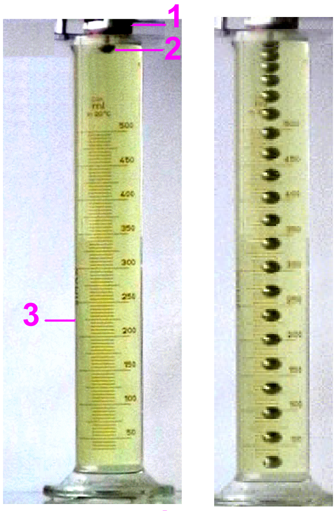
السقوط الرأسي لجسم صلب

I. السقوط الرأسي باحتكاك

- دراسة تجريبية

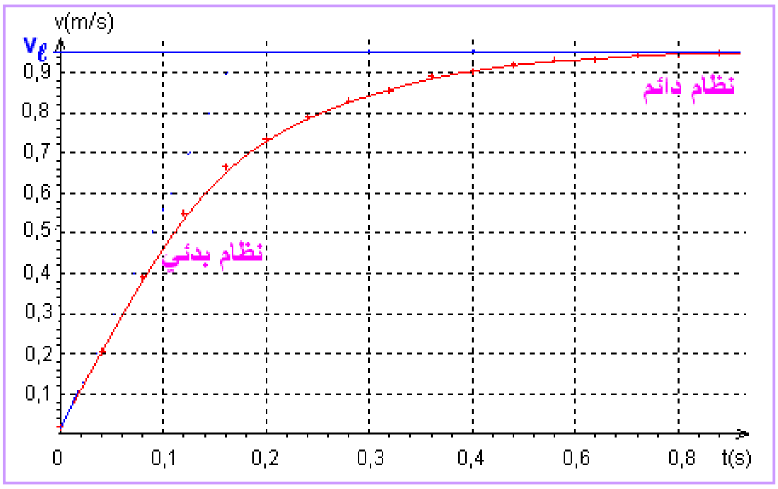


① كهرمغنطيس
② كرية فولاذية
③ أنبوب مملوء بزيت

بواسطة كاميرا رقمية تصور حركة كرية فولاذية تسقط في مائع (محلول الغليسيرول أو زيت) بدون سرعة بدئية . تمكن معالجة الشريط بواسطة حاسوب من تحديد مواضع مركز القصور للكرية و حساب سرعته اللحظية v(t) .

يبرز مخطط السرعة v = f(t) نظامين:

- نظام بدئي يسمى النظام الانتقالي حيث ترتفع سرعة الكرية ، مع تناقص في التسارع.
- نظام نهائي يسمى النظام الدائم حيث سرعة الكرية تؤول إلى قيمة حدية v_ℓ تبقى ثابتة.



- دراسة نظرية

▪ جرد القوى و مميزاتها

في مائع يخضع جسم لثلاث قوى و هي:

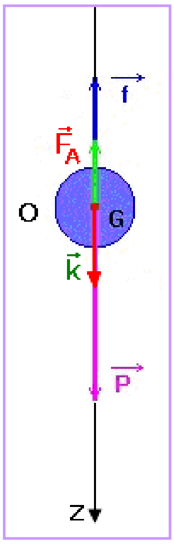
وزنه	دافعة أرخميد	قوة الاحتكاك المائع
$\boxed{\vec{P} = m\vec{g}}$ - الاتجاه: رأسي - المنحنى: نحو الأسفل - الشدة: $P = mg = \rho V g \quad (N)$ m كتلة الجسم (kg) ρ كتلته الحجمية $(kg \cdot m^{-3})$ V حجمه (m^3) g شدة الثقالة $(N \cdot kg^{-1})$	$\boxed{\vec{F}_A = -\rho_0 V \vec{g}}$ - الاتجاه: رأسي - المنحنى: نحو الأعلى - الشدة: $F_A = \rho_0 V g \quad (N)$ ρ_0 الكتلة الحجمية للمائع V حجم الجسم باعتباره مغمورا كليا في المائع.	$\boxed{\vec{f} = -K v^n \vec{k}}$ - الاتجاه: اتجاه متجهة سرعة مركز قصور الجسم. - المنحنى: معاكسة لمتجهة سرعة مركز قصور الجسم. - الشدة: $F_A = K v^n \quad (N)$ n=1 في حالة سرعة حدية ضعيفة. n=2في حالة سرعة حدية مرتفعة. K ثابتة تتعلق بنوعية المائع و بشكل الجسم.

لمقارنة وزن الجسم و دافعة أرخميد التي يطبقها المائع عليه تعتبر النسبة التالية:

$$\frac{F_A}{P}=\frac{\rho_0 V g}{\rho V g}=\frac{\rho_0}{\rho}$$

في الحالة $\rho_0 \ll \rho$ يمكن إهمال دافعة أرخميد أمام وزن الجسم.

كمثال لهذه الحالة سقوط جسم صلب كثيف(كرية فولاذية مثلا) في الهواء.



▪ المعادلة التفاضلية للحركة

تطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجسم (الكرية) يعطي: $\vec{P}+\vec{F}_A+\vec{f}=m\vec{a}_G$

بالإسقاط على المحور(Oz) تستنتج المعادلة التفاضلية المميزة للسقوط الرأسي باحتكاك:

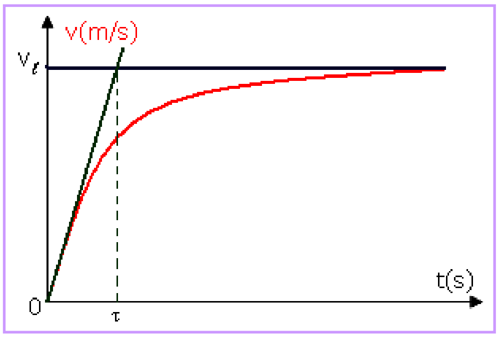
$$\boxed{\frac{dv}{dt}+\alpha v^n=\beta}$$

بوضع:

$$\begin{cases}\alpha=\dfrac{k}{m}\\ \beta=g\,(1-\dfrac{\rho_0}{\rho})\end{cases}$$

▪ المقادير المميزة للحركة

السرعة الحدية	▪ مبيانيا: باستغلال مخطط السرعة ▪ نظريا: باعتبار $v=v_\ell=cte$ في المعادلة التفاضلية يتوصل إلى: $\boxed{v_\ell=\left[\frac{mg}{k}(1-\frac{\rho_0}{\rho})\right]^{\frac{1}{n}}}$
التسارع البدئي	▪ مبيانيا: تساوي ميل المماس لمخطط السرعة عند أصل التواريخ. ▪ نظريا: باعتبار $v_0=0$ في المعادلة التفاضلية يستنتج: $\boxed{a_0=g(1-\frac{\rho_0}{\rho})}$
الزمن المميز	▪ مبيانيا: يمثل أفصول نقطة تقاطع المماس عند أصل التواريخ مع المقارب. ▪ نظريا: $\boxed{\tau=\frac{v_\ell}{a_0}}$



▪ حل المعادلة التفاضلية بطريقة "أولير"

❖ من المعادلة التفاضلية يستنتج التسارع في لحظة t_i: $\quad a_i=\beta-\alpha v_i^n \quad (1)$

❖ من جهة أخرى في مجال زمني δt صغير جدا يمكن تطبيق المقاربة التالية: $\frac{dv}{dt}\approx\frac{\delta v}{\delta t}$

أي: $a_i\approx\frac{v_{i+1}-v_i}{\delta t}$ و منها: $\quad v_{i+1}=v_i+a_i\,\delta t \quad (2)$

❖ بمعرفة السرعة البدئية v_0 و الثابتتين α و β تمكن العلاقتان (1) ثم (2) من حساب قيم السرعة اللحظية للجسم خطوة خطوة في لحظات متتالية تفصل بينها المدة δt. هذه المدة تسمى" خطوة الحساب".

و بالتالي يمكن تمثيل المنحنى النظري $v=f(t)$.

❖ تعطي هذه الحسابات نتائج أكثر دقة كلما كانت المدة δt أصغر، عموما تؤخذ: $\delta t = \frac{\tau}{10}$ (τ الزمن المميز).

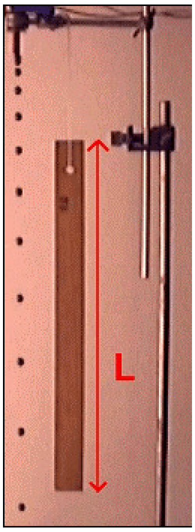
❖ يمكن التطابق بين النتائج النظرية و التجريبية من التحقق من صلاحية نموذج قوة الاحتكاك المعمول به:

$f = Kv \quad (n=1)$ أو $f = Kv^2 \quad (n=2)$.

II. السقوط الرأسي الحر

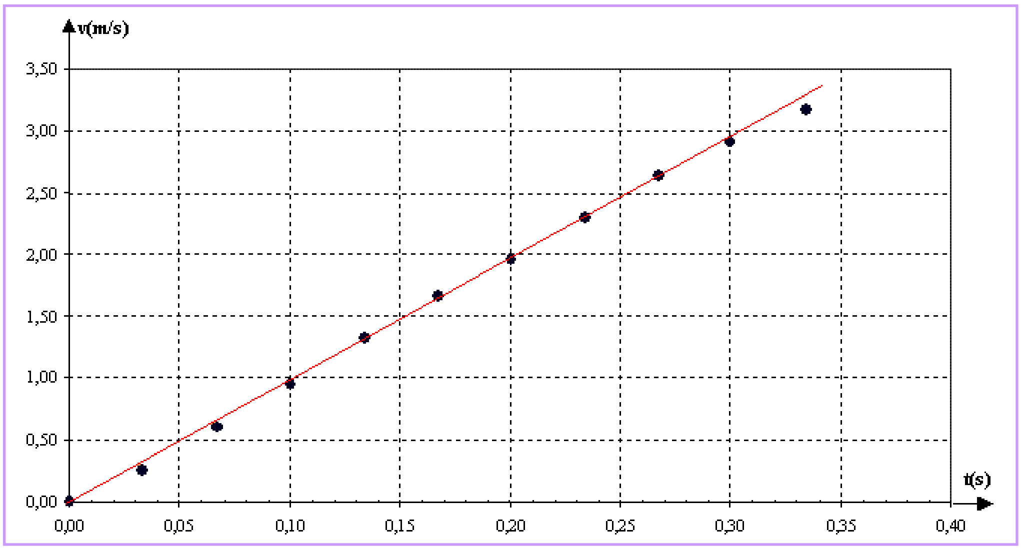
تعريف يعتبر جسم في سقوط حر إذا كان يخضع لوزنه فقط.

- دراسة تجريبية



بواسطة كاميرا رقمية نصور حركة كرية فولاذية تسقط في الهواء بدون سرعة بدئية .
تمكن معالجة الشريط بواسطة حاسوب من تحديد مواضع مركز القصور للكرية
و حساب سرعتها اللحظية v(t).

مخطط السرعة مستقيم: حركة الكرية مستقيمية
متسارعة بانتظام، و تسارعها هو: $\boxed{a = g}$



☜ مبيانيا التسارع يساوي ميل المستقيم.

- دراسة نظرية

▪ المعادلة التفاضلية

يخضع الجسم(الكرية) لوزنه فقط: $\vec{P} = m\vec{g}$

و بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجسم: $\vec{P} = m\vec{a}_G$

يستنتج تسارع مركز قصوره: $\vec{a}_G = \vec{g}$

ثم بالإسقاط على محور(Oz) رأسي موجه نحو الأسفل، تستنتج المعادلة التفاضلية المميزة للسقوط الرأسي الحر:

$$\boxed{\frac{dv}{dt} = g}$$

- المعادلات الزمنية

التسارع	$a = g$
السرعة	$v = gt + v_0$
الموضع	$z = \frac{1}{2}gt^2 + v_0t + z_0$