الأستاذ أيوب مرضي	مـــــــــــادة الــــــــفـــــيـــــزيـــــاء	8 صفحات
مستوى الثانية بكالوريا علوم تجريبية	الـجـــزء الثالث: الكهرباء	
شعبة: علوم الحياة و الأرض – ع ف – ع ر	مدة الإنجاز (درس+تمارين): 6 س + 1 س	

الدرس السادس

ثنائي القطب RC

Le dipôles RC

I. المكثف le condensateur.

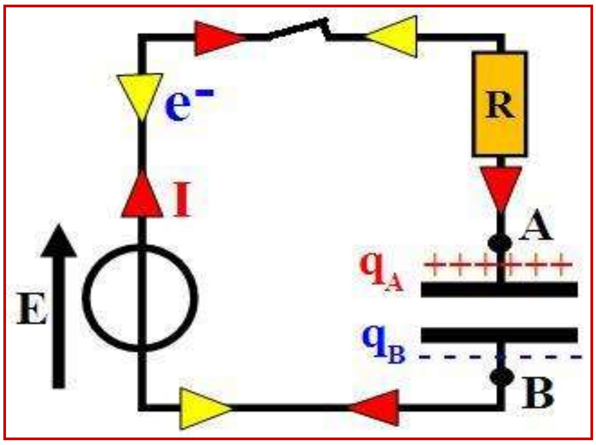
1. تعاريف:

أ. تعريف المكثف:

المكثف ثنائي قطب يتكون أساسا من موصلين متقابلين نسميهما **لبوسين**، يفصل بينهما عازل يسمى **عازل استقطابي**، وتوجد في أشكال و أحجام مختلفة حسب الاستعمال، يرمز للمكثف في الاصطلاح كما هو مبين في الصورة أسفله.

الرمز الاصطلاحي للمكثف

ب. تعريف الشحنة:



- **شحنتا اللبوسين:** نعتبر التركيب الكهربائي الممثل جانبه، بحيث عند غلق قاطع التيار تتحرك الإلكترونات من اللبوس A نحو اللبوس B، و بوجود عازل استقطابي تتراكم هذه الأخيرة فيشحن اللبوس B بشحنة سالبة $(q_B<0)$ بينما يشحن اللبوس A بشحنة موجبة $(q_A>0)$. و بما أن الشحنة الكهربائية تنحفظ فإن $q_A=-q_B$ في كل لحظة.
- **شحنة المكثف:** أو كمية الكهرباء المخزونة في المكثف هي شحنة اللبوس الموجب للمكثف، و نرمز لها بالرمز Q ووحدتها هي الكولوم (C).

2. العلاقة شحنة – شدة التيار:

شدة التيار الكهربائي هي صبيب الشحن الكهربائية، و هي كمية الكهرباء التي تصل إلى لبوس المكثف في وحدة الزمن.

أ. حالة التيار المستمر:

تكون شدة التيار الكهربائي ثابتة، عندما تكون كمية الكهرباء Q التي تجتاز مقطعا من الدارة خلال مدة زمنية Δt ثابتة، بحيث:

$$I = \frac{Q}{\Delta t}$$

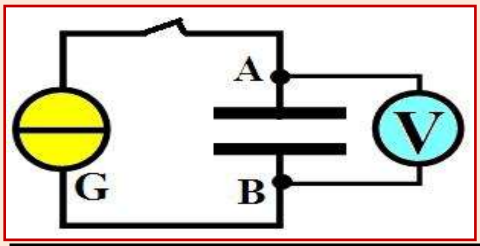
ب. حالة التيار المتغير:

عندما تتغير شحنة اللبوس A لمكثف بالمقدار dq خلال مدة زمنية صغيرة dt، فإن شدة التيار الكهربائي تكتب كما يلي:

$$i = \frac{dq}{dt}$$

3. العلاقة شحنة – توتر:

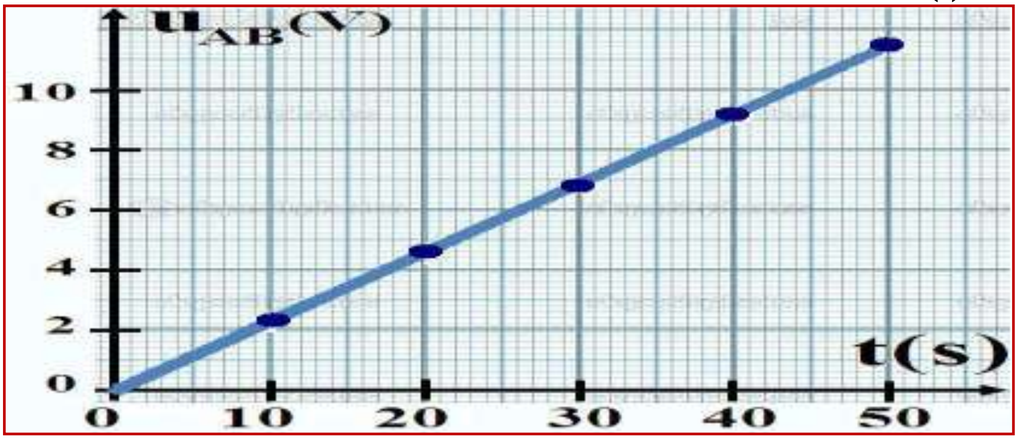
أ. نشاط تجريبي 1:



نعتبر التركيب التجريبي الممثل جانبة و المكون من مولد مؤمثل للتيار، مكثف، فولطمتر رقمي، و قاطع تيار.
نضبط المولد المؤمثل للتيار على القيمة $I = 1mA$.
عند اللحظة $t = 0$ نغلق قاطع التيار و نشغل الميقت و نقيس التوتر بين مربطي المكثف بعد تمام كل 10 ثواني، فنحصل على الجدول أسفله:

$t(s)$	0	10	20	30	40	50
$u_{AB}(V)$	0	2,3	4,6	6,9	9,2	11,5

1) مثل منحنى الدالة $u_{AB}=f(t)$.



2) استنتج قيمة α المعامل الموجه للمنحنى المحصل عليه.
لدينا الدالة $u_{AB}=f(t)$ عبارة عن دالة خطية تكتب كما يلي: $u_{AB}=\alpha.t$ حيث α المعامل الموجه للمستقيم. و يحدد كما يلي: $\alpha = \frac{\Delta u_{AB}}{\Delta t} = \frac{4,6}{20} = 0,23V/s$ و منه: $u_{AB}=0,23.t$.

3) بين أن تعبير الشحنة q_A تكتب كما يلي: $q_A = \frac{I}{\alpha} \times u_{AB}$.
مما سبق لدينا: $u_{AB}=\alpha.t$ (1) و بما أن شدة التيار ثابتة فإن: $q_A=I.t$ (2)، بقسمة العلاقة (1) على العلاقة (2) نجد أن: $\frac{q_A}{u_{AB}} = \frac{I}{\alpha}$ و منه: $q_A = \frac{I}{\alpha} \times u_{AB}$.

4) أحسب المقدار $\frac{I}{\alpha}$. ماذا يمثل؟
بحساب هذا المقدار نجد: $\frac{I}{\alpha} = \frac{10^{-3}}{0,23} = 4,34.10^{-3}A.s.V^{-1}$
و يمثل هذا المقدار سعة المكثف التي يرمز لها بالرمز C ووحدتها في النظام العالمي للوحدات هي الفاراد (F).
ومنه تصبح العلاقة السابقة كما يلي: $q_A= C.u_{AB}$.

ب. خلاصة:

تتناسب الشحنة q للمكثف مع التوتر بين مربطيه u_C عند كل لحظة، حسب العلاقة جانبه، حيث q وحدتها الكولوم (C)، و u_C بالفولط (V)، و C سعة المكثف وحدتها الفاراد (F).

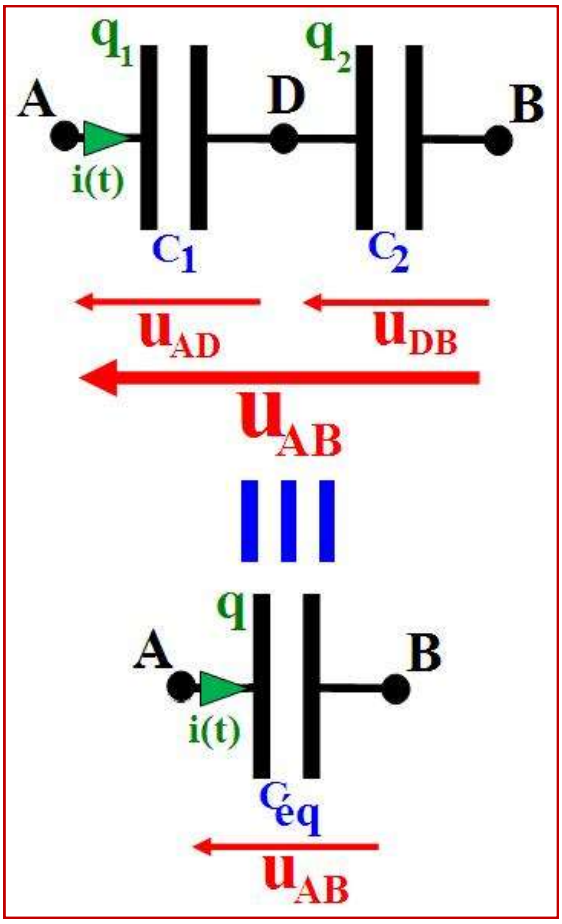
$$q = C . u_C$$

ملاحظات:

- سعة المكثف C مقدار موجب يميز كل مكثف على الآخر، و لا تتعلق بالتوتر المطبق بين طرفيه و لا بمدة الشحن.
- تعتبر الفاراد (F) وحدة كبيرة جدا، لذلك نستعمل إلا أجزاء الفاراد، و منها:
  - ✓ (الميليفاراد $1mF = 10^{-3}F$)
  - ✓ (الميكروفاراد $1\mu F = 10^{-6}F$)
  - ✓ (النانوفاراد $1nF = 10^{-9}F$)
  - ✓ (البيكوفاراد $1pF = 10^{-12}F$)...

4. تجميع المكثفات و فائدته:

أ. التجميع على التوالي و فائدته:



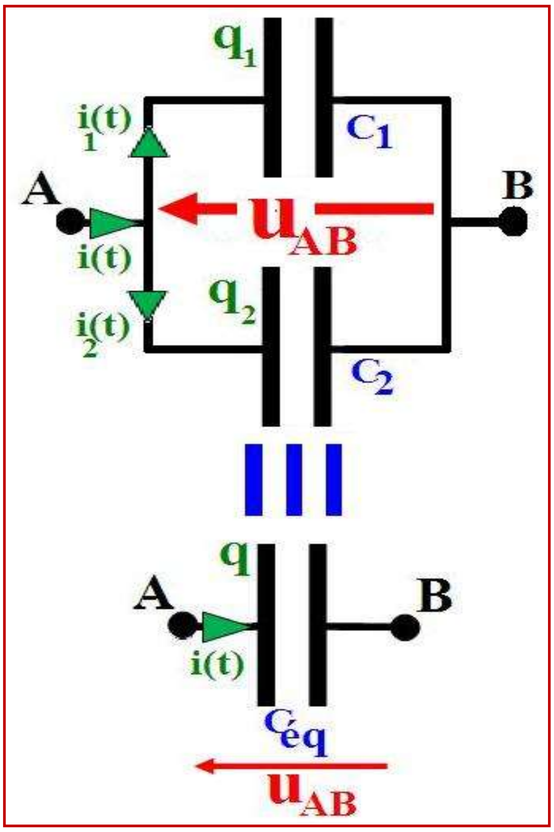
نركب مكثفين على التوالي سعتاهما C_1 و C_2، فيمر فيهما نفس التيار الكهربائي فيشحنا بشحنتين متساويتين بحيث: $q_1=q_2=q$،
وبتطبيق **قانون إضافية التوترات** فإن $u_{AB}=u_{AD}+u_{DB}$ مع $u_{AD}=\frac{q_1}{C_1}$ و $u_{DB}=\frac{q_2}{C_2}$ كما أن: $u_{AB}=\frac{q}{C_{éq}}$، حيث $C_{éq}$ سعة **المكثف المكافئة لهذا التركيب** ، و بتعويض كل توتر بتعبيره نجد:
$\frac{q}{C_{éq}}=\frac{q_1}{C_1}+\frac{q_2}{C_2}$ وعلما أن: $q_1=q_2=q$ فإن: $\frac{1}{C_{éq}}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}$.

و منه فإن سعة المكثف المكافئ لتجميع عدة مكثفات على التوالي تحقق العلاقة التالية:

$$\frac{1}{C_{éq}}=\frac{1}{C_1}+\cdots+\frac{1}{C_n}=\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{C_i}\right)$$

- **فائدة التركيب على التوالي:** يمكن هذا التركيب من الحصول على مكثف ذو سعة مكافئة صغيرة، مع تطبيق توتر عال لا يتحمله أي مكثف من المكثفات المستعملة في التركيب لوحده.

ب. التجميع على التوازي و فائدته:



نركب مكثفين على التوازي سعتاهما C_1 و C_2، فيطبق بين مربطيهما نفس التوتر u_{AB}، و **بتطبيق قانون العقد** فإن $q=q_1+q_2$ مع $q_1=C_1.u_{AB}$ و $q_2=C_2.u_{AB}$ كما أن: $q=C_{éq}.u_{AB}$، حيث $C_{éq}$ سعة **المكثف المكافئة لهذا التركيب** ، و بتعويض كل شحنة بتعبيرها نجد:
$C_{éq}.u_{AB}=C_1.u_{AB}+C_2.u_{AB}$ و منه فإن: $C_{éq}=C_1+C_2$.

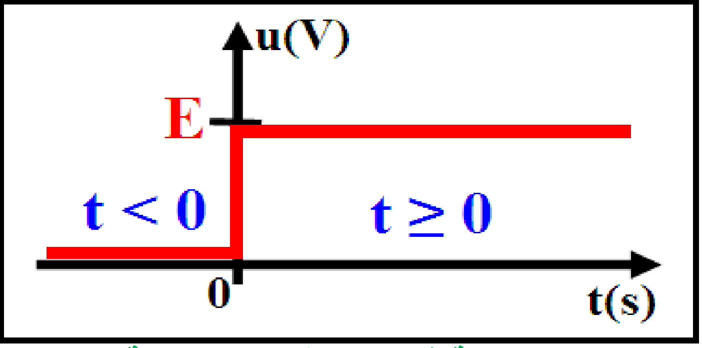
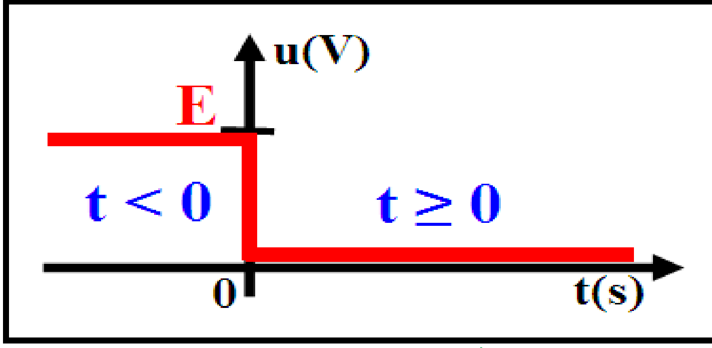
و منه فإن سعة المكثف المكافئ لتجميع عدة مكثفات على التوازي تحقق العلاقة التالية:

$$C_{éq}=C_1+\cdots+C_n=\sum_{i=1}^{n}C_i$$

- **فائدة التركيب على التوازي:** يمكن هذا التركيب من الحصول على مكثف ذو سعة مكافئة كبيرة جدا، وشحنة كهربائية كبيرة قد لا يوفرها أي مكثف من المكثفات المستعملة في التركيب لوحده.

II. استجابة ثنائي القطب RC لرتبة توتر.

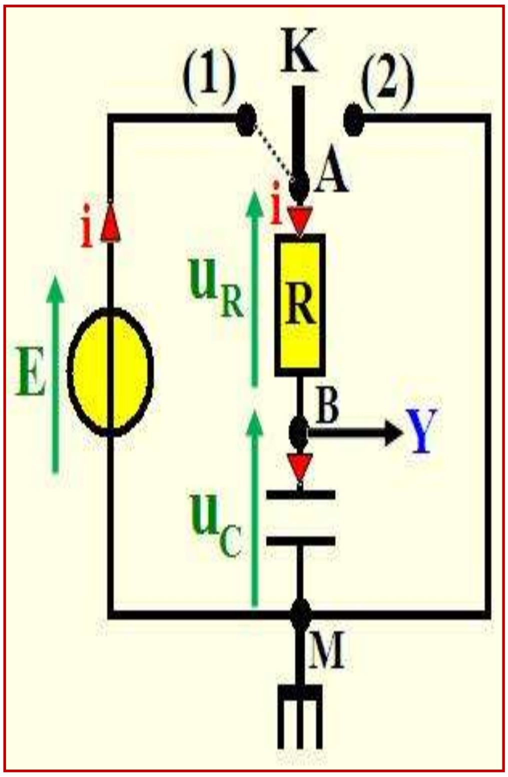
- ثنائي القطب RC هو تجميع على التوالي لموصل أومي مقاومته R و مكثف سعته C.
- رتبة التوتر هي إشارة كهربائية u، و نميز بين نوعين من الإشارات الكهربائية:

رتبة التوتر الصاعدة: عند $t < 0 \leftarrow u = 0$ و عند $t \geq 0 \leftarrow u = E$	رتبة التوتر النازلة: عند $t < 0 \leftarrow u = E$ و عند $t \geq 0 \leftarrow u = 0$
	

1. استجابة ثنائي القطب RC لرتبة توتر صاعدة (شحن المكثف):

أ. المعادلة التفاضلية للدارة:

نعتبر التركيب التجريبي جانبه، نؤرجح قاطع التيار K إلى الموضع (1) في لحظة t = 0.



حسب قانون إضافية التوترات لدينا: $u_R + u_C = E$ (1)

حسب قانون أوم: $u_R = R.i$ و $i = \frac{dq}{dt}$ و $q = C.u_C$

أي أن: $u_R = R.C.\frac{du_C}{dt}$

و بتعويض u_R بتعبيرها في المعادلة (1) **نحصل على المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_C(t)$** بين مربطي مكثف في دارة خاضعة لرتبة توتر صاعدة (شحن المكثف):

$$\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{RC}.u_C = \frac{E}{RC} \Leftrightarrow RC.\frac{du_C}{dt} + u_C = E$$

بوضع $\tau = RC$ نجد: $\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{\tau}.u_C = \frac{E}{\tau}$

ملاحظة:

- بتعويض $u_C(t)$ بـــ $\frac{q}{C}$ في المعادلة التفاضلية السابقة، نحصل على المعادلة التفاضلية التي تحققها الشحنة q(t)، وتكتب كما يلي: $\frac{dq}{dt} + \frac{1}{\tau}.q = \frac{E}{R}$.

ب. حل المعادلة التفاضلية:

إن حل المعادلة التفاضلية $\tau.\frac{du_C}{dt} + u_C = E$ يكتب على الشكل التالي: $u_C(t) = Ae^{-\alpha t} + B$ بحيث A، B و α ثوابث يجب تحديدها كما يلي:

♦ **تحديد B و α باستعمال المعادلة التفاضلية:**

لدينا $u_C(t) = Ae^{-\alpha t}+B$ و بالاشتقاق نجد: $\frac{du_C}{dt} = -\alpha A e^{-\alpha t}$

و بتعويض $u_C(t)$ و $\frac{du_C}{dt}$ بتعبيريهما في المعادلة التفاضلية نجد: $-\tau\alpha A.e^{-\alpha t}+A.e^{-\alpha t}+B= E$

أي: $A.e^{-\alpha t}\,(1-\tau\alpha)+(B-E)=0$

لكي تتحقق هذه المعادلة مهما كان t يجب أن يتحقق ما يلي: $B - E = 0$ أي $B = E$

و $1-\tau\,\alpha = 0$ أي أن: $\alpha = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{RC}$

♦ **تحديد A باستعمال الشروط البدئية:**

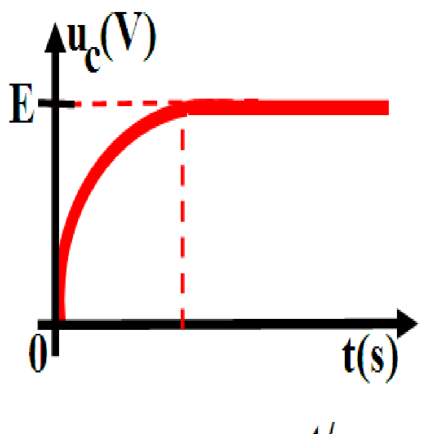
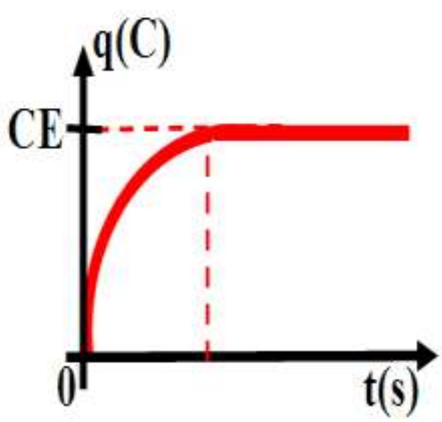
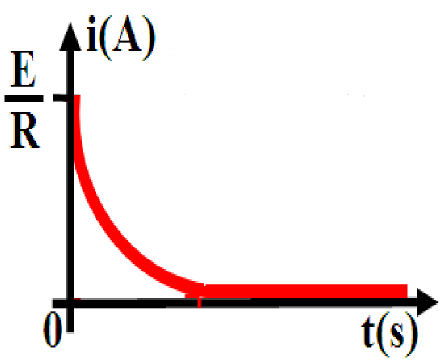
التوتر بين مربطي المكثف متصل و بالتالي عند اللحظة t = 0 يكون $u_C(0) = 0$ (لم يكن المكثف مشحونا)

اعتمادا على حل المعادلة التفاضلية و بتعويض t بـ 0، فنجد: $u_C(0) = Ae^{-\alpha 0}+E = 0$ أي أن: $A= -E$

و منه تعبير التوتر بين مربطي المكثف عند شحنه هو:

$$u_C(t) = E\,(1 - e^{-t/\tau}) \Leftrightarrow u_C(t) = -Ee^{-t/\tau} + E$$

ج. منحنى تغيرات $u_C(t)$ و $q(t)$ و $i(t)$:

منحنى تغيرات u_C بدلالة الزمن	منحنى تغيرات q بدلالة الزمن	منحنى تغيرات i بدلالة الزمن
		
$u_c(t) = E(1- e^{-t/\tau})$	$q(t) = CE(1- e^{-t/\tau})$	$i(t) = \frac{dq}{dt} = \frac{E}{R}\,e^{-t/\tau}$

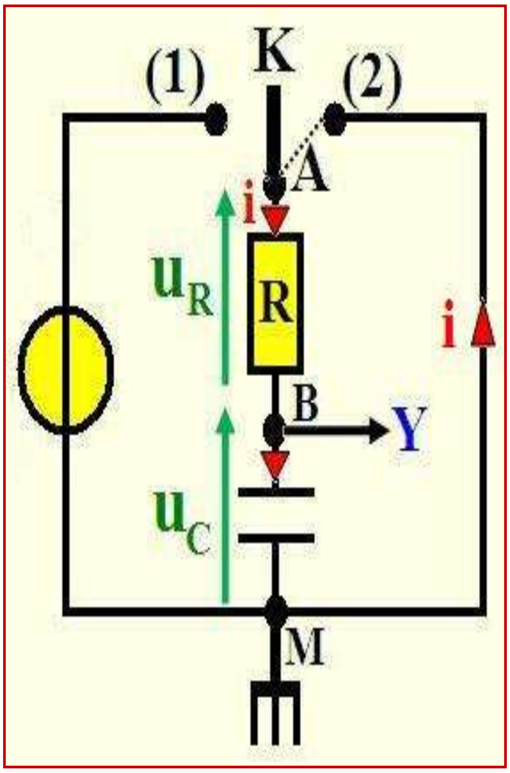
ملاحظة:

- تبرز هذه المنحنيات وجود نظامين أساسيين:
  - ✓ **نظام انتقالي:** تتغير خلاله u_C (q أو i) مع الزمن.
  - ✓ **نظام دائم:** تأخذ فيه u_C (q أو i) قيمة ثابتة.

2. استجابة ثنائي القطب RC لرتبة توتر نازلة (تفريغ المكثف):

أ. المعادلة التفاضلية للدارة:

نعتبر التركيب التجريبي جانبه، نؤرجح قاطع التيار K إلى الموضع (2) في لحظة $t = 0$.



حسب قانون إضافية التوترات لدينا: $u_R + u_C = 0$ (1)

حسب قانون أوم: $u_R = R.i$ و $i = \frac{dq}{dt}$ و $q = C.u_C$

أي أن: $u_R = R.C.\frac{du_C}{dt}$

و بتعويض u_R بتعبيرها في المعادلة (1) **نحصل على المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_C(t)$** بين مربطي مكثف في دارة خاضعة لرتبة توتر نازلة (تفريغ المكثف):

$$\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{RC}.u_C = 0 \Leftrightarrow RC.\frac{du_C}{dt} + u_C = 0$$

بوضع $\tau = RC$ نجد: $\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{\tau}.u_C = 0$

ملاحظة:

- بتعويض $u_C(t)$ بـ $\frac{q}{C}$ في المعادلة التفاضلية السابقة، نحصل على المعادلة التفاضلية التي تحققها الشحنة $q(t)$، وتكتب كما يلي: $\frac{dq}{dt} + \frac{1}{\tau}.q = 0$.

ب. حل المعادلة التفاضلية:

إن حل المعادلة التفاضلية $\tau.\frac{du_C}{dt} + u_C = 0$ يكتب على الشكل التالي: $u_C(t) = Ae^{-\alpha t}+B$ بحيث A، B و α ثوابت يجب تحديدها كما يلي:

♦ **تحديد B و α باستعمال المعادلة التفاضلية:**

لدينا $u_C(t) = Ae^{-\alpha t}+B$ و بالاشتقاق نجد: $\frac{du_C}{dt} = -\alpha A e^{-\alpha t}$

و بتعويض $u_C(t)$ و $\frac{du_C}{dt}$ بتعبيريهما في المعادلة التفاضلية نجد: $-\tau\alpha A.e^{-\alpha t} + A.e^{-\alpha t} + B = 0$

أي: $A.e^{-\alpha t}(1 - \tau\alpha) + (B) = 0$

لكي تتحقق هذه المعادلة مهما كان t يجب أن يتحقق ما يلي: $B = 0$

و $1 - \tau\alpha = 0$ أي أن: $\alpha = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{RC}$

- **تحديد A باستعمال الشروط البدئية:**

يكون التوتر بين مربطي المكثف عند اللحظة $t = 0$: $u_C(0) = E$ (المكثف مشحون بدئيا)

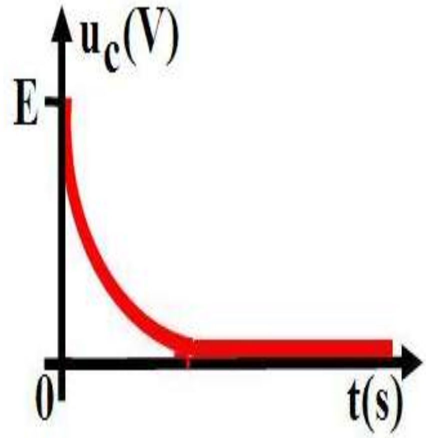
اعتمادا على حل المعادلة التفاضلية و بتعويض t بـ 0، فنجد: $u_C(0) = Ae^{-\alpha 0} = E$ أي أن: **A= E**

و منه تعبير التوتر بين مربطي المكثف عند تفريغه هو:

$$u_C(t) = E.e^{-t/\tau}$$

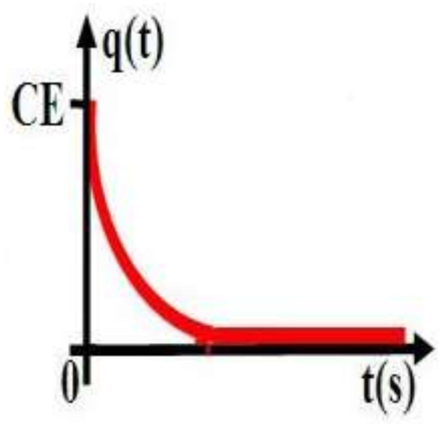
ج. **منحنى تغيرات $u_C(t)$ و $q(t)$ و $i(t)$:**

منحنى تغيرات u_C بدلالة الزمن



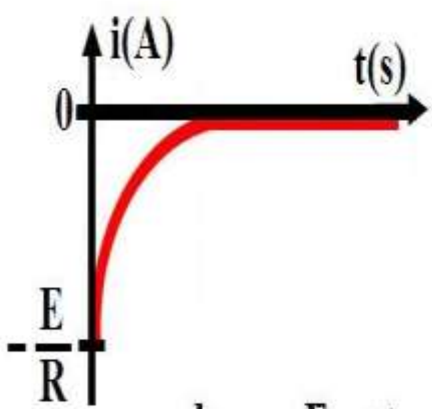
$$u_c(t) = E\,e^{-t/\tau}$$

منحنى تغيرات q بدلالة الزمن



$$q(t) = CE\,e^{-t/\tau}$$

منحنى تغيرات i بدلالة الزمن



$$i(t) = \frac{dq}{dt} = -\frac{E}{R}e^{-t/\tau}$$

3. ثابتة الزمن τ:

أ. تعريف:

تعرف ثابتة الزمن لثنائي القطب RC بالعلاقة التالية:

$$\boxed{\tau = R\,.\,C}$$

ب. تحليل معادلة الأبعاد للجداء R.C:

يعرف التحليل البعدي لـ τ بتحديد وحدتها في النظام العالمي للوحدات، بحيث: $[\tau] = [R]\,.\,[C]$

- تعرف شدة التيار الكهربائي المار في الدارة بالعلاقة التالية: $i = C.\frac{du_C}{dt}$

أي أن: $[I] = [C] \times \frac{[U]}{[T]}$ و منه بعد C هو: $(1)\ [C] = [T] \times \frac{[I]}{[U]}$

- حسب قانون أوم لدينا: $u_R = R.i$ أي أن: $[U] = [R].[I]$ و منه بعد R هو: $(2)\ [R] = \frac{[U]}{[I]}$
- من (1) و (2) نستنتج أن: $[\tau] = [R].[C] = \frac{[U]}{[I]} \times [T] \times \frac{[I]}{[U]} = [T]$

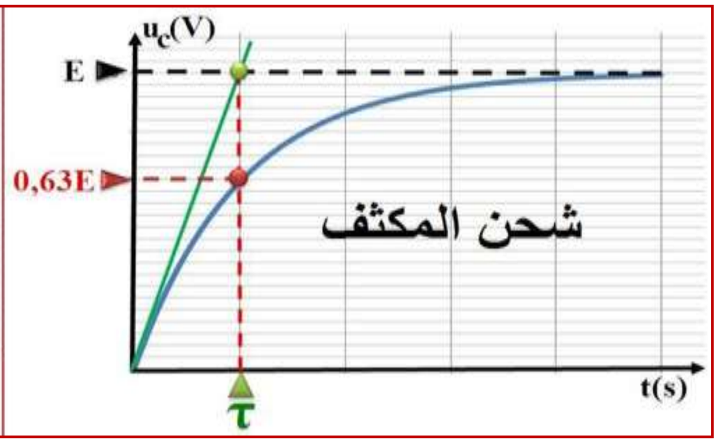
و منه فإن للمقدار $\tau = R.C$ بعد زمني، وحدته في النظام العالمي للوحدات هي الثانية(s).

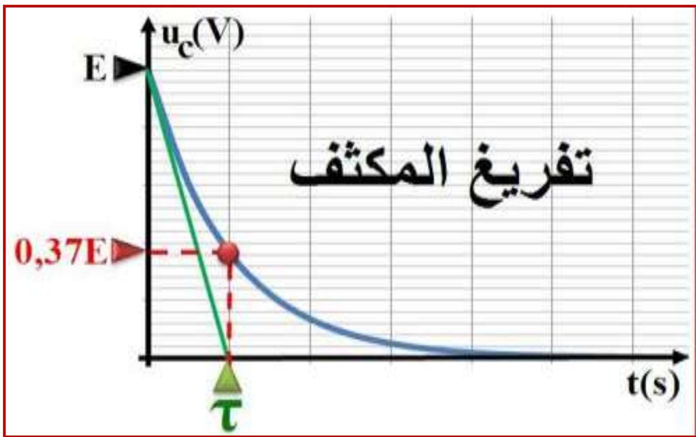
ج. طرق تحديد ثابتة الزمن τ:

- **الطريقة الأولى:** بمعرفة قيم R و C نحسب τ بحيث $\tau=R.C$.
- **الطريقة الثانية:** تمثل τ أفصول تقاطع المماس للمنحنى $u_C(t)$ عند اللحظة $t=0$ و المقارب $u_C=E$.
- **الطريقة الثالثة:**

عند شحن المكثف: لدينا $u_C(\tau)=E(1-e^{-1})=0,63.E$. أي أن τ هو الأفصول الذي يوافق الأرتوب $0,63.E$.

عند تفريغ المكثف: لدينا $u_C(\tau)=E(e^{-1})=0,37.E$. أي أن τ هو الأفصول الذي يوافق الأرتوب $0,37.E$.

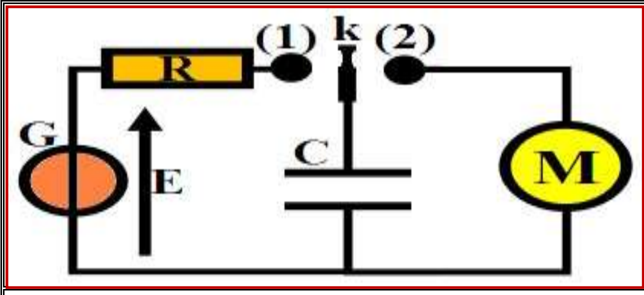




III. الطاقة المخزونة في المكثف.

أ. نشاط تجريبي 2:

نعتبر التركيب التجريبي جانبه، و المكون من مكثف سعته C و موصل أومي مقاومته R ومحرك M و مولد G. نضع قاطع التيار k في الموضع (1) حتى يشحن المكثف كليا ثم نؤرجح قاطع التيار إلى الموضع (2)، فيشتغل المحرك لمدة زمنية.



1) ما مصدر الطاقة التي تدير المحرك؟

مصدر الطاقة التي تدير المحرك هي الطاقة الكهربائية التي خزنها المكثف عند شحنه.

2) كيف تتغير الطاقة المخزونة في المكثف عند زيادة سعة المكثف أو القوة الكهرمحركة E للمولد G؟

عند الزيادة في سعة المكثف أو القوة الكهرمحركة للمولد، تزداد الطاقة الكهربائية المخزونة في المكثف و يمكن إبرازها من خلال عدد دورات المحرك.

ب. خلاصة:

نعتبر مكثفا سعته C يجتازه تيارا كهربائيا شدته i، و التوتر بين مربطيه هو u_C. القدرة الكهربائية المكتسبة من طرف المكثف هي: $P=u_C.i$ أي أن: $P=u_C.C\frac{du_C}{dt}$ أي أن: $P=\frac{d(\frac{1}{2}C.u_C^2)}{dt}$ ، ونعلم أن: $P=\frac{dE_e}{dt}$ ،

ومنه تكتب **الطاقة الكهربائية** المخزونة في المكثف التي وحدتها الجول (J) كما يلي:

$$E_e=\frac{1}{2}C.u_C^2 \quad \text{أو} \quad E_e=\frac{1}{2}q.u_C \quad \text{أو} \quad E_e=\frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$$