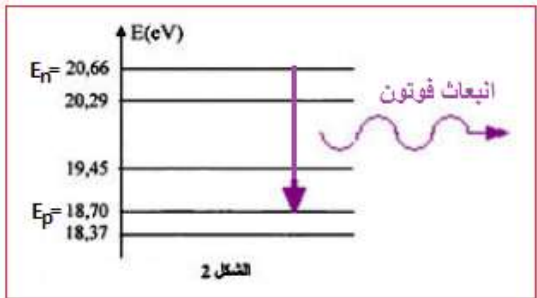
2.2- تحديد  $E_n$  و  $E_p$  :

$$E = E_n - E_p \quad \text{لدينا}$$

$$E = 1,96 \text{ eV}$$

$$20,66 - 18,70 = 1,96 \text{ eV}$$

$$\begin{cases} E_n = 20,66 \text{ eV} \\ E_p = 18,70 \text{ eV} \end{cases}$$



## الكهرباء

### 1- شحن المكثف

1-1- التحقق من سعة المكثف :

معادلة المنحنى  $q = f(u_{AB})$  الخطي تكتب :  $q = C \cdot u_{AB}$  مع  $C$  المعامل الموجه:

$$C = \frac{\Delta q}{\Delta u_{AB}} = \frac{0,04 \cdot 10^{-6} - 0}{2 - 0} = 20 \cdot 10^{-9} F$$

$$C = 20 \text{ nF}$$

1-2- المدة التي يأخذ فيها التوتر القيمة  $u_{AB} = 6V$  :

لدينا :

$$\begin{cases} q = I_0 \cdot \Delta t \\ q = C \cdot u_{AB} \end{cases} \Rightarrow C \cdot u_{AB} = I_0 \cdot \Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{C \cdot u_{AB}}{I_0} \Rightarrow \Delta t = \frac{20 \cdot 10^{-9} \times 6}{0,1 \times 10^{-6}} \Rightarrow \Delta t = 1,2 \text{ s}$$

1-3-1- المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر  $u_{AB}(t)$  :

$$u_{AB} + u_R = 0$$

حسب قانون إضافية التوترات :

$$i = \frac{dq}{dt} \quad \text{مع } u_R = R \cdot i$$

حسب قانون أوم :

$$\frac{d(C \cdot u_{AB})}{dt} = C \cdot \frac{du_{AB}}{dt}$$

$$\frac{du_{AB}}{dt} + R \cdot C \cdot \frac{du_{AB}}{dt} + u_{AB} = 0$$

المعادلة التفاضلية تكتب :

$$\frac{1}{R \cdot C} \cdot u_{AB} = 0$$

2-3-3- قيمة  $U_0$  و  $R$  :

حل المعادلة التفاضلية يكتب :  $u_{AB}(t) = U_0 \cdot e^{-\alpha t}$  أي :  $\frac{du_{AB}}{dt} = -\alpha \cdot U_0 \cdot e^{-\alpha t}$  نعوض في الحل:

$$-\alpha \cdot U_0 \cdot e^{-\alpha t} + \frac{1}{R \cdot C} \cdot U_0 \cdot e^{-\alpha t} = 0$$

$$U_0 \cdot e^{-\alpha t} \left( -\alpha + \frac{1}{R \cdot C} \right) = 0$$

لكي تتحقق هذه المعادلة مهما كانت قيمة  $t$  يجب ان يكون :  $-\alpha + \frac{1}{R \cdot C} = 0$

$$\alpha = \frac{1}{R \cdot C}$$

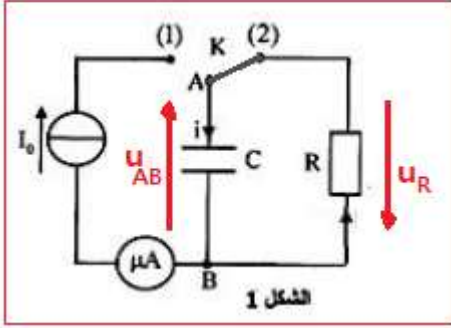
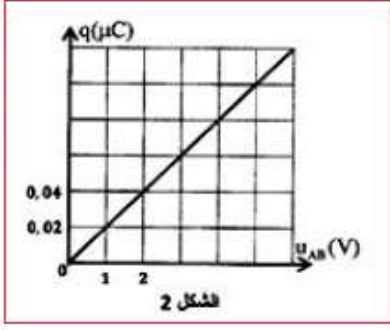
$$u_{AB}(t) = U_0 \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}}$$

نستنتج تعبير  $u_{AB}$  :

$$\ln(u_{AB}) = \ln(U_0 \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}}) = \ln U_0 - \frac{t}{R \cdot C}$$

عند اللحظة  $t = 0$  مبيانيا نجد :  $\ln(u_{AB}) = 2,5$

$$U_0 = e^{2,5} = 12,18 V \Rightarrow U_0 \approx 12,2 V \quad \text{أي } \ln(u_{AB}) = \ln U_0 \quad \text{أي } U_0 = e^{\ln(u_{AB})}$$



نحدد المعامل الموجه للمنحنى

$$\frac{-1}{R.C} = \frac{\Delta \ln(u_{AB})}{\Delta t} = \frac{2,5 - 0}{0 - 5.10^{-5}} = -5.10^4 \text{ s}^{-1}$$

$$\frac{-1}{R.C} = -5.10^4 \Rightarrow R = \frac{1}{5.10^4.C}$$

$$R = \frac{1}{5.10^4 \times 20.0^{-9}} = 1000\Omega \Rightarrow R = 1k\Omega$$

1-3-3- تحديد  $t_1$  :

لدينا :

$$E_e = \frac{1}{2} C. u_{AB}^2 = \frac{1}{2} C. (U_0. e^{-\frac{t}{RC}})^2 = \frac{1}{2} C. U_0^2. e^{-\frac{2t}{RC}}$$

الطاقة القصوية تكون عند  $t = 0$  :

$$E_{e \max} = \frac{1}{2} C. U_0^2 \Rightarrow E_e = \frac{1}{2} C. U_0^2. e^{-\frac{2t}{RC}} = E_{e \max}. e^{-\frac{2t}{RC}}$$

عند اللحظة  $t_1$  يكون :

$$E_e(t_1) = 37\% E_{e \max} = 0,37 E_{e \max}$$

$$E_{e \max}. e^{-\frac{2t_1}{RC}} = 0,37 E_{e \max}$$

$$-\frac{2t_1}{RC} = \ln(0,37)$$

$$t_1 = -\frac{1}{2} R.C. \ln(0,37) = -\frac{1}{2} \times 1.10^3 \times 20.10^{-9} \times \ln(0,37) = 9,94.10^{-6} \text{ s}$$

$$t_1 \approx 10 \mu\text{s}$$

## 2-تفريغ المكثف

2-1- إثبات العلاقة التي يحققها التوتر  $u_{R_0}(t)$  :

حسب قانون إضافية التوترات:

$$u_C + u_L + u_{R_0} = 0$$

حسب قانون أوم :  $u_{R_0} = R_0. i$  و  $u_L = L. \frac{di}{dt} + r. i$

$$L. \frac{di}{dt} + r. i + R_0. i + u_C = 0 \Rightarrow L. \frac{di}{dt} + (R_0 + r). i + \frac{q}{C} = 0$$

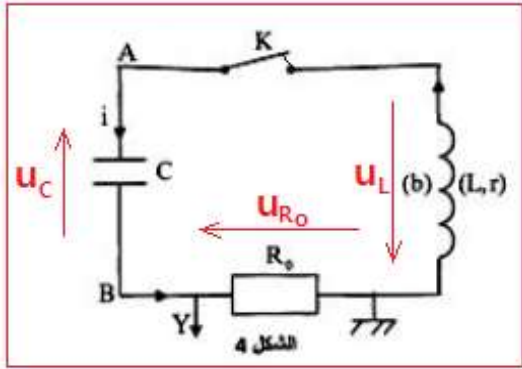
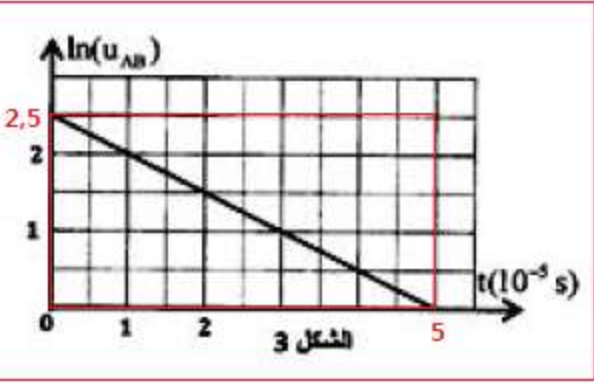
الاشتقاق يعطي :

$$L. \frac{d^2 i}{dt^2} + (R_0 + r). \frac{di}{dt} + \frac{1}{C}. \frac{dq}{dt} = 0$$

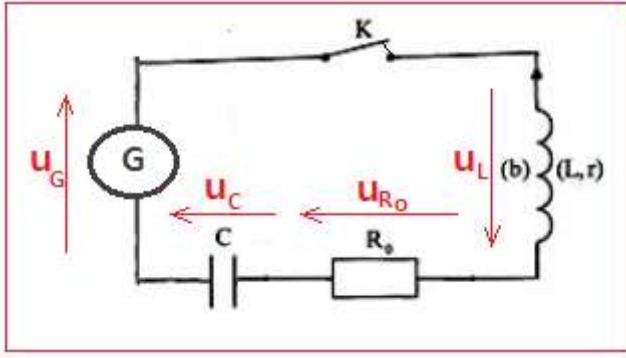
نضرب المتساوية في  $i$  و نعوض  $R_0. i$  ب  $U_{R_0}$

$$L. \frac{d^2 U_{R_0}}{dt^2} + (R_0 + r). \frac{dU_{R_0}}{dt} + \frac{1}{C}. U_{R_0} = 0$$

$$\frac{d^2 U_{R_0}}{dt^2} + \frac{(R_0 + r)}{L}. \frac{dU_{R_0}}{dt} + \frac{1}{L.C}. U_{R_0} = 0$$



### 2-2-1- تحديد قيمة $r$ :



قانون إضافية التوترات :  $u_G = u_C + u_L + u_{R_0}$

$$L \frac{di}{dt} + (R_0 + r).i + u_C = k.i$$

$$L.C \frac{d^2 u_C}{dt^2} + (R_0 + r - k).C \frac{du_C}{dt} + u_C = 0$$

للحصول على تذبذبات كهربية جيبية يجب ان يكون :

$$R_0 + r - k = 0 \Rightarrow r = k - R_0 = 20 - 12$$

$$r = 8 \Omega$$

### 2-2-2- معامل التحريض $L$ :

تعبير الدور الخاص :  $T_0 = 2\pi\sqrt{L.C}$

الطاقة المغناطيسية  $E_m$  دورية دورها  $T$  حيث :  $T_0 = 2T$

$$2T = 2\pi\sqrt{L.C} \Rightarrow T^2 = \pi^2 L.C$$

مبيانيا قيمة الدور هي :

$$t = 0,25 \text{ ms} = 2,5 \cdot 10^{-4} \text{ s}$$

$$L = \frac{T^2}{\pi^2.C} \Rightarrow L = \frac{(2,5 \cdot 10^{-4})^2}{10 \times 20 \cdot 10^{-9}} = 0,3125 \text{ H}$$

$$L = 312,5 \text{ mH}$$

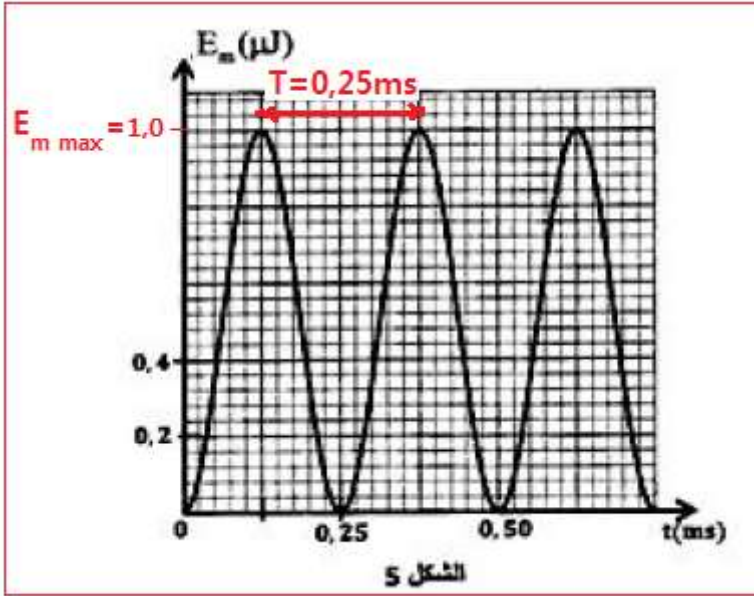
حساب  $U_{C \max}$  :

بما ان الطاقة الكلية للدائرة تنخفض نكتب :

$$E_T = E_{e \max} = E_{m \max}$$

$$E_{m \max} = \frac{1}{2} C \cdot U_{C \max}^2$$

مبيانيا نجد :  $E_{m \max} = 2 \mu\text{J} = 2 \cdot 10^{-6} \text{ J}$



$$U_{C \max} = \sqrt{\frac{2E_{m \max}}{C}}$$

$$U_{C \max} = \sqrt{\frac{2 \times 2 \cdot 10^{-6}}{20 \cdot 10^{-9}}} \Rightarrow U_{C \max} = 10 \text{ V}$$

### 3- استقبال موجة كهرمغناطيسية

#### 3-1- الجواب الصحيح هو د

الموجة الكهرمغناطيسية التي يلتقطها هوائي مستقبل لها نفس التردد الموجة الناتجة عنها.



3-2- هل يمكن لدارة التوافق أن تلتقط موجة ذات تردد  $N_0 = 40 \text{ kHz}$  ؟

للجواب نحدد التردد الخاص للدارة  $L_0 \cdot C_0$  :

$$T_0 = \frac{1}{N} = 2\pi\sqrt{L_0 \cdot C_0} \quad \text{أي: } N = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_0 \cdot C_0}}$$

$$N = \frac{1}{2\sqrt{10} \times \sqrt{0,781 \cdot 10^{-3} \times 20 \times 10^{-9}}} = 40\,006 \text{ Hz} \Rightarrow N_0 = N = 40 \text{ kHz} \quad \text{ت.ع.}$$

إذن يمكن لدارة التوافق التقاط الموجة ذات التردد  $N_0 = 40 \text{ kHz}$  .

3-3- مجال قيم  $C_x$  ليكون كشف الغلاف جيد :

$$T_0 \ll R \cdot C_E < T_i$$

حيث  $C_E$  المقاومة المكافئة للمكثفان المركبان على التوازي نعبر عنها ب :  $C_E = C + C_x$

$$\frac{1}{N_0} \ll R \cdot (C + C_x) < \frac{1}{N_i} \Rightarrow \frac{1}{R \cdot N_0} \ll C + C_x < \frac{1}{R \cdot N_i}$$

$$\frac{1}{R \cdot N_0} - C \ll C_x < \frac{1}{R \cdot N_i} - C \Rightarrow \frac{1}{40 \cdot 10^3 \times 10^3} - 20 \cdot 10^{-9} \ll C_x < \frac{1}{4 \cdot 10^3 \times 10^3} - 20 \cdot 10^{-9}$$

$$5 \cdot 10^{-9} \ll C_x < 2,3 \cdot 10^{-7} \text{ F}$$

$$5 \text{ nF} \ll C_x < 230 \text{ nF}$$

## الميكانيك

الجزء الأول : دراسة حركة سقوط جسمين

1- دراسة سقوط جسم باحتكاك

1-1- إثبات المعادلة التفاضلية التي يحققها  $v_{Ay}$  :

المجموعة المدروسة {الجسم (A)}

جهد القوى (بعد إهمال دافعة أرخميدس) :

$$\vec{P} = m_A \cdot \vec{g} \quad \text{وزن الجسم (A)}$$

$$\vec{f} = -k \vec{v}_A \quad \text{قوة احتكاك المائع}$$

باعتبار المعلم  $R(O, \vec{i}, \vec{j})$  غاليليا نطبق القانون الثاني لنيوتن :

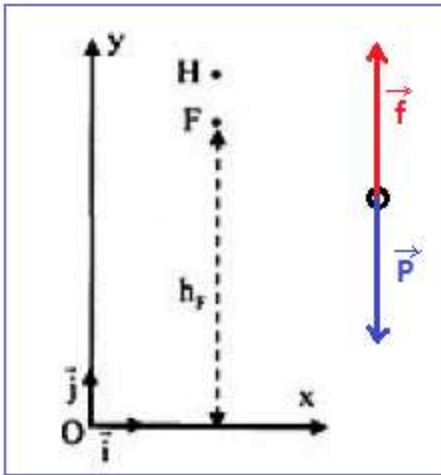
$$\sum \vec{F}_{ext} = m_A \cdot \vec{a}_A$$

$$\vec{P} + \vec{f} = m_A \cdot \frac{d\vec{v}_A}{dt}$$

$$m_A \cdot \vec{g} - k \vec{v}_A = m_A \cdot \frac{d\vec{v}_A}{dt}$$

الإسقاط على المحور  $(O, y)$  :

$$-m_A \cdot g - k v_{Ay} = m_A \cdot \frac{d v_{Ay}}{dt} \Rightarrow m_A \cdot \frac{d v_{Ay}}{dt} + k v_{Ay} + m_A \cdot g = 0$$



$$\frac{dV_{Ay}}{dt} + \frac{k}{m_A} \cdot V_{Ay} + g = 0$$

$$\frac{dV_{Ay}}{dt} + \frac{V_{Ay}}{\tau} + g = 0 \quad (1)$$

نضع :  $\tau = \frac{m_A}{k}$  نحصل على :

1-2- تحديد  $\tau$  :

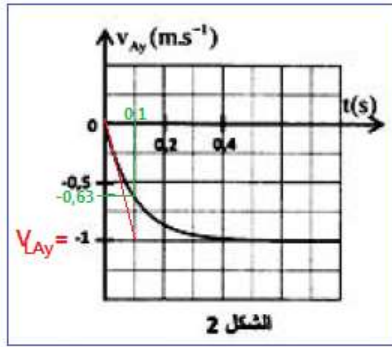
في النظام الدائم تكون السرعة ثابتة  $V_{LAy} = cte$  ومنه  $\frac{dV_{LAy}}{dt} = 0$  المعادلة التفاضلية (1) تكتب :

$$\frac{V_{LAy}}{\tau} + g = 0 \Rightarrow \frac{V_{LAy}}{\tau} = -g \Rightarrow \tau = -\frac{V_{LAy}}{g}$$

باستعمال مبيان الشكل 2 يساوي مقارب المنحنى السرعة الحدية  $V_{LAy} = -1 m \cdot s^{-1}$  ومنه :

$$\tau = -\frac{(-1)}{10} \Rightarrow \tau = 0,1 s$$

ملحوظة يمكن تحديد  $\tau$  مبيانيا وهو أفصول السرعة  $-0,63 m \cdot s^{-1} = (-1) \cdot 0,63$  نجد  $\tau = 0,1 s$ .



استنتاج  $k$  :

$$k = \frac{m_A}{\tau}$$

لدينا :  $\tau = \frac{m_A}{k}$  أي :

$$k = \frac{0,5}{0,1} \Rightarrow k = 5 kg \cdot s^{-1}$$

ت.ع :

1-3- تحديد السرعة  $V_{Ay}(t_i)$  باستعمال طريقة أولير :

$$\frac{dV_{Ay}}{dt} + \frac{V_{Ay}}{\tau} + g = 0 \Rightarrow a_{Ay} = -\frac{V_{Ay}}{\tau} - g$$

$$a_{i-1} = -\frac{V_{i-1}}{\tau} - g$$

$$\begin{cases} a_{i-1} = -\frac{V_{i-1}}{\tau} - g \Rightarrow \frac{V_{i-1}}{\tau} = -a_{i-1} - g \Rightarrow V_{i-1} = -\tau \cdot (a_{i-1} + g) \\ V_i = a_{i-1} \cdot \Delta t + V_{i-1} \end{cases} \Rightarrow$$

$$V_i = a_{i-1} \cdot \Delta t - \tau \cdot (a_{i-1} + g) \Rightarrow$$

$$V_i = -4,089 \times 0,01 - 0,1 \times (-4,089 + 10)$$

$$V_i = 0,632 m \cdot s^{-1}$$

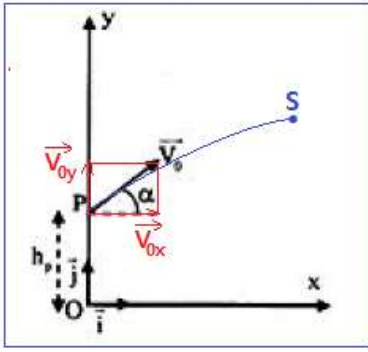
2- دراسة حركة قذيفة في مجال الثقالة

2-1- إثبات المعادلتان الزميتان  $x_B(t)$  و  $y_B(t)$  بدلالة  $\alpha$  و  $t$  :

المجموعة المدروسة {الجسم (B)}

جهد القوى :  $\vec{P}$  : وزن الجسم (B) :  $\vec{P} = m_B \cdot \vec{g}$

تطبيق القانون الثاني لنيوتن :



$$\sum \vec{F}_{ext} = m_B \cdot \vec{a}_B$$

$$m_B \cdot \vec{g} = m_B \cdot \vec{a}_B$$

$$\vec{g} = \vec{a}_B \quad (2)$$

الشروط البدئية :

$$\vec{OG} \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = h_p \end{cases} \quad \text{و} \quad \vec{V}_0 \begin{cases} V_{0x} = V_0 \cdot \cos\alpha \\ V_{0y} = V_0 \cdot \sin\alpha \end{cases}$$

اسقاط العلاقة المتجهية (2) على المحورين  $Ox$  و  $Oy$  :

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = \frac{dV_x}{dt} = 0 \\ a_y = \frac{dV_y}{dt} = -g \end{cases} \xrightarrow{\text{تكامل}} \vec{V} \begin{cases} V_x = V_{0x} \\ V_y = -g \cdot t + V_{0y} \end{cases}$$

$$\vec{V} \begin{cases} V_x = \frac{dx}{dt} = V_0 \cdot \cos\alpha \\ V_y = \frac{dy}{dt} = -g \cdot t + V_0 \cdot \sin\alpha \end{cases} \xrightarrow{\text{تكامل}} \begin{cases} x_B(t) = V_0 \cdot \cos\alpha \cdot t + x_0 \\ y_B(t) = -\frac{1}{2}g \cdot t^2 + V_0 \cdot \sin\alpha \cdot t + y_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_B(t) = 20 \cos\alpha \cdot t \\ y_B(t) = -5 \cdot t^2 + 20 \sin\alpha \cdot t + 1,8 \end{cases}$$

2-2- إحدائيي قيمة المسار  $x_S$  و  $y_S$  :

عند قمة المسار  $S$  تكون السرعة أفقية أي :  $V_y(S) = 0$  ومنه :  $-g \cdot t_S + V_0 \cdot \sin\alpha = 0$

$$t_S = \frac{V_0 \cdot \sin\alpha}{g}$$

نعوض في المعادلتان الزمئيتان نحصل على :

$$x_S(t_S) = V_0 \cdot \cos\alpha \cdot t_S = V_0 \cdot \cos\alpha \cdot \frac{V_0 \cdot \sin\alpha}{g} = \frac{V_0^2 2 \cos\alpha \cdot \sin\alpha}{2g} = \frac{V_0^2 \sin 2\alpha}{2g} = \frac{20^2}{2 \times 10} \cdot \sin 2\alpha$$

$$x_S = 20 \sin 2\alpha$$

$$y_S(t_S) = -\frac{1}{2}g \cdot t_S^2 + V_0 \cdot \sin\alpha \cdot t_S + h_p = -\frac{1}{2}g \cdot \left(\frac{V_0 \cdot \sin\alpha}{g}\right)^2 + V_0 \cdot \sin\alpha \cdot \frac{V_0 \cdot \sin\alpha}{g} + h_p$$

$$y_S(t_S) = -\frac{V_0^2 \cdot \sin^2\alpha}{2g} + \frac{V_0^2 \cdot \sin^2\alpha}{g} + h_p = \frac{V_0^2 \cdot \sin^2\alpha}{2g} + h_p = \frac{20^2}{2 \times 10} \cdot \sin^2\alpha + 1,8$$

$$y_S = 20 \sin^2\alpha + 1,8$$

3- تحديد الزاوية  $\alpha$  لكي يلتقي الجسمان في النقطة  $S$  :

يلتقي الجسمان  $(A)$  و  $(B)$  عندما يكون لهما نفس الأرتوب  $y_A = y_B = y_S$

انطلاقا من النقطة  $F$  تبقى حركة الجسم  $(A)$  مستقيمة منتظمة سرعته تساوي السرعة الحدية  $v_L = -1m \cdot s^{-1}$ . خلال

المدة  $t_S = \frac{V_0 \cdot \sin\alpha}{g}$  يقطع الجسم  $(A)$  المسافة  $d = h_F - y_S$  مع :  $d = v_L \cdot t_S$

$$-v_L \cdot t_S = h_F - y_S$$

$$v_L \cdot \frac{v_0 \cdot \sin \alpha}{g} = h_F - 20 \sin^2 \alpha - 1,8$$

$$20 \sin^2 \alpha - (-1) \times \frac{20}{10} \sin \alpha + 1,8 + 18,5 = 0$$

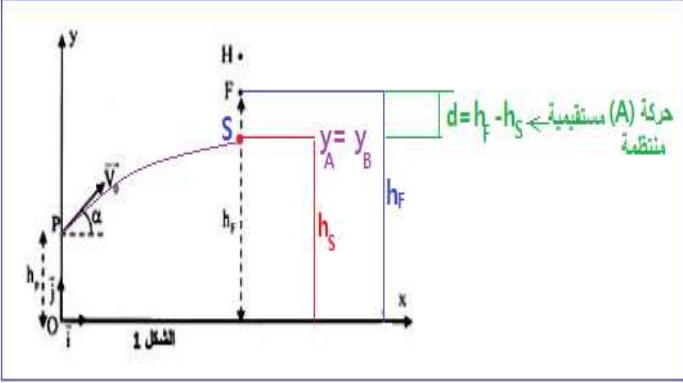
$$20 \sin^2 \alpha + 2 \sin \alpha - 16,7 = 0$$

$$\Delta = 2^2 - 4 \times 20 \times (-16,7) = 1340$$

$$\sin \alpha_1 = \frac{-2 - \sqrt{1340}}{2 \times 20} = -0,965 \rightarrow \alpha_1 < 0$$

$$\sin \alpha_2 = \frac{-2 + \sqrt{1340}}{2 \times 20} = 0,865 \rightarrow \alpha_2 = 59,88^\circ \Rightarrow \alpha_2 \approx 60^\circ$$

بما ان  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$  إذن الحل المقبول هو  $\alpha_2 = 60^\circ$



## الجزء الثاني : دراسة حركة نواس وازن

1- تعبير طاقة الوضع الثقالية للنواس :

$$E_{pp} = mgz + cte$$

بما ان الحالة المرجعية  $E_{pp} = 0$  تطابق المستوى الأفقي المار من  $z = 0$  ، فإن  $cte = 0$  ومنه :

$$E_{pp} = mgz$$

$$z = OG_0 - OH = \frac{L}{2} - \frac{L}{2} \cos \alpha = \frac{L}{2} (1 - \cos \alpha) \text{ مع}$$

$$E_{pp} = \frac{1}{2} mgL (1 - \cos \alpha)$$

باعتبار الزوايا الصغيرة لدينا :  $\cos \theta \approx 1 - \frac{\theta^2}{2}$

$$E_{pp} = \frac{1}{2} mgL \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\theta^2}{2} \right) \right] \Rightarrow E_{pp} = \frac{1}{4} mgL \cdot \theta^2$$

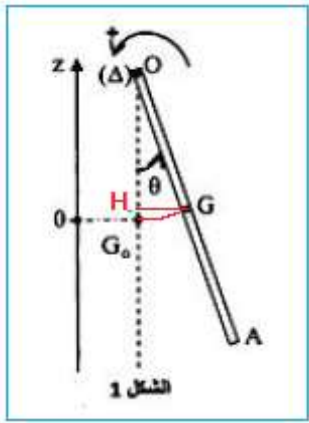
2- إثبات المعادلة التفاضلية :

$$E_m = E_c + E_{pp}$$

تعبير الطاقة الميكانيكية :

$$E_m = \frac{1}{2} J_{\Delta} \cdot \dot{\theta}^2 + \frac{1}{4} mgL \cdot \theta^2$$

بما ان الإحتكاكات مهمة فإن الطاقة الميكانيكية تنحفظ أي  $E_m = cte$  أي :  $\frac{dE_m}{dt} = 0$



$$\frac{dE_m}{dt} = J_{\Delta} \dot{\theta} \ddot{\theta} + \frac{1}{2} mgL \cdot \theta \dot{\theta} = 0$$

$$J_{\Delta} \ddot{\theta} + \frac{1}{2} mgL \cdot \theta = 0$$

$$\frac{1}{3} m \cdot L^2 \ddot{\theta} + \frac{1}{2} mgL \cdot \theta = 0$$

$$L \ddot{\theta} + \frac{3}{2} g \cdot \theta = 0$$

$$\frac{d^2 \theta}{dt^2} + \frac{3g}{2L} \theta = 0$$

3-1- تحديد  $g$  :

تعبير الدور الخاص للمتذبذب :  $T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{2L}{3g}}$  نعلم ان الدور الخاص يساوي ضعف الدور الطاقى :  $T_0 = 2T$  أي :

$$g = \frac{2\pi^2 L}{3T^2} \quad \text{وبالتالي} \quad T^2 = \pi^2 \frac{2L}{3g} \quad \text{ومنه} \quad 2T = 2\pi \sqrt{\frac{2L}{3g}}$$

مبياننا دور الطاقة الحركية هو  $T = 0,6 \text{ s}$

$$g = \frac{2 \times 10 \times 0,53}{3 \times (0,6)^2} \Rightarrow g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

3-2- قيمة الوسخ  $\theta_m$  :

$$E_m = E_{c \max} = E_{pp \max}$$

$$E_{c \max} = \frac{1}{4} mgL \cdot \theta_m^2$$

$$\theta_m = \sqrt{\frac{4E_{c \max}}{mgL}} \Rightarrow \theta_m = \sqrt{\frac{4 \times 9,10^{-3}}{0,1 \times 9,81 \times 0,53}} \Rightarrow \theta_m = 0,26 \text{ rad} = 15^\circ$$

3-3- تحديد  $\varphi$  :

$$\frac{d\theta}{dt} = \text{لدينا} \quad \theta = \theta_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} t + \varphi\right) \quad \text{الاشتقاق يعطى} : \quad -\frac{2\pi}{T_0} \theta_m \sin\left(\frac{2\pi}{T_0} t + \varphi\right)$$

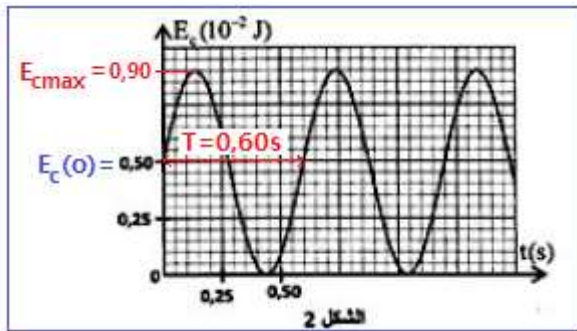
نعوض في الطاقة الحركية

$$E_c = \frac{1}{2} J_{\Delta} \cdot \dot{\theta}^2 = \frac{1}{6} m \cdot L^2 \left[ -\frac{2\pi}{T_0} \theta_m \sin\left(\frac{2\pi}{T_0} t + \varphi\right) \right]^2 = \left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 \frac{m \cdot L^2 \cdot \theta_m^2}{6} \sin^2\left(\frac{2\pi}{T_0} t + \varphi\right) =$$

$$\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 = \frac{3g}{2L}$$

$$E_c = \frac{3g}{2L} \cdot \frac{m \cdot L^2 \cdot \theta_m^2}{6} \sin^2\left(\frac{2\pi}{T_0} t + \varphi\right) = \frac{1}{4} m \cdot g \cdot L \cdot \theta_m^2 \sin^2\left(\frac{2\pi}{T_0} t + \varphi\right)$$

$$E_c(0) = \frac{1}{4} m \cdot g \cdot L \cdot \theta_m^2 \sin^2 \varphi$$



$$\sin\varphi = \pm \sqrt{\frac{4 \cdot E_c(0)}{m \cdot g \cdot L \cdot \theta_m^2}} = \pm \frac{2}{\theta_m} \sqrt{\frac{E_c(0)}{m \cdot g \cdot L}}$$

تتم الحركة في المنحى السالب إذن :

$$\left(\frac{d\theta}{dt}\right)_{t=0} = -\frac{2\pi}{T_0} \theta_m \sin\varphi < 0 \Rightarrow \sin\varphi > 0 \Rightarrow \varphi > 0$$

$$\sin\varphi = \frac{2}{\theta_m} \sqrt{\frac{E_c(0)}{m \cdot g \cdot L}} \Rightarrow \sin\varphi = \frac{2}{0,26} \sqrt{\frac{5 \cdot 10^{-3}}{0,1 \times 9,81 \times 0,53}} = 0,75$$

$$\varphi \simeq 0,848\text{rad} \simeq 48,6^\circ$$