

```

type couleur = Rouge | Noir ;;

type bicolore = Nil | Noeud of couleur * bicolore * int * bicolore ;;

```

(* question 1 *)

```

let rec hauteurnoire = function
  | Nil -> 0
  | Noeud (Rouge, fg, _, _) -> hauteurnoire fg
  | Noeud (Noir, fg, _, _) -> 1 + hauteurnoire fg ;;

```

(* question 2 *)

```

let couleur = function
  | Nil -> Noir (* on attribue la couleur noire à l'arbre vide *)
  | Noeud (c, _, _, _) -> c ;;

let rec rougenoir a =
  let rec aux = function
    | Nil -> (true, 0)
    | Noeud (Noir, fg, _, fd) -> let (b1, h1) = aux fg and (b2, h2) = aux fd in
      (b1 && b2 && h1 = h2, h1+1)
    | Noeud (Rouge, fg, _, fd) -> let (b1, h1) = aux fg and (b2, h2) = aux fd in
      (couleur fg = Noir && couleur fd = Noir &&
b1 && b2 && h1 = h2, h1)
  in match a with
    | Noeud (Rouge, _, _, _) -> false
    | _ -> fst (aux a) ;;

```

(* question 3 *)

```

let rec insereABR x = function
  | Nil -> Noeud (Rouge, Nil, x, Nil)
  | Noeud (c, fg, y, fd) when x < y -> Noeud (c, insereABR x fg, y, fd)
  | Noeud (c, fg, y, fd) -> Noeud (c, fg, y, insereABR x fd) ;;

```

(* Deux propriétés peuvent être violées :
*)
(*) - la racine peut devenir rouge ; *)
(*) - un noeud rouge peut avoir un fils rouge. *)
(*) Dans le second cas la branche où a eu lieu l'insertion correspond *)
(*) à un des quatre cas de figure représentés.
*)

(* question 4 *)

```

let correction_rouge = function
  | Noeud (Noir, Noeud (Rouge, Noeud (Rouge, a, x, b), y, c), z, d) ->
    Noeud (Rouge, Noeud (Noir, a, x,
b), y, Noeud (Noir, c, z, d))
  | Noeud (Noir, Noeud (Rouge, a, x, Noeud (Rouge, b, y, c)), z, d) ->
    Noeud (Rouge, Noeud (Noir, a, x,
b), y, Noeud (Noir, c, z, d))

```

```

    | Noeud (Noir, a, x, Noeud (Rouge, b, y, Noeud (Rouge, c, z, d))) ->
        Noeud (Rouge, Noeud (Noir, a, x,
b), y, Noeud (Noir, c, z, d))
    | Noeud (Noir, a, x, Noeud (Rouge, Noeud (Rouge, b, y, c), z, d)) ->
        Noeud (Rouge, Noeud (Noir, a, x,
b), y, Noeud (Noir, c, z, d))
    | a -> a ;;

```

(* question 5 *)

```

let insertion x a =
  let rec aux = function
    | Nil -> Noeud (Rouge, Nil, x, Nil)
    | Noeud (c, fg, y, fd) when x < y -> correction_rouge (Noeud (c, aux
fg, y, fd))
    | Noeud (c, fg, y, fd) -> correction_rouge (Noeud (c, fg,
y, aux fd))
  in match aux a with
    | Noeud (Rouge, fg, y, fd) -> Noeud (Noir, fg, y, fd)
    | b -> b ;;

```

(* question 6 *)

```

let rec test = function
  | 0 -> Nil
  | n -> insertion n (test (n-1)) ;;

let a = test 32768 in rougenoir a, hauteurnoire a ;;

```