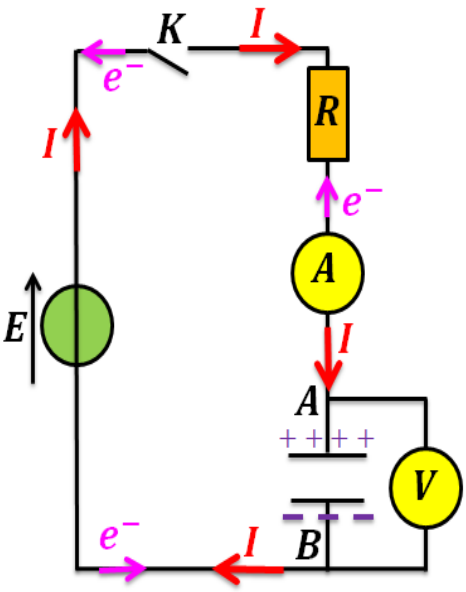
الثانية باكالوريا الفيزياء	# ثنائي القطب RC Le Dipôle RC	الجزء الثالث : الكهرباء الوحدة 1 6 س / 7 س

1- المكثف :

في سنة 1745م وفي مدينة لايد Leyde بهولندا اكتشف الفيزيائيان **كليست** **Von Kleist** و **موسشنبرك** **Petrus Van Musschenbrœk** **المكثف** الذي عرف **بقنينة لايد** و هو جهاز يمكن من جمع الشحن الكهربائية الساكنة ، لكن مبدأ اشتغال هذه المركبة لم يكتشف إلا سنة 1782م من طرف الفيزيائي الإيطالي **فولطا** **Volta** .

1-1- تعريف :

ننجز التركيب التجريبي التالي :



أ- عند غلق قاطع التيار ، كيف يتغير التوتر بين مربطي المكثف وشدة التيار المار في الدارة ؟

تتزايد قيمة التوتر بين مربطي المكثف لتصل إلى قيمة مستقرة تساوي E ، وتنخفض شدة التيار الكهربائي حتى تنعدم . نقول إن المكثف عند شحنه كليا يتصرف **كقاطع تيار مفتوح** .

ب- مثل على التركيب منحى التيار الكهربائي و منحى انتقال الإلكترونات

انظر الشكل .

ج- استنتج إشارتي q_A و q_B شحنتي اللبوسين A و B للمكثف .

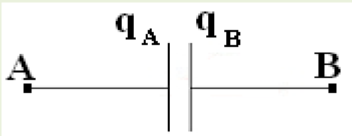
عند غلق قاطع التيار ، تتحرك الإلكترونات من اللبوس A نحو اللبوس B وتجد أمامها **عازلا استقطابيا** فتتراكم ، ويشحن اللبوس B بشحنة q_B **سالبة** $q_B < 0$ بينما يشحن اللبوس A بشحنة **موجبة** $q_A > 0$.

د- علما أن الشحنة الكهربائية تنحفظ ، ما العلاقة بين q_A و q_B عند كل لحظة ؟

بما أن الشحنة الكهربائية **تنحفظ** ، فإن $q_A + q_B = 0$ أي $q_A = -q_B$.

يتكون المكثف من موصلين كهربائيين متقابلين ، نسميهما لبوسين ، يفصل بينهما عازل استقطابي .

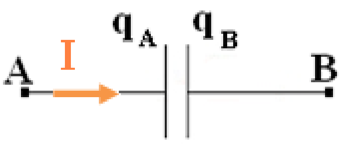
نسمي شحنة المكثف أو كمية الكهرباء q التي يتوفر عليها المكثف شحنة اللبوس الموجب للمكثف ، وحدتها هي الكولوم . نرمز للمكثف بـ C



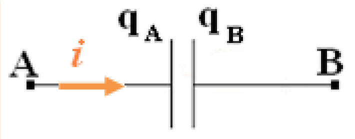
لتكن q_A شحنة اللبوس A وهو مشحون إيجابا و q_B شحنة اللبوس B وهو مشحون سلبا ، حيث تحقق q_A و q_B في كل لحظة $q_A = -q_B = q$.

2-1- العلاقة بين الشحنة وشدة التيار :

اصطلاح توجيه التيار بالنسبة لمكثف



نختار **منحى موجبا لشدة التيار** حيث يدخل من اللبوس A ، عندما **يمر التيار من المنحى المختار** تكون $i > 0$ و عندما **يمر في المنحى المعاكس** تكون $i < 0$.



$$i = \frac{dq_A}{dt} = -\frac{dq_B}{dt}$$

عند تزايد q_A : $\frac{dq_A}{dt} > 0$ أي $i > 0$

عند تناقص q_A : $\frac{dq_A}{dt} < 0$ أي $i < 0$

تجبير شدة التيار الكهربائي

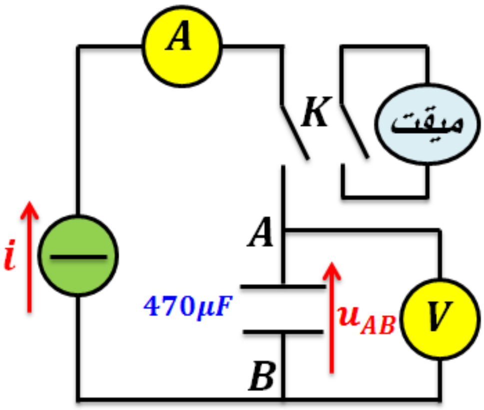
شدة التيار الكهربائي هي صبيب الشحنات الكهربائية وهي كمية الكهرباء التي تصل إلى لبوس المكثف في وحدة الزمن .

- في حالة التيار المستمر : $I = \frac{Q}{\Delta t}$
- في حالة التيار المتغير : $i = \frac{dq}{dt}$

3-1- العلاقة بين الشحنة و التوتر :

ننجز التركيب الكهربائي التالي ، حيث يعطي المولد **المؤمثل** للتيار تيارا كهربائيا شدته ثابتة وقابلة للضبط $I_0 = 80\ \mu A$.

نغلق قاطع التيار و نشغل الميقت في نفس الوقت ، ثم نقيس التوتر u_{AB} بين مربطي المكثف كل **خمس ثوان** . ندون النتائج في الجدول :



تبيانة التركيب التجريبي

t(s)	0	5	10	15	20	25	30	35	40
u_{AB}(V)	0	0,85	1,7	2,55	3,4	4,25	5,11	5,96	6,81
q_A(μC)									

أ- ما قيمة كمية الكهرباء q_A التي يحملها المكثف عند اللحظة $t = 0$ ؟

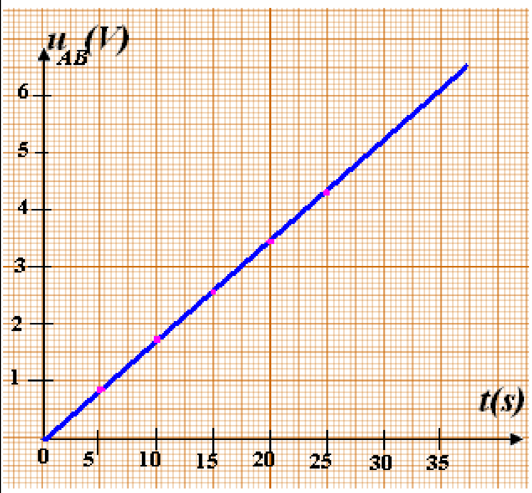
عند اللحظة $t = 0$ يكون المكثف مفرغا أي $q_A = 0$.

ب- بين أنه في لحظة t يكتسب المكثف الشحنة $q_A(t) = I_0.t$.

لدينا $i = \frac{q_A}{dt}$ إذن $I_0 = \frac{dq_A}{dt} = \frac{q_A(t)-q_A(0)}{t-0} = \frac{q_A(t)}{t}$ وبالتالي $q_A(t) = I_0.t$

ج- أتمم ملأ الجدول .

t(s)	0	5	10	15	20	25	30	35	40
u_{AB}(V)	0	0,85	1,7	2,55	3,4	4,25	5,11	5,96	6,81
q_A(μC)	0	400	800	1200	1600	2000	2400	2800	3200



د- مثل المنحنى $u_{AB} = f(t)$ وحدد α المعامل الموجه للمنحنى.

انظر المنحنى .

المنحنى عبارة عن **دالة خطية** تكتب على شكل $u_{AB} = \alpha.t$

وبالتالي $\alpha = \frac{u_{AB}}{t} = \frac{0,85}{5} = 0,17\ V.s^{-1}$

ه- استنتج تعبير q_A بدلالة I_0 و α و u_{AB} .

لدينا $q_A(t) = I_0.t$ و $u_{AB} = \alpha.t$

إذن $$q_A(t) = \frac{I_0.u_{AB}}{\alpha}$$

و- نسمي $\frac{I_0}{\alpha}$ **سعة المكثف** ونرمز لها بــ C . احسب C وقارنها مع القيمة التي يشير إليها الصانع .

لدينا $q_A(t) = C.u_{AB}$

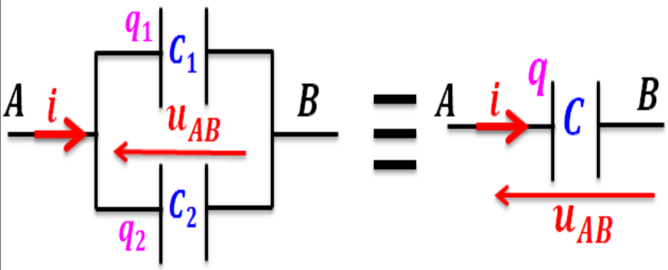
إذن $C_{exp} = \frac{I_0}{\alpha} = \frac{8.10^{-6}}{0,17} = 470,6\ \mu F$ نلاحظ أن $C_{exp} = C_{th}$.

تتناسب الشحنة $q_A(t)$ للمكثف مع التوتر $u_{AB}(t)$ بين مربطيه ، نسمي معامل التناسب سعة المكثف ، نرمز له بــ C ، وحدته في (ن، ع) هي الفاراد F حيث : $q_A(t) = C.u_{AB}$
سعة المكثف مقدار موجب ، وهو يميز المكثف و لا يتعلق بالتوتر المطبق بين مربطيه و لا بمدة الشحن .

أجزاء الفاراد	
ميليفاراد	$1mF = 10^{-3}F$
ميكروفاراد	$1\mu F = 10^{-6}F$
نانوفاراد	$1nF = 10^{-9}F$
بيكوفاراد	$1pF = 10^{-12}F$

2- تجميع المكثفات :

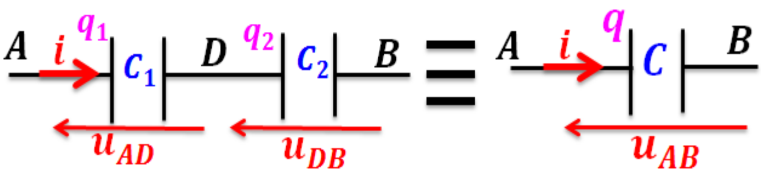
2-1- التركيب على التوازي :



نطبق بين قطبي مكثفين C_1 و C_2 مركبين على التوازي التوتر u_{AB} .
لتكن q_1 شحنة المكثف الذي سعته C_1 و q_2 شحنة المكثف الذي سعته C_2 و q الشحنة الكلية للمكثفين معا.
بتطبيق قانون العقد في العقدة A ، لدينا $q = q_1 + q_2 = C_1.u_{AB} + C_2.u_{AB} = (C_1 + C_2).u_{AB}$
ومن جهة أخرى ، لدينا $q = C.u_{AB}$ وبالتالي $C = C_1 + C_2$.

بصفة عامة ، تكون سعة المكثف المكافئة لمكثفات مركبة على التوازي سعاتها C_1 و C_2 و ... و C_n هي $C = \sum C_i = C_1 + C_2 + \cdots + C_n$
يمكن التركيب على التوازي من تضخيم السعة عند تطبيق توتر ضعيف ، كما يمكن بتطبيق توتر ضعيف ، الحصول على شحنة كهربائية كبيرة قد لا يوفرها كل مكثف على حدة .

2-2- التركيب على التوالي :



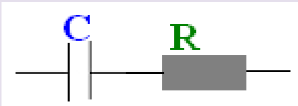
نركب عل التوالي مكثفين سعاتهما C_1 و C_2 ، فيمر فيهما نفس التيار الكهربائي ، ليشحنا بشحنتين متساويتين $q = q_1 = q_2$
لدينا $u_{AD} = \frac{q_1}{C_1}$ و $u_{DB} = \frac{q_2}{C_2}$ و $u_{AB} = \frac{q}{C}$ بتطبيق قانون إضافية التوترات :
$u_{AB} = u_{AD} + u_{DB}$ إذن $\frac{q}{C} = \frac{q_1}{C_1} + \frac{q_2}{C_2}$ وبالتالي $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$.

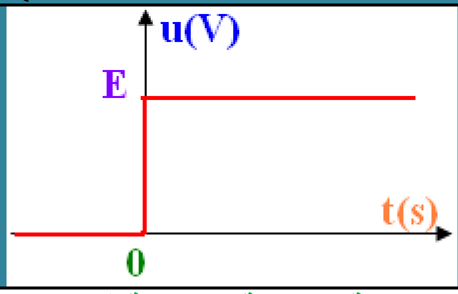
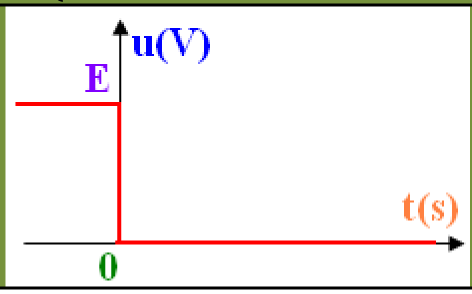
بصفة عامة ، تكون سعة المكثف المكافئة لمكثفات مركبة على التوالي سعاتها C_1 و C_2 و ... و C_n هي $\frac{1}{C} = \sum \frac{1}{C_i} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \cdots + \frac{1}{C_n}$
يمكن التركيب على التوالي من الحصول على سعة قيمتها أصغر ، كما يمكن من تطبيق توتر عال قد لا يتحمله كل مكثف إذا استعمل على حدة .

3- استجابة ثنائي القطب RC لرتبة توتر :

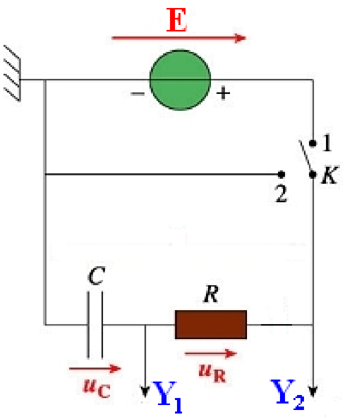
3-1- تعاريف :

ثنائي القطب RC هو <u>تجميع على التوالي</u> لموصل أومي مقاومته R و مكثف سعته C .

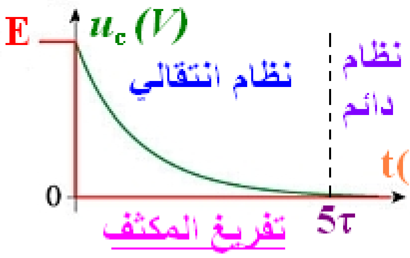


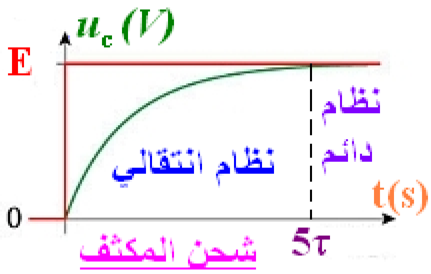
رتبة توتر هي إشارة كهربائية u و نميز بين :	
رتبة التوتر الصاعدة وتعرف كالتالي :	**رتبة التوتر النازلة** وتعرف كالتالي :
بالنسبة لـ $t \geq 0$ لدينا $u = E$ بالنسبة لـ $t < 0$ لدينا $u = 0$	بالنسبة لـ $t \geq 0$ لدينا $u = 0$ بالنسبة لـ $t < 0$ لدينا $u = E$
	

3-2- الدراسة التجريبية لاستجابة ثنائي القطب RC



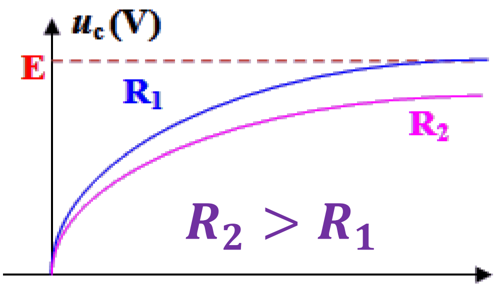
بإنجاز التركيب التجريبي التالي وعند معاينة التوتر u_C بين مربطي المكثف ، نحصل على المنحنيات التالية :

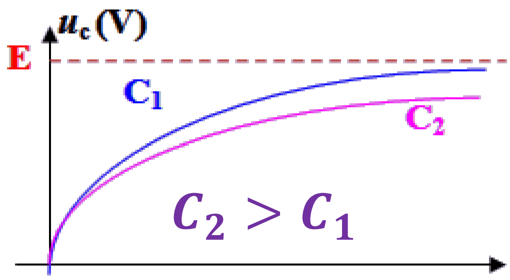




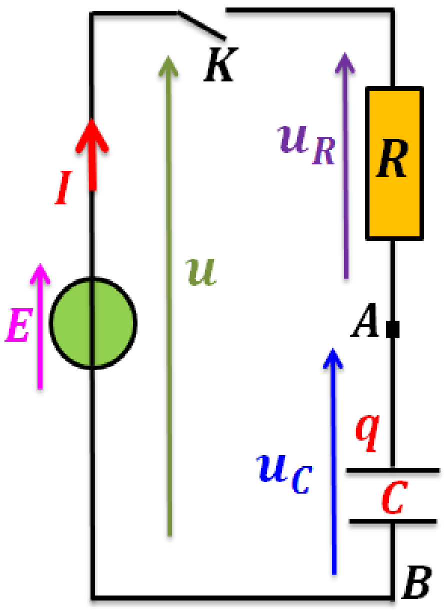
نلاحظ :

- التوتر u_C بين مربطي المكثف **متصل** .
- **يتزايد** التوتر u_C بين مربطي المكثف خلال **الشحن** و**يتناقص** خلال **التفريغ** .
- نميز بين نظامين :
  - <u>**النظام الانتقالي**</u> : **يتزايد أو يتناقص** خلاله التوتر u_C ونحصل عليه عندما تكون $t < 5\,\tau$.
  - <u>**النظام الدائم**</u> : نحصل عليه عندما تكون $t > 5\,\tau$ ويبقى خلاله التوتر u_C **ثابتا** وقيمته تساوي E عند شحن المكثف و منعدمة عند تفريغه .
- **تتزايد مدة شحن أو تفريغ** المكثف عندما **تزداد قيمة** R أو C . (انظر الشكل التالي)
- لا **يؤثر وسع رتبة التوتر** على **ثابتة الزمن** τ .





3-3- استجابة ثنائي القطب RC لرتبة صاعدة للتوتر : شحن المكثف



3-3-1- المعادلة التفاضلية :

لدينا حسب قانون إضافية التوترات : $u = u_R + u_C = E$

وحسب قانون أوم : $u_R = R.i$ ولدينا $q = C.u_C$ و $i = \frac{dq}{dt}$

إذن $i = \frac{d(C.u_C)}{dt} = C.\frac{du_C}{dt}$ وبالتالي $RC.\frac{du_C}{dt} + u_C = E$

المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u_C بين مربطي المكثف

خلال شحنه هي $\frac{du_C}{dt} + \frac{u_C}{RC} = \frac{E}{RC}$

وباعتبار $u_C = \frac{q}{C}$ نجد المعادلة التفاضلية التي تحققها الشحنة q

خلال شحنه هي $\frac{dq}{dt} + \frac{q}{RC} = \frac{E}{R}$

3-3-2- حل المعادلة التفاضلية :

نقبل أن حل المعادلة التفاضلية $R.\frac{du_C}{dt} + u_C = E$ يكتب على الشكل التالي :

$u_C(t) = Ae^{-\alpha t} + B$ مع A و B و α ثوابت .

لدينا $u_C(t) = Ae^{-\alpha t} + B$ وبالتالي $\frac{du_C}{dt} = -\alpha.A.e^{-\alpha t}$ ونعوضها في المعادلة التفاضلية

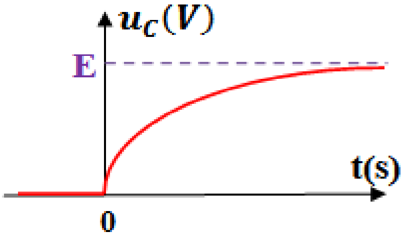
فنجد : $-RC.\alpha.A.e^{-\alpha t} + Ae^{-\alpha t} + B = E$ إذن $(1 - RC.\alpha).A.e^{-\alpha t} = E - B$

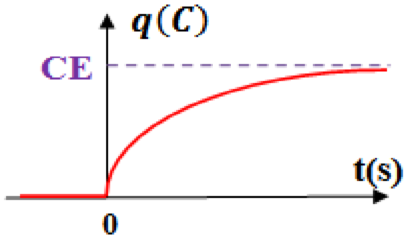
علما أن $A \neq 0$ ولكي تتحقق هذه العلاقة كيفما كانت t يجب أن يكون :

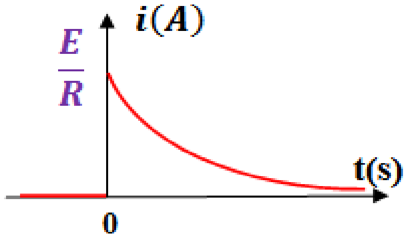
$$\begin{cases} 1 - RC\alpha = 0 \\ E - B = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha = \frac{1}{RC} \\ B = E \end{cases}$$ وبالتالي $u_C(t) = Ae^{-\frac{t}{RC}} + E$

في البداية يكون المكثف **غير مشحون** ، وبما أن التوتر u_C دالة **متصلة** فإن $u_C(t_0) = 0$

إذن $u_C(t_0) = A + E = 0$ أي $A = -E$ وبالتالي : $u_C(t) = -Ee^{-\frac{t}{RC}} + E$







نضع $\tau = R.C$

تعبير التوتر بين مربطي المكثف هو $u_C(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

بما أن $q(t) = C.u_C(t)$ **فإن تعبير الشحنة q هو**

$$q(t) = CE\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

بما أن $i = \frac{dq}{dt} = C.\frac{du_C}{dt}$ **فإن تعبير شدة التيار المار في الدارة RC**

هو $i(t) = \frac{E}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}$

نلاحظ أن التوتر $u_C(t)$ و $q(t)$ متصلة عند اللحظة $t = 0$.

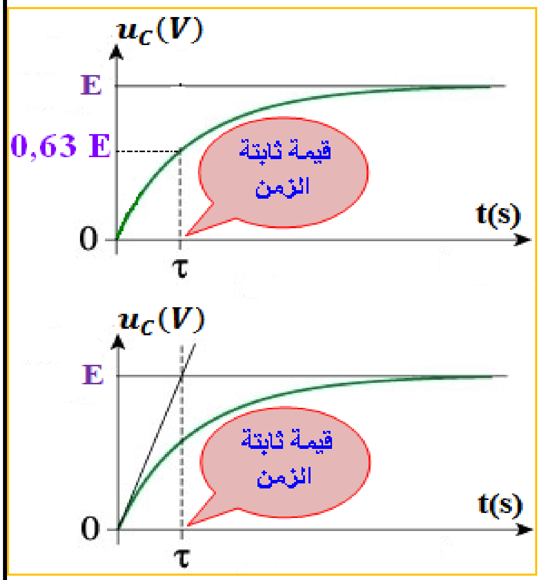
نلاحظ أن شدة التيار $i(t)$ متقطعة عند اللحظة $t = 0$.

3-3-3- ثابتة الزمن τ :

نضع $\tau = R.C$. لدينا بالنسبة للموصل أومي : $u = R.i$ أي $[R] = \frac{[U]}{[I]}$

لدينا بالنسبة للمكثف : $i = C.\frac{du}{dt}$ أي $[C] = \frac{[I].[t]}{[U]}$

إذن $[\tau] = [R].[C] = \frac{[U]}{[I]} \times \frac{[I].[t]}{[U]} = [t]$ وبالتالي $[\tau] = [t]$ أي أن لـ τ **بُعد الزمن** .

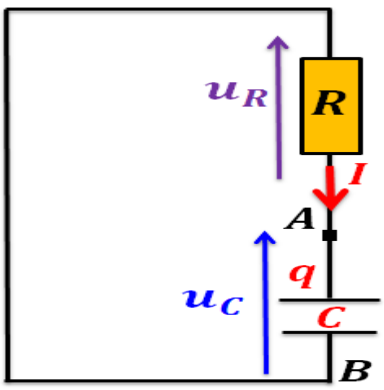


> نسمي المقدار $\tau = R.C$ **ثابتة الزمن لثنائي القطب RC** ،
> لأن لها بُعد الزمن ، وحدتها في (ن ، ع) هي **الثانية s** .

يمكن تحديد قيمة τ :

- بمعرفة R و C فنحسب $\tau = R.C$.
- لدينا $u_C(\tau) = E\left(1 - e^{-\frac{\tau}{\tau}}\right)$
  إذن $u_C(\tau) = E(1 - e^{-1}) = 0,63\ E$ حيث τ هو الأفصول الذي يوافق الأرتوب $0,63\ E$.
- τ هي **أفصول نقطة تقاطع المماس للمنحنى** $u_C = f(t)$ عند اللحظة $t = 0$ و المقارب $u_C = E$.

4-3- استجابة ثنائي القطب RC لرتبة نازلة للتوتر : تفريغ المكثف



1-4-3- المعادلة التفاضلية :

عند غلق الدارة الممثلة جانبه عند اللحظة $t = 0$ يكون **المكثف مشحونا** أي $u_C(0) = E$ و حسب قانون إضافية التوترات $u = u_R + u_C = 0$

و حسب قانون أوم لدينا $u_R = R.i$ و نعلم أن $q = C.u_C$

إذن $i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(C.u_C)}{dt} = C.\frac{du_C}{dt}$ وبالتالي $RC.\frac{du_C}{dt} + u_C = 0$

ونضع $\tau = R.C$ إذن $\tau.\frac{du_C}{dt} + u_C = 0$

> **المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u_C بين مربطي المكثف خلال تفريغه هي** $\frac{du_C}{d} + \frac{u_C}{\tau} = 0$
> **وباعتبار $u_C = \frac{q}{C}$ نجد المعادلة التفاضلية التي تحققها الشحنة q خلال تفريغه هي** $\frac{dq}{dt} + \frac{q}{\tau} = 0$

2-4-3- حل المعادلة التفاضلية :

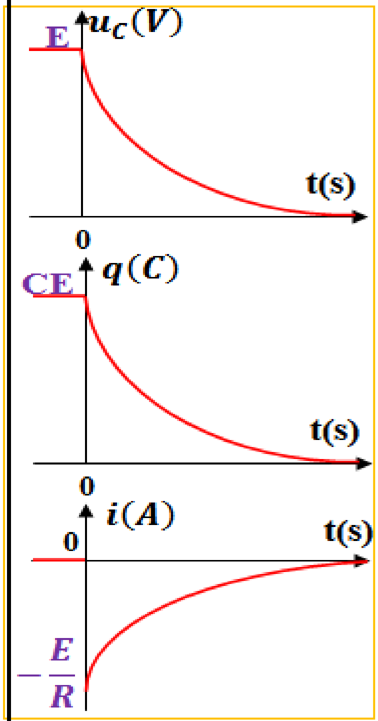
نقبل أن حل المعادلة التفاضلية $\tau.\frac{du_C}{dt} + u_C = 0$ يكتب على الشكل التالي :

$u_C(t) = Ae^{-\alpha t} + B$ مع A و B و α ثوابت .

لدينا $u_C(t) = Ae^{-\alpha t} + B$ وبالتالي $\frac{du_C}{dt} = -\alpha.A.e^{-\alpha t}$ ونعوضها في المعادلة التفاضلية

فنجد : $-\tau.\alpha.A.e^{-\alpha t} + Ae^{-\alpha t} + B = 0$ إذن $(1 - \tau.\alpha).A.e^{-\alpha t} = -B$

علما أن $A \neq 0$ ولكي تتحقق هذه العلاقة كيفما كانت t يجب أن يكون :



$$\begin{cases}1-\tau.\alpha=0\\ B=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\alpha=\frac{1}{\tau}\\ B=0\end{cases}$$ وبالتالي $u_C(t)=Ae^{-\frac{t}{\tau}}$

بما أن التوتر u_C **دالة متصلة** فإن $u_C(t_0)=E$ إذن $u_C(t_0)=A=E$

أي $A=E$ وبالتالي : $u_C(t)=Ee^{-\frac{t}{\tau}}$

تعبير التوتر بين مربطي المكثف هو $u_C(t)=Ee^{-\frac{t}{\tau}}$

بما أن $q(t)=C.u_C(t)$ **فإن تعبير الشحنة q هو** $q(t)=C.E.e^{-\frac{t}{\tau}}$

بما أن $i=\frac{dq}{dt}=C.\frac{du_C}{dt}$ **فإن تعبير شدة التيار المار في الدارة RC هو**

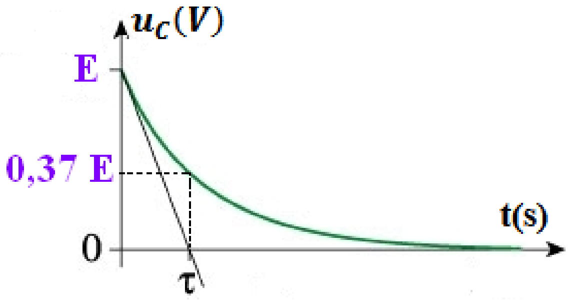
$$i(t)=-\frac{E}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}$$

نلاحظ أن التوتر $u_C(t)$ و $q(t)$ **متصلة عند اللحظة** $t=0$.

نلاحظ أن شدة التيار $i(t)$ **متقطعة عند اللحظة** $t=0$.

3-4-3- ثابتة الزمن τ :

نسمي المقدار $\tau=R.C$ <u>ثابتة الزمن لثنائي القطب RC</u> ،
لأن لها بُعد الزمن ، وحدتها في (ن ، ع) هي الثانية s .

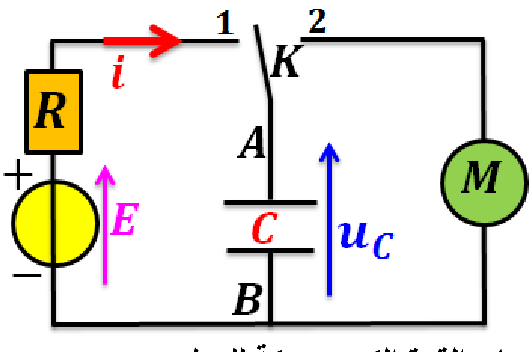


يمكن تحديد قيمة τ :

- بمعرفة R و C فنحسب $\tau=R.C$.
- لدينا $u_C(\tau)=Ee^{-\frac{\tau}{\tau}}=Ee^{-1}=0,37\,E$ حيث τ هو **الأفصول الذي يوافق الأرتوب** $0,37\,E$.
- τ هي **أفصول نقطة تقاطع المماس** للمنحنى $u_C=f(t)$ عند اللحظة $t=0$ ومحور الأفاصيل .

4- الطاقة المخزونة في المكثف :

4-1- الإبراز التجريبي :



نعتبر التركيب المستعمل جانبه .

- عندما يوجد قاطع التيار في الموضع (1) ، **يشحن المكثف ويخزن طاقة كهربائية** .
- عندما نأرجح قاطع التيار إلى الموضع (2) ، **يزود المكثف المحرك بالطاقة فيدور هذا الأخير** .
- **تزداد الطاقة المخزونة** في مكثف عند زيادة **سعة المكثف** أو زيادة **القوة الكهرمحركة** للمولد .

4-2- تعبير الطاقة المخزونة في المكثف :

تكتب القدرة الكهربائية الممنوحة لمكثف كالتالي $\mathcal{P}=u_C.i=u_C.\frac{d(Cu_C)}{dt}=C.u_C.\frac{du_C}{dt}=\frac{1}{2}C\frac{du_C^2}{dt}=\frac{d}{dt}(\frac{1}{2}Cu_C^2+K)$

ونعلم أن $\mathcal{P}=\frac{d\xi}{dt}$ إذن $\xi=\frac{1}{2}Cu_C^2+K$ مع K ثابتة

عند اللحظة $t=$ لدينا $u_C=0$ و $\xi=0$ إذن $K=0$ وبالتالي $\xi=\frac{1}{2}Cu_C^2=\frac{1}{2}\frac{q^2}{C}=\frac{1}{2}qu_C$

إن تخزين الطاقة أو تفريغ الطاقة من مكثف لا يتم بشكل أني ، وبالتالي يكون التوتر بين مربطي المكثف متصلا $u_C=\sqrt{\frac{2\,\xi}{C}}$.