

تصحيح الامتحان الوطني الدورة العادية 2016

علوم رياضية

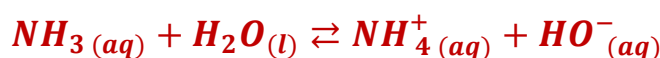
الكيمياء

الجزء الأول : دراسة محلول مائي للامونياك و تفاعله مع حمض

1- دراسة محلول مائي للامونياك

1-1- تحضير المحلول S_1

1-1-1- معادلة تفاعل الامونياك مع الماء :



1-1-2- تعبير τ_1 بدلالة C_1 و pH_1 و K_e :

جدول التقدم :

معادلة التفاعل		$NH_3(aq) + H_2O(l) \rightleftharpoons NH_4^+(aq) + HO^-(aq)$			
الحالة المجموعة	التقدم	كميات المادة ب (mol)			
الحالة البدئية	0	$C_1 \cdot V_1$	بوفرة	0	0
خلال التحول	x	$C_1 \cdot V_1 - x$	بوفرة	x	x
الحالة النهائية	$x_{\acute{e}q}$	$C_1 \cdot V_1 - x_{\acute{e}q}$	بوفرة	$x_{\acute{e}q}$	$x_{\acute{e}q}$

حسب الجدول الوصفي : $[HO^-]_f = \frac{x_{\acute{e}q}}{V_1}$ أي : $x_{\acute{e}q} = [HO^-]_f \cdot V_1$

و المتفاعل المحد هو NH_3 نكتب : $C_1 \cdot V_1 - x_{max} = 0$ ومنه : $x_{max} = C_1 \cdot V_1$

حسب الجداء الأيوني للماء : $K_e = [H_3O^+]_f \cdot [HO^-]_f$

$$[HO^-]_f = \frac{K_e}{[H_3O^+]_f} = \frac{K_e}{10^{-pH_1}} = K_e \cdot 10^{-pH_1}$$

حسب تعبير نسبة التقدم النهائي :

$$\tau_1 = \frac{x_{\acute{e}q}}{x_{max}} = \frac{K_e \cdot 10^{-pH_1} \cdot V_1}{C_1 \cdot V_1} = \frac{K_e \cdot 10^{-pH_1}}{C_1}$$

$$\tau_1 = \frac{10^{-14} \times 10^{10,6}}{10^{-2}} \approx 4 \cdot 10^{-2} = 4\% \quad \text{حساب } \tau_1 :$$

1-1-3- تعبير ثابتة التوازن K بدلالة C_1 و τ_1 :

حسب تعبير نسبة التقدم النهائي : $x_{\acute{e}q} = \tau_1 \cdot C_1 \cdot V_1$ ومنه $\tau_1 = \frac{x_{\acute{e}q}}{x_{max}} = \frac{x_{\acute{e}q}}{C_1 \cdot V_1}$

حسب الجدول الوصفي لدينا : $[HO^-]_f = [NH_4^+]_f = \frac{x_{\acute{e}q}}{V_1} = \frac{\tau_1 \cdot C_1 \cdot V_1}{V_1} = \tau_1 \cdot C_1$

و $[NH_3]_f = \frac{C_1 \cdot V_1 - x_{\acute{e}q}}{V_1} = \frac{C_1 \cdot V_1}{V_1} - \frac{x_{\acute{e}q}}{V_1} = C_1 - \tau_1 \cdot C_1 = C_1(1 - \tau_1)$

تعبير ثابتة التوازن :

$$K = \frac{[NH_4^+]_f \cdot [HO^-]_f}{[NH_3]_f} = \frac{(\tau_1 \cdot C_1)^2}{C_1(1 - \tau_1)} = \frac{\tau_1^2 \cdot C_1}{1 - \tau_1}$$

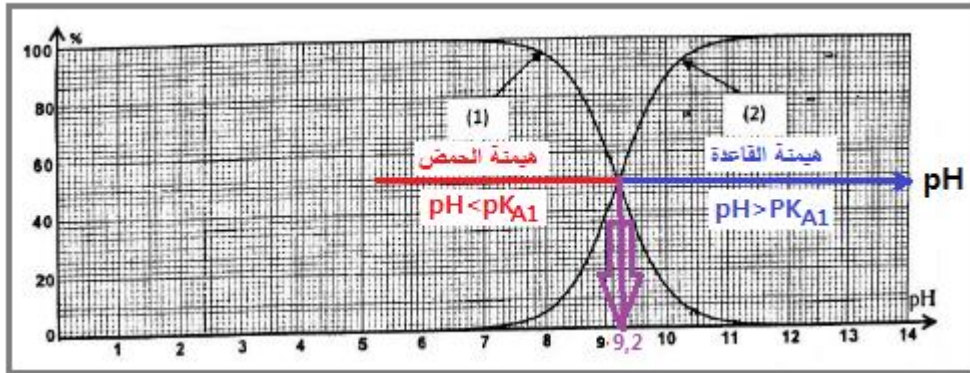
حساب K :

$$K = \frac{(4 \cdot 10^{-2})^2 \cdot 10^{-2}}{1 - 4 \cdot 10^{-2}} \approx 1,67 \cdot 10^{-5}$$

1-2- دراسة المحلول المخفف S₂

1-2-1- منحنى النوع القاعدي المهيمن :

عند قيمة $pH = 10,4 > pK_{A1} = 9,2$ للنوع القاعدي NH_3 هو المهيمن (أنظر الشكل أسفله) وبالتالي المنحنى 2 يمثل مخطط توزيع النوع القاعدي .



1-2-2- التحديد المبياني ل :

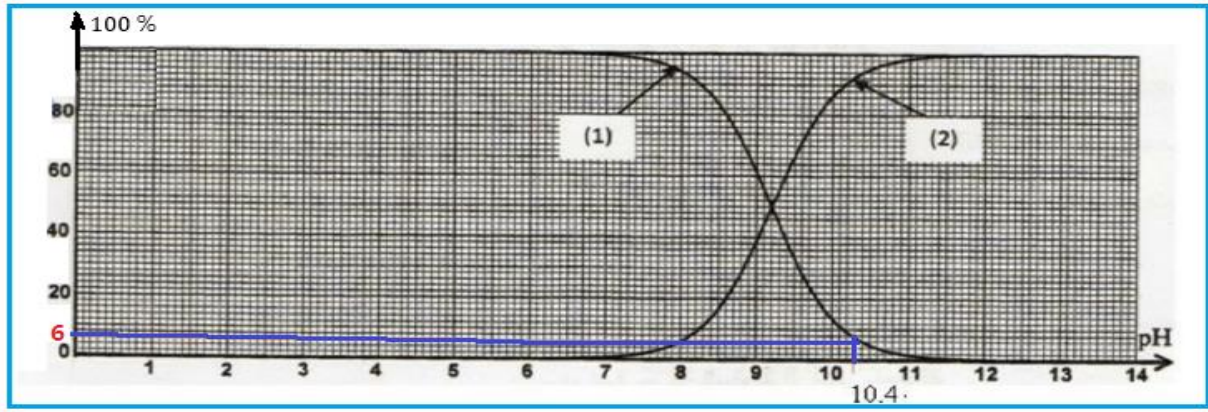
أ- قيمة الثابتة p_{A1} :

حسب المبيان عندما يكون $[NH_3] = [NH_4^+]_f$ نحصل على $pH = pK_{A1}$ مبيانيا نجد : $pK_{A1} = 9,2$

ب- نسبة التقدم النهائي τ_2 :

$$\tau_2 = \frac{x_{\acute{e}q}}{x_{max}} = \frac{[NH_4^+]_f}{C_2} = \frac{[NH_4^+]_f}{[NH_4^+]_f + [NH_3]_f}$$

عند $pH_2 = 10,4$ مبيانيا نسبة الحمض هي : $\tau_2 = 0,06 = 6\%$



1-2-3- مقارنة τ_1 و τ_2 :

نلاحظ ان $\tau_2 > \tau_1$ نستنتج ان نسبة التقدم النهائي تتعلق بالحالة البدئية و هي تتزايد مع التخفيف.

2- دراسة تفاعل الأمونياك مع أيون مثيل أمونيوم

2-1- معادلة تفاعل الأمونياك مع الأيون مثيل أمونيوم :



2-2- ثابتة التوازن K' :

$$K' = \frac{[NH_4^+]_{\acute{e}q} \cdot [CH_3NH_2]_{\acute{e}q}}{[NH_3]_{\acute{e}q} \cdot [CH_3NH_3^+]_{\acute{e}q}} = \frac{[CH_3NH_2]_{\acute{e}q} \cdot [H_3O^+]_{\acute{e}q}}{[CH_3NH_3^+]_{\acute{e}q}} \cdot \frac{[NH_4^+]_{\acute{e}q}}{[NH_3]_{\acute{e}q} \cdot [H_3O^+]_{\acute{e}q}} = \frac{K_{A2}}{K_{A1}}$$

$$K' = \frac{10^{-pK_{A2}}}{10^{-pK_{A1}}} = 10^{-pK_{A1} + pK_{A2}}$$

$$K' = 10^{9,2-10,7} \approx 3,16 \cdot 10^{-2}$$

2-3- إثبات تعبير تركيز كل من CH_3NH_2 و NH_4^+ :

الجدول الوصفي :

معادلة التفاعل		$NH_3(aq) + CH_3NH_3^+(aq) \rightleftharpoons NH_4^+(aq) + CH_3NH_2(aq)$			
الحالة المجموعة	التقدم	كميات المادة ب (mol)			
الحالة البدئية	0	$C \cdot V$	$C \cdot V$	0	0
خلال التحول	x	$C \cdot V - x$	$C \cdot V - x$	x	x
الحالة النهائية	$x_{\acute{e}q}$	$C \cdot V - x_{\acute{e}q}$	$C \cdot V - x_{\acute{e}q}$	$x_{\acute{e}q}$	$x_{\acute{e}q}$

حسب الجدول الوصفي :

$$[NH_4^+]_{\acute{e}q} = [CH_3NH_2]_{\acute{e}q} = \frac{x_{\acute{e}q}}{2V}$$

$$[NH_3]_{\acute{e}q} = [CH_3NH_3^+]_{\acute{e}q} = \frac{C.V - x_{\acute{e}q}}{2V} = \frac{n - x_{\acute{e}q}}{2V}$$

$$K' = \frac{[NH_4^+]_{\acute{e}q} \cdot [CH_3NH_2]_{\acute{e}q}}{[NH_3]_{\acute{e}q} \cdot [CH_3NH_3^+]_{\acute{e}q}} = \frac{[NH_4^+]_{\acute{e}q}^2}{[NH_3]_{\acute{e}q}^2} = \frac{\left(\frac{x_{\acute{e}q}}{2V}\right)^2}{\left(\frac{n-x_{\acute{e}q}}{2V}\right)^2} = \left(\frac{x_{\acute{e}q}}{n - x_{\acute{e}q}}\right)^2$$

$$\frac{x_{\acute{e}q}}{n - x_{\acute{e}q}} = \sqrt{K'} \Rightarrow x_{\acute{e}q} = \sqrt{K'} \cdot (n - x_{\acute{e}q}) = n \cdot \sqrt{K'} - x_{\acute{e}q} \cdot \sqrt{K'}$$

$$x_{\acute{e}q}(1 + \sqrt{K'}) = n \cdot \sqrt{K'} \Rightarrow x_{\acute{e}q} = \frac{n \cdot \sqrt{K'}}{1 + \sqrt{K'}} = \frac{C.V \cdot \sqrt{K'}}{1 + \sqrt{K'}}$$

$$[NH_4^+]_{\acute{e}q} = [CH_3NH_2]_{\acute{e}q} = \frac{x_{\acute{e}q}}{2V} = \frac{C.V \cdot \sqrt{K'}}{2V(1 + \sqrt{K'})}$$

نستنتج :

$$[NH_4^+]_{\acute{e}q} = [CH_3NH_2]_{\acute{e}q} = \frac{C}{2} \cdot \frac{\sqrt{K'}}{1 + \sqrt{K'}}$$

2-4- تحديد **pH** الخليط عند التوازن :

لدينا :

$$pH = pK_{A1} + \log \frac{[NH_3]_{\acute{e}q}}{[NH_4^+]_{\acute{e}q}}$$

$$[NH_4^+]_{\acute{e}q} = \frac{C}{2} \cdot \frac{\sqrt{K'}}{1 + \sqrt{K'}}$$

$$[NH_3]_{\acute{e}q} = \frac{C.V - x_{\acute{e}q}}{2V} = \frac{C}{2} - \frac{x_{\acute{e}q}}{2V} = \frac{C}{2} - \frac{C.V \cdot \sqrt{K'}}{2V(1 + \sqrt{K'})} = \frac{C}{2} \left(1 - \frac{\sqrt{K'}}{1 + \sqrt{K'}}\right)$$

$$[NH_3]_{\acute{e}q} = \frac{C}{2} \left(\frac{1 - \sqrt{K'} + \sqrt{K'}}{1 + \sqrt{K'}}\right) = \frac{C}{2} \left(\frac{1}{1 + \sqrt{K'}}\right)$$

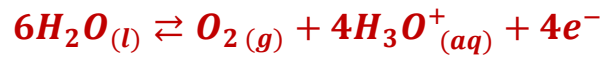
$$\frac{[NH_3]_{\acute{e}q}}{[NH_4^+]_{\acute{e}q}} = \frac{\frac{c}{2} \left(\frac{1}{1+\sqrt{K'}} \right)}{\frac{c}{2} \left(\frac{\sqrt{K'}}{1+\sqrt{K'}} \right)} = \frac{1}{\sqrt{K'}}$$

$$pH = pK_{A1} + \log \frac{1}{\sqrt{K'}} = pK_{A1} - \log \sqrt{K'}$$

$$pH = 9,2 - \frac{1}{2} \log(3,16 \cdot 10^{-2}) \approx 9,95$$

الجزء الثاني : التحليل الكهربائي لمحلول مائي لنترات لنترات الفضة

1- معادلة التفاعل الحاصل في الأنود (أكسدة انودية) :



2- إثبات تعبير التقدم x بالاستعانة بالجدول الوصفي :

معادلة التفاعل		$6H_2O(l) + 4Ag^+(s) \rightleftharpoons O_2(g) + 4H_3O^+(aq) + 4Ag(s)$					كمية مادة	
حالة المجموعة	التقدم	كميات المادة بالمول					الإلكترونات المنتقلة	
الحالة البدئية	0	بوفرة	$n_i(Ag^+)$		0	n_0	0	$n(e^-) = 0$
خلال التحول	x	بوفرة	$n_i(Ag^+) - 4x$		x	$n_0 + 4x$	$4x$	$n(e^-) = 4x$
الحالة النهائية	x_f	بوفرة	$n_i(Ag^+) - 4x_f$		x_f	$n_0 + 4x_f$	$4x_f$	$n(e^-) = 4x_f$

حسب الجدول الوصفي :

$$[H_3O^+]_t = \frac{n_0 + 4x}{V} = [H_3O^+]_0 + \frac{4x}{V}$$

$$\frac{4x}{V} = [H_3O^+]_t - [H_3O^+]_0 \Rightarrow x = \frac{V}{4} (10^{-pH} - 10^{-pH_0})$$

3- تحديد اللحظة t_1 التي يأخذ فيها الخليط القيمة $pH_1 = 1,5$:

لدينا حسب الجدول الوصفي :

$$\begin{cases} n(e^-) = 4x \\ n(e^-) = \frac{I \cdot t_1}{F} \end{cases} \Rightarrow 4x = \frac{I \cdot t_1}{F} \Rightarrow x = \frac{I \cdot t_1}{4F}$$

$$\begin{cases} x = \frac{V}{4} (10^{-pH} - 10^{-pH_0}) \\ x = \frac{I \cdot t_1}{4F} \end{cases} \Rightarrow \frac{I \cdot t_1}{4F} = \frac{V}{4} (10^{-pH} - 10^{-pH_0}) \Rightarrow t_1 = \frac{F \cdot V}{I} (10^{-pH} - 10^{-pH_0})$$

$$t_1 = \frac{96500 \times 0,4}{0,266} (10^{-1,5} - 10^{-3}) \Rightarrow t_1 = 4443,75 \text{ s} \approx 14 \text{ h } 14 \text{ min}$$

الفيزياء

التحولات النووية : النشاط الإشعاعي للبولونيوم

1- معادلة التحول النووي :



حسب قانون انحفاظ الشحنة : $84 = Z + 2$ أي : $Z = 84 - 2 = 82$

النواة المتولدة هي : ${}_{82}^{206}\text{Pb}$

2- الطاقة الناتجة $|\Delta E|$ عن تفتت نواة واحدة من ${}_{84}^{210}\text{Po}$:

$$|\Delta E| = |E_\ell({}_{84}^{210}\text{Po}) - E_\ell({}_{82}^{206}\text{Pb}) - E_\ell({}_2^4\text{He})|$$

$$|\Delta E| = |1,6449 \cdot 10^3 - 1,6220 \cdot 10^3 - 28,2989| = |-5,3989| = 5,3989 \text{ MeV}$$

$$|\Delta E| \approx 5,4 \text{ MeV}$$

-3

3-1- اختيار الأقتراح الصحيح :

عدد النوى المتبقية عند اللحظة t يكتب : $N = N_0 \cdot e^{-t \cdot \ln 2 / t_{1/2}}$

عند اللحظة $t = 4t_{1/2}$ نحصل على :

$$N = N_0 \cdot e^{-4t_{1/2} \cdot \ln 2 / t_{1/2}} = N_0 \cdot e^{-4 \ln 2} = N_0 \cdot e^{\ln 2^{-4}} = N_0 \cdot 2^{-4} = \frac{N_0}{2^4} = \frac{N_0}{16}$$

عدد النوى المتفتتة هو : $N_D = N_0 - N = N_0 - \frac{N_0}{16} = \frac{15}{16} \cdot N_0$

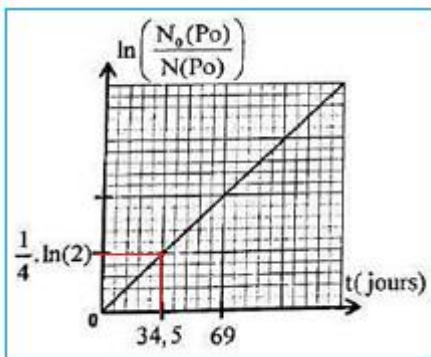
الجواب الصحيح هو د

3-2- تحديد عمر النصف $t_{1/2}$ مبيانيا :

قانون التناقص الإشعاعي يكتب :

$$N(\text{Po}) = N_0(\text{Po}) \cdot e^{-\lambda \cdot t} \Rightarrow \frac{N(\text{Po})}{N_0(\text{Po})} = e^{-\lambda \cdot t} \Rightarrow$$

$$\frac{N_0(\text{Po})}{N(\text{Po})} = e^{\lambda \cdot t} \quad (1)$$



$$\ln\left(\frac{N_0(Po)}{N(Po)}\right) = \lambda \cdot t \Rightarrow \ln\left(\frac{N_0(Po)}{N(Po)}\right) = \lambda \cdot t$$

$$\lambda = \frac{\Delta \ln\left(\frac{N_0(Po)}{N(Po)}\right)}{\Delta t} = \frac{\frac{1}{4} \cdot \ln 2}{34,5}$$

$$\frac{\ln 2}{t_{1/2}} = \frac{\frac{1}{4} \cdot \ln 2}{34,5}$$

$$t_{1/2} = 4 \times 34,5 = 138 \text{ jours}$$

3-3- تحديد t_1 :

العلاقة (1) تكتب :

$$\frac{N_0(Po)}{N(Po)} = e^{\lambda \cdot t_1} \Rightarrow \lambda \cdot t_1 = \ln\left(\frac{N_0(Po)}{N(Po)}\right) \Rightarrow t_1 = \frac{1}{\lambda} \cdot \ln\left(\frac{N_0(Po)}{N(Po)}\right)$$

$$t_1 = \frac{t_{1/2}}{\ln 2} \cdot \ln\left(\frac{N_0(Po)}{N(Po)}\right)$$

$$N(Po) + N(Pb) = N_0(Po)$$

$$\frac{N_0(Po)}{N(Po)} = \frac{N(Po) + N(Pb)}{N(Po)} = 1 + \frac{N(Pb)}{N(Po)} = 1 + \frac{2}{5} = \frac{7}{5}$$

العلاقة (2) تكتب :

$$t_1 = \frac{138}{\ln 2} \times \ln\left(\frac{7}{5}\right) = 67 \text{ jours}$$

الكهرباء :

1- استجابة ثنائي القطب RL لرتبة توتر

1-1 إثبات المعادلة التفاضلية التي تحققها شدة التيار $i(t)$

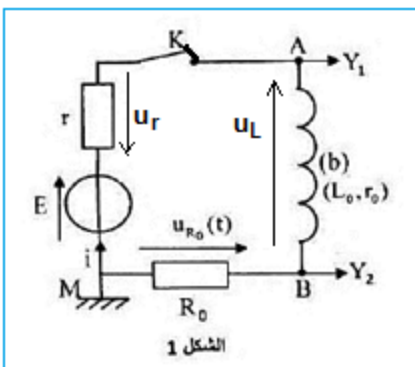
حسب قانون إضافية التوترات :

$$u_{R_0} + u_L + u_r = E$$

$$R_0 \cdot i + r_0 \cdot i + L_0 \cdot \frac{di}{dt} + r \cdot i = E \Rightarrow L_0 \cdot \frac{di}{dt} + (R_0 + r_0 + r) \cdot i = E$$

المعادلة التفاضلية تكتب :

$$\frac{L_0}{R_0 + r_0 + r} \cdot \frac{di}{dt} + i = \frac{E}{R_0 + r_0 + r}$$



$$\tau \cdot \frac{di}{dt} + i = I \begin{cases} I = \frac{E}{R_0 + r_0 + r} : \text{ شدة التيار في النظام الدائم} \\ \tau = \frac{L_0}{R_0 + r_0 + r} : \text{ ثابتة الزمن} \end{cases}$$

1-2- قيمة E :

حسب المنحنى (C_1) الذي يمثل التوتر u_{AM} عند اللحظة $t = 0$ يكون $i = 0$ ومنه مبيانيا نجد:

$$u_{AM} = E = 12 V$$

1-3- قيمة r :

التوتر $u_{AM} = E - ri$ في النظام الدائم يكتب :

$$r = \frac{E - u_{AM\infty}}{I} \quad \text{أي} \quad u_{AM\infty} = E - r \cdot I$$

التوتر $u_{BM} = R_0 \cdot i$ في النظام الدائم يكتب :

$$I = \frac{u_{BM\infty}}{R_0} \quad \text{أي} \quad u_{BM\infty} = R_0 \cdot I$$

من العلاقتين نستنتج :

$$r = \frac{E - u_{AM\infty}}{R_0} \cdot u_{BM}$$

$$r = \frac{12 - 10}{9} \times 45 = 10 \Omega$$

إثبات ان $r_0 = 5 \Omega$

في النظام الدائم المعادلة التفاضلية تكتب :

$$I = \frac{E}{R_0 + r_0 + r} \Rightarrow R_0 + r_0 + r = \frac{E}{I} \Rightarrow r_0 = \frac{E}{u_{BM}} \cdot R_0 - R_0 - r$$

$$r_0 = \frac{12}{9} \times 45 - 45 - 10 = 5 \Omega$$

1-4- التحقق من قيمة L_0 :

$$L_0 = \tau \cdot (R_0 + r_0 + r) \quad \text{أي} \quad \tau = \frac{L_0}{R_0 + r_0 + r}$$

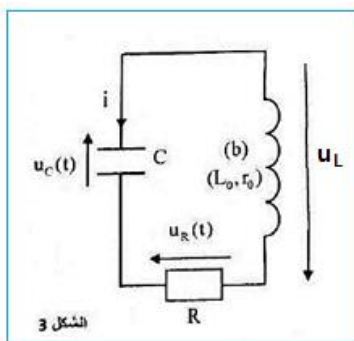
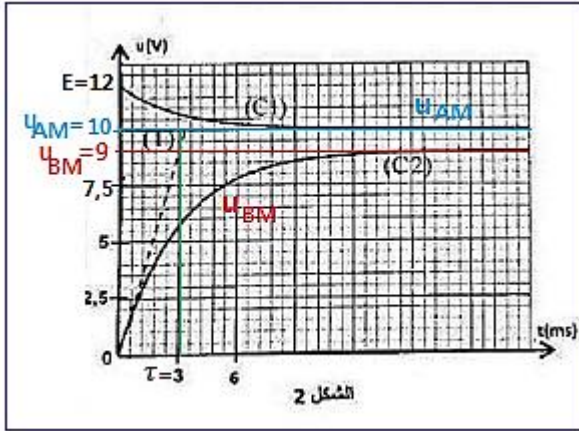
مبيانيا نجد : $\tau = 3 \text{ ms}$

$$L_0 = 3 \cdot 10^{-3} \times (45 + 5 + 10) = 0,18 H$$

2- تفريغ مكثف في ثنائ القطب RL

2-1- النظام الذي يوافق منحنى الشكل 4 :

النظام شبه دوري



2-2- إثبات المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_C(t)$:

حسب قانون إضافية التوترات :

$$u_L + u_R + u_C = 0$$

$$L_0 \cdot \frac{di}{dt} + r_0 \cdot i + R \cdot i + u_C = 0$$

$$L_0 \cdot \frac{di}{dt} + (R + r_0) \cdot i + u_C = 0$$

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(C \cdot u_C)}{dt} = C \cdot \frac{du_C}{dt}$$

$$\frac{di}{dt} = \frac{d}{dt} \left(C \cdot \frac{du_C}{dt} \right) = C \cdot \frac{d}{dt} \frac{du_C}{dt} = C \cdot \frac{d^2 u_C}{dt^2}$$

$$L_0 \cdot C \cdot \frac{d^2 u_C}{dt^2} + (R + r_0) \cdot C \cdot \frac{du_C}{dt} + u_C = 0$$

المعادلة التفاضلية تكتب :

$$\frac{d^2 u_C}{dt^2} + \frac{R + r_0}{L_0} \cdot \frac{du_C}{dt} + \frac{1}{L_0 \cdot C} u_C = 0$$

2-3- الطاقة $|E_J|$ المبددة بمفعول جول بين اللحظتين $t_1 = 0$ و $t_2 = 14 \text{ ms}$:

$$E_T = E_e + E_m = \frac{1}{2} C \cdot u_C^2 + \frac{1}{2} L_0 \cdot i^2$$

عند اللحظة $t_1 = 0$ حسب الشكل 4

$$\begin{cases} u_C(0) = 12 \\ i(0) = 0 \end{cases} \Rightarrow E_{T1} = E_{e1} = \frac{1}{2} C \cdot u_C^2(0) = \frac{1}{2} \times 14,1 \times 10^{-6} \times 12^2 = 1,015 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$

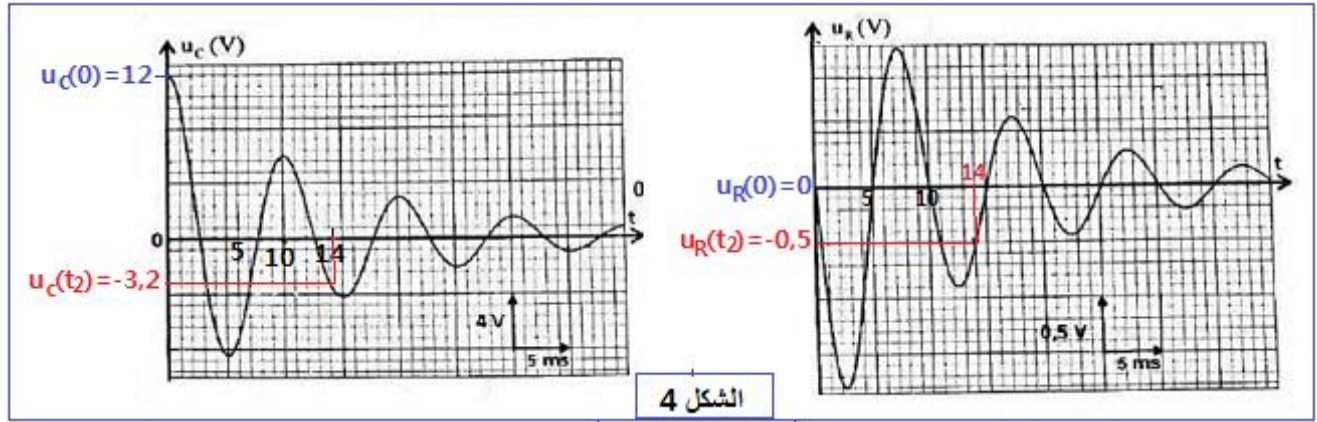
عند اللحظة $t_2 = 14 \text{ ms}$ حسب الشكل 4

$$\begin{cases} u_C(t_2) = 3,2 \text{ V} \\ u_R(t_2) = -0,5 \text{ V} \end{cases} \Rightarrow E_{T2} = E_{e2} + E_{m2} = \frac{1}{2} C \cdot u_C^2(t_2) + \frac{1}{2} L_0 \cdot i^2(t_2) = \frac{1}{2} C \cdot u_C^2(t_2) + \frac{1}{2} L_0 \cdot \left(\frac{u_R(t_2)}{R} \right)^2$$

$$= \frac{1}{2} \times 14,1 \times 10^{-6} \times (-3,2)^2 + \frac{1}{2} \times 0,18 \times \left(\frac{-0,4}{20} \right)^2 = 1,284 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$

$$|E_J| = |E_{T1} - E_{T2}| = |1,015 \cdot 10^{-3} - 1,284 \cdot 10^{-4}| = 8,868 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$

$$|E_J| \approx 9 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$



3- التذبذبات القسرية في دائرة RLC على التوالي

3-1- تردد تردد التذبذبات الكهربائية عند الرنين :

حسب تعبير معامل الجودة :

$$Q = \frac{N_0}{\Delta N} \Rightarrow N_0 = Q \cdot \Delta N$$

$$N_0 = 7 \times 14,3 \approx 100 \text{ Hz}$$

3-2- تحديد قيمة R_1 :

عند الرنين ، ممانعة الدارة تساوي : $Z_0 = R_1 + r_0$

حسب تعبير التوتر $u_{AB}(t) = 3\sqrt{2}\cos(2\pi \cdot N \cdot t)$ فإن التوتر الفعال هو $U = 3V$

$$Z_0 = \frac{U}{I_0} \Rightarrow R_1 + r_0 = \frac{U}{I_0} \Rightarrow R_1 = \frac{U}{I_0} - r_0$$

$$R_1 = \frac{3}{1,85 \cdot 10^2 \times 10^{-3}} - 5 = 11,2 \Omega$$

- تحديد قيمة C_1 : عند الرنين تعبير التردد الخاص يكتب :

$$N_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_0 \cdot C_1}} \Rightarrow N_0^2 = \frac{1}{4\pi^2 \cdot L_0 \cdot C_1} \Rightarrow C_1 = \frac{1}{4\pi^2 \cdot L_0 \cdot N_0^2}$$

$$C_1 = \frac{1}{4\pi^2 \times 0,18 \times 100^2} = 1,4 \cdot 10^{-5} \text{ F}$$

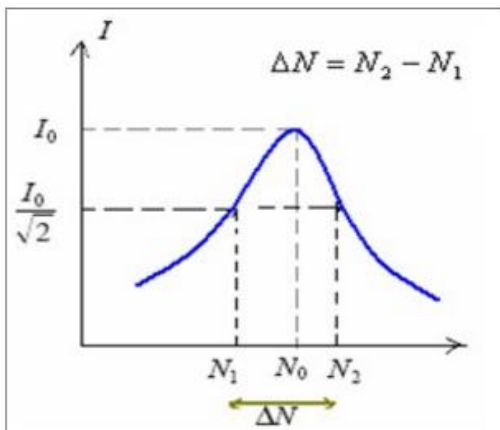
$$C_1 = 14 \mu\text{F}$$

3-3- القدرة الكهربائية المتوسطة المستهلكة بمفعول جول، عندما يأخذ التردد

إحدى قيمتي المنطقة الممرية :

قيمة شدة التيار (انظر الشكل جانبه) : $I = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$

$$P = R_T \cdot I^2$$



$$P = (R_1 + r_0) \cdot \left(\frac{I_0}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{1}{2} (R_1 + r_0) \cdot I_0^2$$

$$P = \frac{1}{2} \times (11,2 + 5) \times 0,185^2 \approx 0,28 \text{ W}$$

الميكانيك

الجزء الأول : دراسة حركة سقوط كرتين في الهواء

1- إثبات المعادلة التفاضلية التي تحققها السرعة v_z لمركز قصور الكرة :

المجموعة المدروسة : {الكرة}

- جرد القوى بعد إهمال دافعة أرخميدس تخضع الكرة لقوتين :

\vec{P} : وزن الكرة

\vec{f} : قوة الاحتكاك المائع

تطبيق القانون الثاني لنيوتن : $\sum \vec{F}_{ext} = m_1 \cdot \vec{a}_G$ أي $\vec{P} + \vec{f} = m \cdot \vec{a}_G$

الاسقاط على المحور Oz :

$$-m_1 \cdot g + f = m_1 \cdot a_z \Rightarrow -g + \frac{f}{m_1} = \frac{dv_z}{dt}$$

$$m_1 = \rho_1 \cdot V = \frac{4}{3} \pi R^3 \cdot \rho_1 \quad , \quad f = 0,22 \cdot \rho_{air} \cdot \pi \cdot R^2 \cdot v_z^2$$

$$\frac{f}{m_1} = \frac{0,22 \cdot \rho_{air} \cdot \pi \cdot R^2}{\frac{4}{3} \pi R^3 \cdot \rho_1} \cdot v_z^2 = 0,165 \cdot \frac{\rho_{air}}{R \cdot \rho_1} \cdot v_z^2$$

$$\frac{dv_z}{dt} = -g + 0,165 \cdot \frac{\rho_{air}}{R \cdot \rho_1} \cdot v_z^2$$

2- تعبير السرعة الحدية لحركة الكرة (b) :

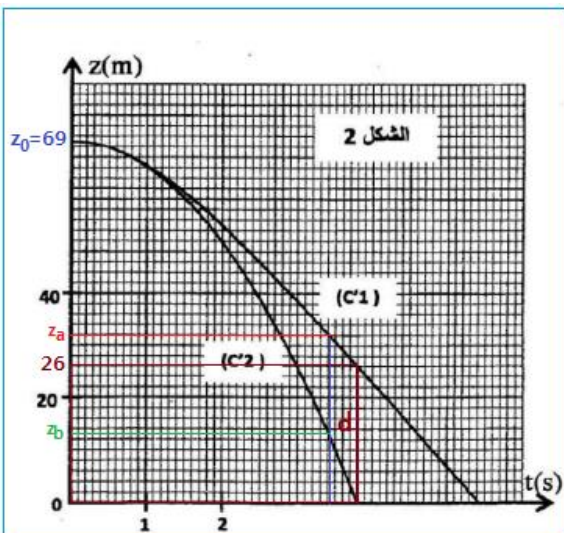
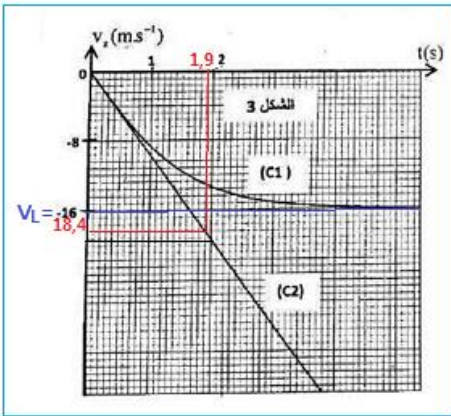
عندما تأخذ الكرة السرعة الحدية v_L يكون $\frac{dv_z}{dt} = 0$ المعادلة التفاضلية تكتب :

$$-g + 0,165 \cdot \frac{\rho_{air}}{R \cdot \rho_1} \cdot v_L^2 = 0 \Rightarrow v_L^2 = \frac{g \cdot R \cdot \rho_1}{0,165 \rho_{air}}$$

$$v_L = \sqrt{\frac{g \cdot R \cdot \rho_1}{0,165 \rho_{air}}}$$

-3

3-1- بالنسبة للكرة (b) نحدد السرعة الحدية :



$$v_L = \sqrt{\frac{g \cdot R \cdot \rho_2}{0,165 \rho_{air}}} = \sqrt{\frac{9,8 \times 6 \cdot 10^{-2} \times 94}{0,165 \times 1,3}} = 16 \text{ m/s}$$

بما ان منحى حركة الكرة معاكس لمنحى المحور Oz ، فإن :

$$v_{Lz} = -16 \text{ m/s}$$

حسب الشكل 3 السرعة الحدية $v_{Lz} = -16 \text{ m/s}$ للمنحنى (C_1) يوافق تغيرات سرعة الكرة (b) .

3-2- تفسير موافقة المنحنى (C_2) تغيرات أنسوب الكرة (a) :

بمقارنة الكتلة الحجمية للكرتين نلاحظ ان : $\rho_1 > \rho_2$

أثناء السقوط أنسوب الكرة الاثقل هو الاكبر : $z(a) > z(b)$

و هو ما يوافق الشكل 3 جانبه.

إذن المنحنى (C_2) يوافق تغيرات أنسوب الكرة (a) .

4- طبيعة حركة الكرة (a) :

حسب مبيان الشكل 3 يتبين أن منحى (C_2) عبارة عن دالة خطية معادلتها تكتب : $v_z = kt$

إذن حرة الكرة (a) مستقيمة متغيرة (متسارعة) بانتظام.

k المعامل الموجه نكتب :

$$k = \frac{\Delta v_z}{\Delta t} = \frac{18,4 - 0}{1,9 - 0} = 9,68 \text{ m/s}^{-2}$$

معادلة السرعة تكتب : $v_z = 9,68 \cdot t$ التكامل يعطي :

$$z = \frac{1}{2} \times 9,68 t^2 + z_0$$

لدينا : $z_0 = h = 69m$

المعادلة الزمنية تكتب :

$$z(t) = 4,84 t^2 + 69$$

5- تحديد فرق الارتفاع d بين مركزي الكرتين لحظة وصول الكرة الأولى إلى سطح الارض :

حسب مبيان الشكل 2 تصل الكرة (a) إلى سطح الارض عند اللحظة $t = 3,8 \text{ s}$ عند هذه اللحظة يكون أنسوب الكرة (b)

هو $26m$ وبالتالي المسافة $d = 26 \text{ m}$

6- قيمة التسارع a_n :

حسب معادلة التفاضلية للسرعة للكرة (b) :

$$\frac{d v_z}{dt} = -g + 0,165 \cdot \frac{\rho_{air}}{R \cdot \rho_1} \cdot v_z^2$$

$$a_z = -9,8 + 0,165 \times \frac{1,3}{6 \cdot 10^{-2} \times 94} \cdot v_z^2 = -9,8 + 3,8 \cdot 10^{-2} \cdot v_z^2$$

باستعمال طريقة اولير :

$$a_n = -9,8 + 3,8 \cdot 10^{-2} \cdot v_n^2 \Rightarrow a_n = -9,8 + 3,8 \cdot 10^{-2} \times (-11,47)^2 \approx -4,8 \text{ m.s}^{-2}$$

حساب السرعة v_{n+1} :

$$v_{n+1} = a_n \cdot \Delta t + v_n \Rightarrow v_{n+1} = -4,8 \times 0,125 - 11,47 \approx -12,07 \text{ m.s}^{-1}$$

الجزء الثاني : دراسة حركة نواس اللي

1- إثبات المعادلة التفاضلية لحركة النواس :

المجموعة المدروسة { القضيب }

جاءت القوى التي يخضع لها القضيب :

الوزن \vec{P}

تأثير السلك \vec{T}

تأثير مزدوجة اللي ذات العزم $M_T = -C \cdot \theta$

تطبيق العلاقة الأساسية لديناميك الدوران :

$$M_{\Delta}(\vec{P}) + M_{\Delta}(\vec{T}) + M_T = J_{\Delta} \cdot \ddot{\theta}$$

خطا تأثير القوتين \vec{P} و \vec{T} يتقاطعان مع محور الدوران (Δ) : $M_{\Delta}(\vec{P}) = M_{\Delta}(\vec{T}) = 0$

$$-C \cdot \theta = J_{\Delta} \cdot \ddot{\theta}$$

$$\ddot{\theta} + \frac{C}{J_{\Delta}} \cdot \theta = 0$$

2- إثبات التعبير العددي للسرعة الزاوية :

حل المعادلة الزمنية يكتب : $\theta(t) = \theta_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi\right)$

اشتقاق الافصول الزاوي :

$$\frac{d\theta}{dt} = \dot{\theta}(t) = -\frac{2\pi}{T_0} \cdot \theta_m \sin\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi\right)$$

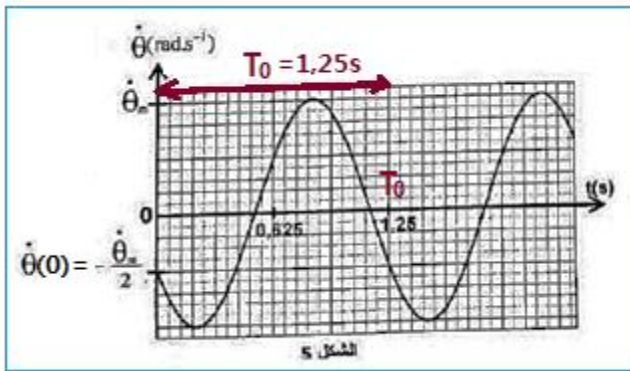
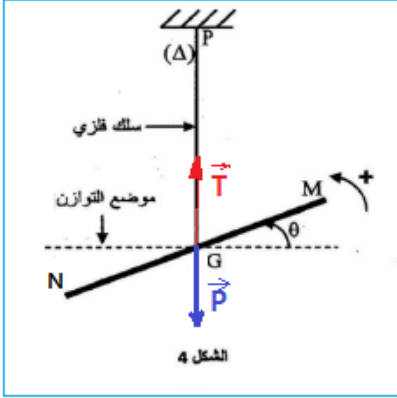
$$\dot{\theta}(t) = \dot{\theta}_m \sin\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi + \pi\right)$$

مبيانيا قيمة الدور الخاص : $T_0 = 1,25 \text{ s}$ ومنه :

$$\frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{1,25} = 1,6\pi$$

$$\dot{\theta}_m \leq \dot{\theta} \leq -\dot{\theta}_m \quad \text{مع} \quad \dot{\theta}_m = \frac{2\pi}{T_0} \cdot \theta_m = 1,6\pi \times \frac{\pi}{4} = 3,95 \approx 4 \text{ rad.s}^{-1}$$

عند اللحظة $t = 0$ لدينا :



$$\begin{cases} \dot{\theta}(0) = -\frac{2\pi}{T_0} \cdot \theta_m \sin\varphi \\ \dot{\theta}(0) = -\frac{\dot{\theta}_m}{2} \end{cases} \Rightarrow -\dot{\theta}_m \sin\varphi = -\frac{\dot{\theta}_m}{2} \Rightarrow \sin\varphi = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin\varphi = \sin\left(\frac{\pi}{6}\right)$$

$$\varphi = \pm \frac{\pi}{6} \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{6} \text{ (السرعة سالبة } \dot{\theta}(0) < 0)$$

تعبير السرعة الزاوية :

$$\dot{\theta}(t) = 4 \cdot \sin\left(1,6\pi t + \frac{\pi}{6} + \pi\right) \Rightarrow \dot{\theta}(t) = 4 \cdot \sin\left(1,6\pi t + \frac{7\pi}{6}\right)$$

2-2- تحديد قيمة C :

حسب تعبير الدور الخاص لنواس اللي :

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{J_{\Delta}}{C}} \Rightarrow T_0^2 = 4\pi^2 \cdot \frac{J_{\Delta}}{C} \Rightarrow C = 4\pi^2 \cdot \frac{J_{\Delta}}{T_0^2}$$

تطبيق عددي :

$$C = 4\pi^2 \times \frac{4 \cdot 10^{-4}}{1,25^2} = 1,01 \cdot 10^{-2} \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$$

3- الطاقة الميكانيكية للمتذبذب :

باعتبار الاحتكاكات مهملة، فإن الطاقة الميكانيكية للنواس تنحفظ :

$$E_m = E_c + E_{pt} = \frac{1}{2} J_{\Delta} \cdot \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} C \cdot \theta^2$$

عندما تكون الطاقة الحركية قصوى E_{cmax} تكون طاقة وضع اللي منعدمة $E_{pt min}$ والعكس صحيح.

$$E_m = \frac{1}{2} J_{\Delta} \cdot \dot{\theta}_m^2 \Rightarrow E_m = \frac{1}{2} \times 4 \times 10^{-4} \times 4^2 = 3,2 \cdot 10^{-3} \text{ J} \Rightarrow E_m = 3,2 \text{ mJ}$$

استنتاج طاقة وضع اللي عند اللحظة $t = 0$:

الطاقة الميكانيكية تنحفظ :

$$E_m = E_{m0} = E_{c0} + E_{pt0} \Rightarrow E_{pt0} = E_m - E_{c0}$$

مبيانيا حسب الشكل 5 نجد : $\dot{\theta}(0) = -\frac{\dot{\theta}_m}{2}$

$$E_{pt0} = E_m - E_{c0} = \frac{1}{2} J_{\Delta} \cdot \dot{\theta}_m^2 - \frac{1}{2} J_{\Delta} \cdot \dot{\theta}(0)^2 = \frac{1}{2} J_{\Delta} \cdot \left(\dot{\theta}_m^2 - \frac{1}{4} \dot{\theta}_m^2 \right) = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} J_{\Delta} \cdot \dot{\theta}_m^2 = \frac{3}{4} \cdot E_m$$

$$E_{pt0} = \frac{3}{4} \times 3,2 \cdot 10^{-3} = 2,4 \cdot 10^{-3} \text{ J} \Rightarrow E_{pt0} = 2,4 \text{ mJ}$$