

**CONCOURS NATIONAL COMMUN**  
**D'ADMISSION AUX GRANDES ECOLES D'INGENIEURS**  
**MAROCAINES**

**SESSION : 2018**

**FILIERE : TSI**

**EPREUVE DE : GENIE MECANIQUE**

**DUREE : 3 HEURES**

**AUCUN DOCUMENT N'EST AUTORISE**  
**CALCULATRICES AUTORISEES**

**Le sujet comporte 15 pages réparties comme suit :**

- **Une** page de garde.
- Le texte de l'épreuve : pages numérotées de **2** à **10**.
- **Deux** documents réponses repérés **DR1** et **DR2** : pages numérotées **11** et **12**  
( A rendre avec la copie).
- **Trois** documents annexes **A1, A2** et **A3** : pages numérotées : **13, 14** et **15** .

**Le sujet se compose de six parties indépendantes.**

***Nota :** Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.*

## Arbre d'extraction de polyane

### Contexte et situation industriels :

Une société européenne spécialisée dans la fabrication des tuyaux industriels à base de polymères met en œuvre des tuyaux pour les transferts de fluides (air comprimé, gaz, liquides, vapeur, hydraulique, ...) principalement fabriqués à base de caoutchoucs. Le tube doit répondre à certaines exigences en termes de perméabilité, résistance au fluide, résistance aux hautes et basses températures, résistance à l'abrasion, ...

Le tube est fabriqué avec ou sans tringle à partir d'un mélange propre à chaque tuyau. Pour les diamètres importants l'utilisation d'une tringle permet de garantir la tenue des formes avant et pendant la cuisson. Les tringles sont ensuite extraites.

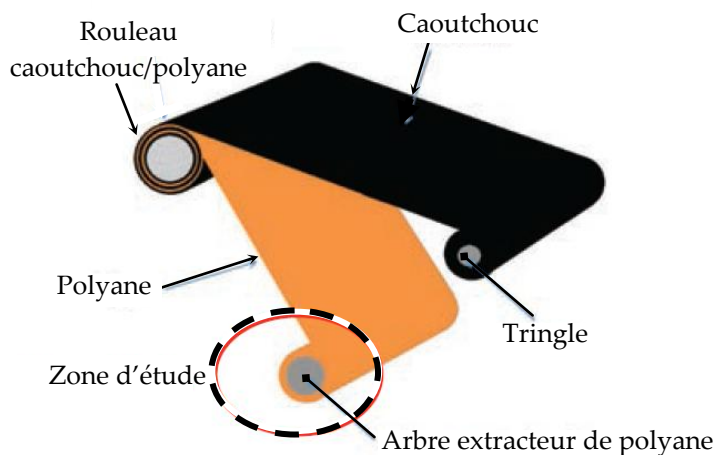


Pour ce type de fabrication, le caoutchouc est conditionné en rouleau. Les différentes couches de caoutchouc sont séparées par un film de polyane (Figure 2).

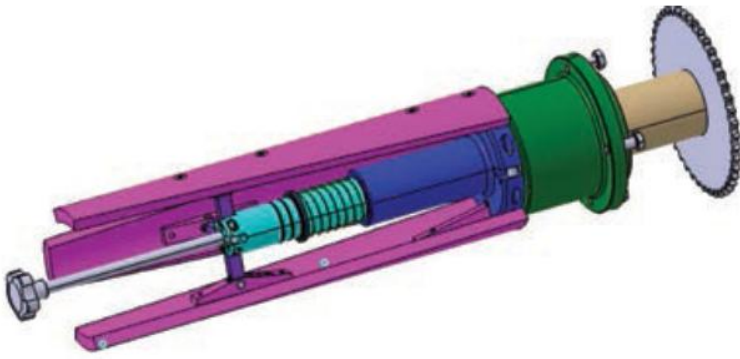
### Partie 1 : Description de l'arbre extracteur de polyane :

Lors de l'élaboration des tuyaux de caoutchouc, le film polyane doit être séparé du caoutchouc avant que ce dernier soit enroulé sur une tringle (Figure 1). Le polyane est alors enroulé sur un cylindre de révolution appelé: arbre d'extraction de polyane (Figures 3 et 4).

Une fois le rouleau terminé, le film de polyane est coupé par un coupeur, il est ensuite récupéré par un utilisateur puis recyclé via une filière indépendante permettant la gestion des déchets.



**Figure 3 : Principe de mise en forme des tuyaux à partir de rouleaux de caoutchouc.**



**Figure 4 : Arbre d'extraction de polyane.**

L'objectif de l'étude est de vérifier et valider les différentes solutions répondant au cahier des charges fonctionnel pour l'arbre d'extraction de polyane.

La partie (3) du sujet propose une modification partielle de la solution existante pour améliorer la sécurité.

**Un extrait du cahier des charges de l'arbre extracteur de polyane est donné en annexes annexe A1 et A2. Un plan d'ensemble associé à une nomenclature est fourni sur le document annexe A3.**

**On distingue deux phases de fonctionnement du système d'extraction:**

- **Phase d'extraction du film polyane** : lors de cette phase un moteur électrique est actionné et permet par l'intermédiaire d'un réducteur, d'entraîner en rotation l'arbre d'extraction du film de polyane, dans cette phases, les pièces (8, 1, 1', 2, 2', 4) constituent un seul bloc tournant (voir figure 5).

- **Phase de récupération du film enroulé sur l'arbre** : dans cette phase, le moteur électrique est alors arrêté et la pièce (8) est donc bloquée par rapport au bâti (figure5) ;

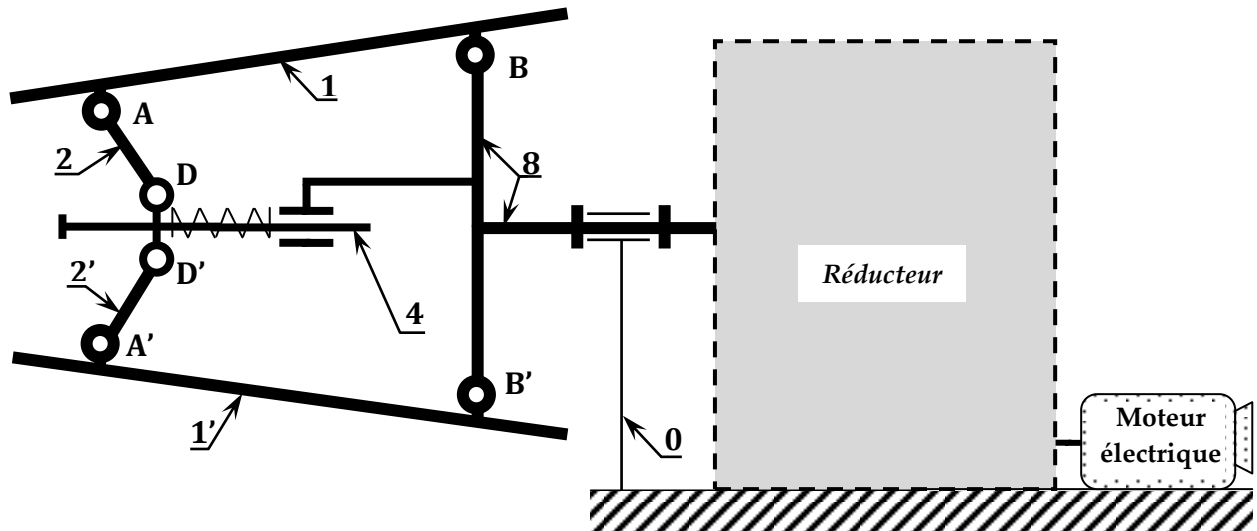
Un système à bielles permet alors le rabattement conique des pales (1) par la poussée d'un utilisateur sur l'axe mobile (4), ce qui entraîne la diminution du diamètre de l'arbre d'extraction de polyane ; cette opération est nécessaire pour récupérer le film polyane enroulé sur les pales (1) .

Lors de la phase de récupération du film enroulé, la réduction de diamètre au niveau du film de polyane est suffisamment importante pour permettre son retrait aisé.

**Question 1** : Recopier le tableau ci-après et le remplir en vous aidant des annexes A1 et A2, et y indiquer le critère puis son niveau associé, pour chacune des exigences : 1.1.5 - 1.1.6 - 1.1.1.1 et 1.1.1.3.

Exigence	Critère	Niveau
1.1.5		
1.1.6		
1.1.1.1		
1.1.1.3		

La figure (5) représente la chaîne de transmission de l'arbre d'extraction de polyane .



**Figure 5 : Schéma du système d'extraction de polyane.**

**Partie 2 : Phase de récupération du film : vérification de l'effort utilisateur.**

L'arbre d'extraction du film polyane sera étudié en position d'équilibre à la configuration représentée sur la figure (6) ci-dessous.

La quantité du film enroulé est supposée au maximum,

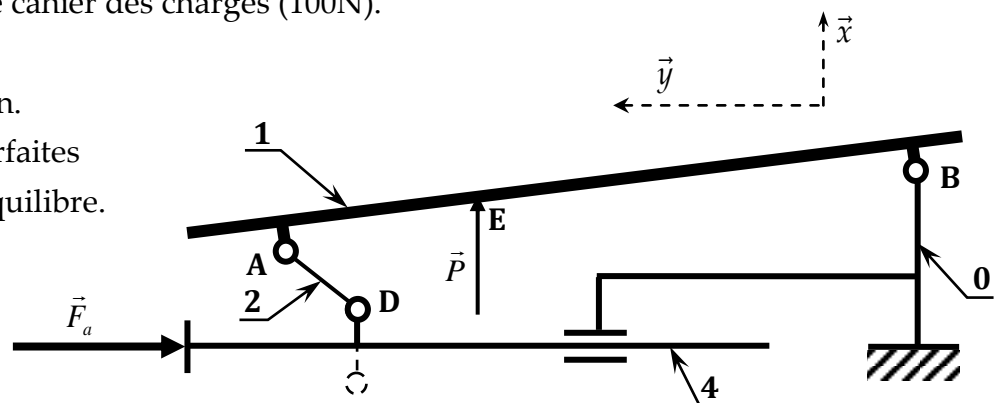
Le film de polyane étant enroulé sur la partie gauche de la pale (1) pour faciliter son enlèvement à la fin de l'enroulement, on modélise alors l'ensemble des actions mécanique extérieures au système sur la pale (1) par une force  $P= 60N$  supposée verticale : ( $\vec{P} = 60.\vec{x}$ ) en Newtons (voir figure 6).

Les poids des pièces sont négligés devant la force P.

Une force axiale ( $\vec{F}_a = F_a.\vec{y}$ ) est appliquée sur la pièce (4) pour maintenir le rabattement de la pale (1).

L'objectif est de déterminer la valeur de l'effort ( $F_a$ ) de l'utilisateur et de la comparer avec celle indiquée dans le cahier des charges (100N).

- Le problème est plan.
- Les liaisons sont parfaites
- Le système est en équilibre.



**Figure 6**

**(Répondre sur le document réponse DR1)**

**Question 2-1 :** Donner le support de la force  $\overrightarrow{A(2 \rightarrow 1)}$  appliquée par la bielle(2) sur la pale(1).

**Question 2-2 :** En isolant la pale (1) et par la méthode graphique, déterminer (tracer à l'échelle) les forces en A et B.

**Question 2-3 :** Déterminer graphiquement la projection  $\bar{y}.D(2 \rightarrow 4)$  de la force notée  $\overrightarrow{D(2 \rightarrow 4)}$  que la bielle (2) exerce sur la pièce (4) au point D. (Répondre sur le document réponse DR1).

**Question 2-4 :** Pour les questions précédentes, Le système est étudié pour une seule pale, mais lors de l'isolement de (4), l'action de l'autre bielle (2') devra être prise en compte, ainsi, la projection  $\bar{y}.D(2 \rightarrow 4)$  sera multipliée par 2. Les deux projections verticales s'annuleront. Donner la valeur numérique de l'effort  $F_a$  et vérifier la valeur indiquée par le cahier des charges (Annexe A2).

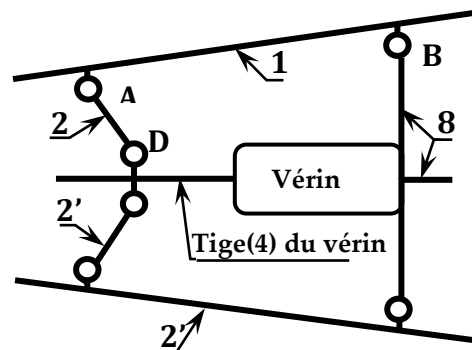
**Question 2-5 :** Citer deux causes parmi celles qui ont conduit à l'écart entre la valeur de l'effort  $F_a$  calculée précédemment, et celle indiquée par le cahier des charges.

**Partie 3 : Motorisation du système de diminution du diamètre de l'arbre d'extraction :**

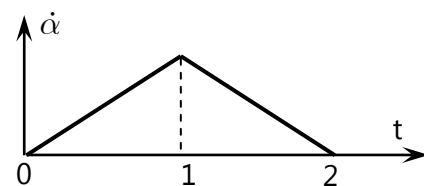
Pour satisfaire l'exigence : **Id= 1.1.2** (Sécuriser le travail de l'utilisateur), on décide de mécaniser l'intervention manuelle de l'utilisateur.

On propose donc de motoriser le rabattement des pales par un vérin intercalé entre le fourreau (8) et l'axe mobile (4) (voir figure 7).

Pour minimiser les chocs, Le vérin doit permettre un rabattement doux des pales selon la loi en vitesse proposée sur la figure (8).



**Figure 7 : Position du vérin**

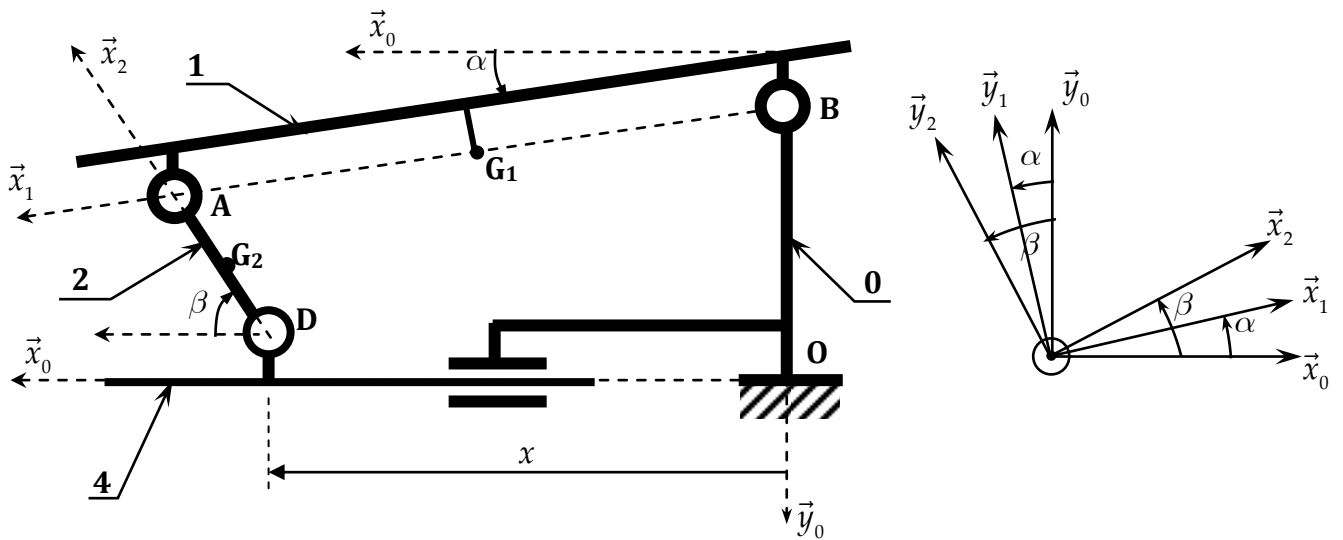


**Figure 8 : loi de mouvement de la pale**

**Le système sera étudié en considérant une seule pale (1)**

**L'objectif est de déterminer l'effort nécessaire pour le choix du vérin.**

On adoptera la modélisation simplifiée représentée par le schéma de **la figure (9)**.



**Figure 9 : Schéma cinématique simplifié de l'arbre d'extraction de polyane.**

**Le bâti  $S_0$  :** (fixe), repère associé :  $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  (supposé galiléen). Le champ de pesanteur est représenté par  $\vec{g} = g \cdot \vec{y}_0$ . ( $\vec{y}_0$  Axe verticale descendant), et  $\vec{OB} = -h \cdot \vec{y}_0$ .

**La pale  $S_1$  :** masse  $m_1$ , en liaison pivot par rapport à (0) d'axe  $(B, \vec{z}_0)$ , son centre d'inertie est le point  $G_1$  tel que  $\vec{BG}_1 = \frac{L}{2} \cdot \vec{x}_1$  et  $\vec{BA} = L \cdot \vec{x}_1$

On définit le paramètre  $\alpha = (\vec{x}_0, \vec{x}_1)$

L'effet du film de polyane enroulé sur la pale est modélisé par un couple de frottement visqueux de coefficient ( $\lambda$ ) dans la liaison pivot en B :  $\vec{M}_B(\text{Frott}_{visq} \rightarrow 1) = -\lambda \dot{\alpha} \cdot \vec{z}_0$ .

On note  $I_1$  : moment d'inertie de (1) par rapport à l'axe  $(B, \vec{z}_0)$ .

**La bielle 2 :** masse  $m_2$  et son centre d'inertie est le point  $G_2$  tel que  $\vec{DG}_2 = \frac{b}{2} \cdot \vec{x}_2$  et  $\vec{DA} = b \cdot \vec{x}_2$

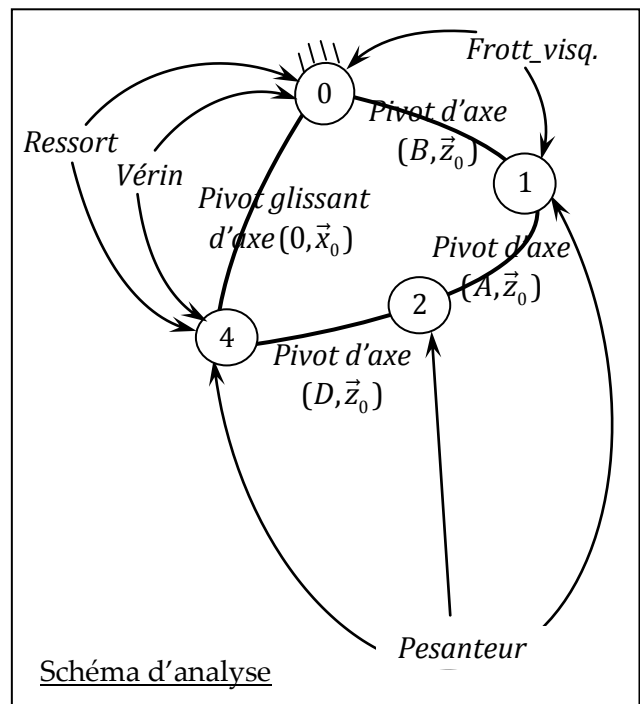
La bielle (2) est en liaisons pivots parfaites avec la pale (1) en A et avec la tige (4) en D. On définit le paramètre :  $\beta = (\vec{x}_0, \vec{x}_2)$ .

On note  $I_2$  : moment d'inertie de (2) par rapport à l'axe  $(D, \vec{z}_0)$ .

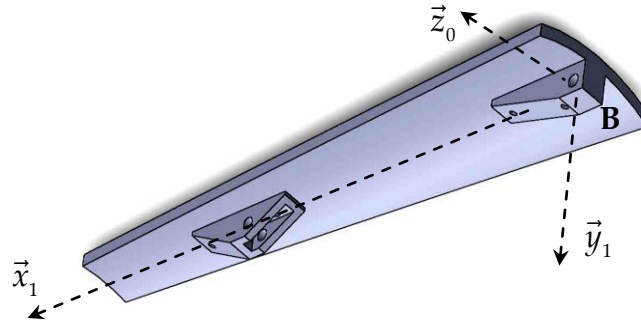
**La tige 4** de masse  $m_4$  en translation (liaison parfaite) par rapport au bâti (0), on pose :  $\vec{OD} = x \cdot \vec{x}_0 - r \cdot \vec{y}_0$ .

Le vérin monté entre le bâti (0) et la tige (4) exerce sur (4) une force  $\vec{F}_v = F_v \cdot \vec{x}_0$  supposée appliquée au point D.

Entre le bâti (0) et la tige (4) est intercalé un ressort de traction-compression de raideur ( $k$ ) permettant de rappeler la position de la tige (4) à  $x=0$  (longueur libre pour  $x=0$ ), ce ressort exerce sur (4) un glisseur au point D :  $\vec{D}(\text{ressort} \rightarrow 4) = -kx \cdot \vec{x}_0$ .



**Question 3-1 :** En observant la pale (1) sur la figure ci-après, donner la forme de sa matrice d'inertie au point B , en y reportant le moment d'inertie  $I_1$  indiqué dans les données.



**Question 3-2 :** En utilisant la fermeture géométrique, déterminer les deux relations liant les trois paramètres du système  $\alpha, \beta$  et  $x$ . (projeter sur la base fixe)

**Question 3-3 :** Déterminer l'Energie cinétique galiléenne  $T(E/R_0)$  de l'ensemble (E) constitué des solides (1), (2) et (4).

**Question 3-4 :** Déterminer les puissances extérieures de l'ensemble (E) par rapport au repère  $R_0$ .

**Question 3-5 :** Déterminer les puissances intérieures de l'ensemble (E).

**Question 3-6 :** Par application du théorème de l'énergie cinétique au système (E), donner l'expression de l'effort  $F_v$  du vérin en fonction de la dérivée temporelle de  $T(E/R_0)$  et des données.

*Un programme de simulation permet finalement de déterminer la valeur  $F_v$  à partir de la loi de vitesse souhaitée, en tenant compte des équations de la question 3-2 et des caractéristiques des solides (masses, inerties, dimensions....).*

#### **Partie 4 : Etude du réducteur- choix du moteur d'entraînement.**

L'objectif de cette partie est de déterminer le couple du moteur nécessaire à la mise en rotation de l'arbre d'extraction de polyane.

Lors de la phase d'entraînement de l'arbre d'extraction de polyane, le moteur est mis en rotation et les pièces (8, 1, 1', 2, 2', 4) tournent alors en bloc et seront considérées comme un seul solide qu'on notera (S) et tournant par rapport au bâti (0) supposé galiléen.

La solution retenue concernant la chaîne de transmission de puissance est représentée par le schéma cinématique de **la figure (10)**.

Sur le bloc (S) est appliqué un couple maximum  $\vec{C}_p = -C_p \cdot \vec{x}_0$  exercé par le film de polyane.

Le moteur électrique exerce sur l'arbre (5) un couple  $\vec{C}_m = C_m \cdot \vec{x}_0$  ;

Le rendement de chaque étage du réducteur (y compris celui du système poulies-courroie) est noté  $\eta_e = 0,9$ . Les liaisons pivots sont supposées parfaites.

D'autres données sont indiquées dans le tableau suivant :

Solide	Fréquence de rotation	Moment d'inertie ramené à son axe de rotation	Caractéristiques des roues
(5)	$\omega_m = \omega_5$	$J_m$	Diamètre de la poulie 5 : $d_5$
(6)	$\omega_6$	$J_6$	Diamètre de la poulie: $d_6$ Nombre de dents: $Z_{62}$
(7)	$\omega_7$	$J_7$	Nombres de dents: $Z_{71}$ et $Z_{72}$
(S)	$\omega_S$	$J_S$	Nombres de dents: $Z_S$

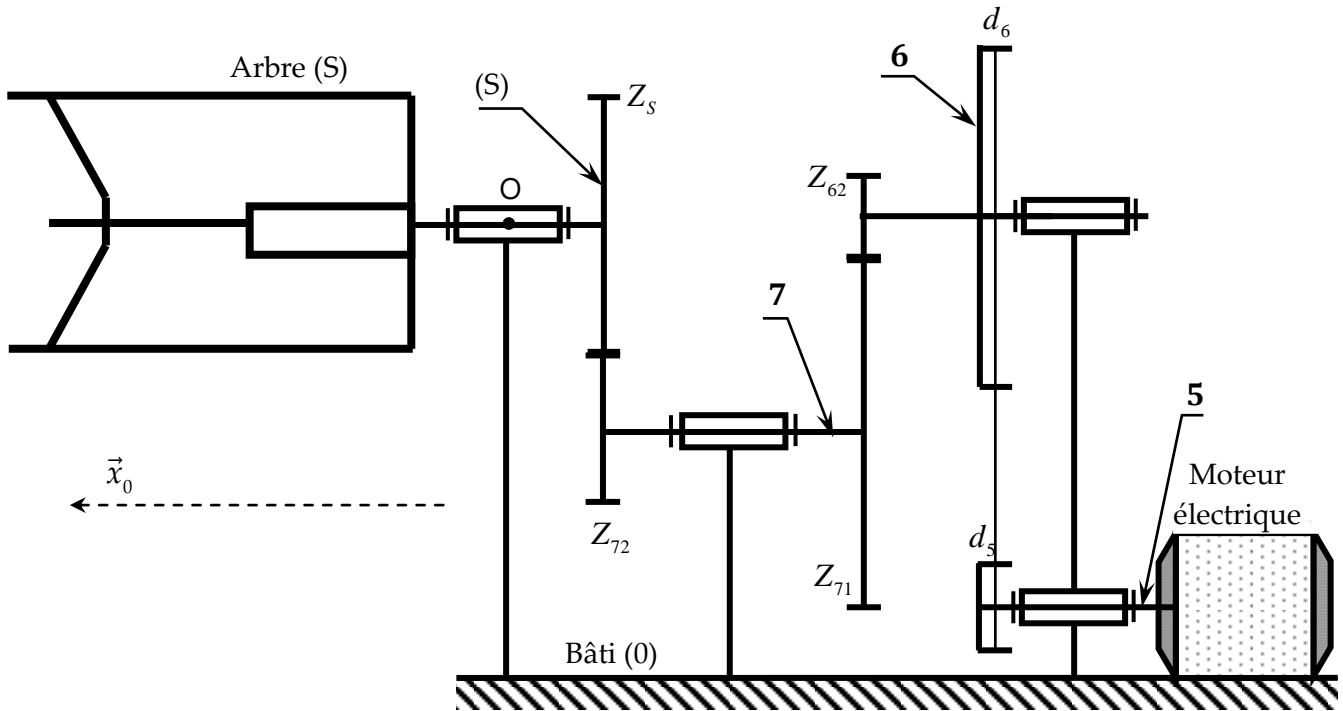
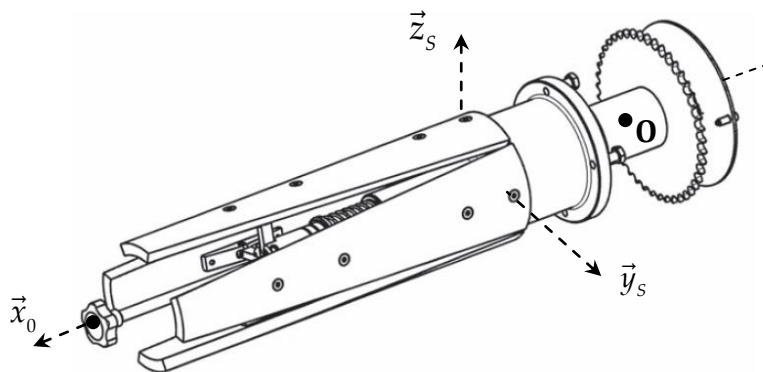


Figure 10 : Schéma de la transmission de puissance de rotation de l'arbre.

**Question 4-1 :** En observant la vue en perspective ci-dessous du bloc (S) , donner la forme de sa matrice d'inertie au point O. Peut-on considérer qu'il est équilibré dynamiquement (justifier).





**Question 4-2 :** Déterminer, en fonction des données du tableau précédent, les expressions des rapports des vitesses indiqués sur le tableau ci-dessous.

$k_{65} = \frac{\omega_6}{\omega_m} =$	$k_{76} = \frac{\omega_7}{\omega_6} =$	$k_{S7} = \frac{\omega_S}{\omega_7} =$	$k = \frac{\omega_S}{\omega_m} =$
--	--	--	-----------------------------------

**Question 4-3 :** Déterminer le rendement globale  $\eta_g$  de la transmission en fonction de  $\eta_e$ , en déduire l'expression de la puissance totale perdue aux niveaux des contacts engrenages et poulies-courroie.

**Question 4-4 :** Déterminer l'expression de l'énergie cinétique de l'ensemble ( $\Sigma$ ) composé des éléments (5,6,7,S) par rapport au bâti (0) : ( $E_c(\Sigma/0)$ ).

**Question 4-5 :** Déterminer  $J_e$  : le moment d'inertie équivalent à ( $\Sigma$ ) ramené sur l'arbre moteur.

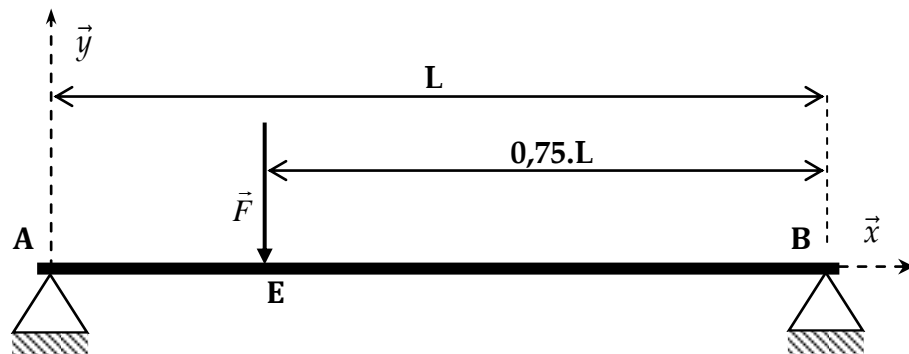
**Question 4-6 :** Déterminer l'expression du couple moteur  $C_m$  en fonction de  $\eta_g, \dot{\omega}_m, k, J_e$  et  $C_p$ . En déduire l'expression de  $C_m$  en régime permanent.

**Partie 5 : Déformation de la pale – Vérification de l'épaisseur de la pale :**

La pale (2) supporte l'action du film de polyane en sa partie gauche.

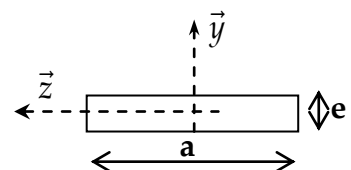
La modélisation adoptée pour la pale est une poutre linéaire s'appuyant sur deux appuis simples en A et B. Le schéma d'étude est celui de la figure ci-dessous.

L'action du film de polyane est modélisée par une force  $\vec{F} = -F.\vec{y}$  appliquée au point E tel que :  $\vec{AE} = \frac{L}{4}.\vec{x}_0$  et  $\vec{AB} = L.\vec{x}_0$ .



La section de la poutre est supposée rectangulaire de largeur (a) et épaisseur (e) .

son moment quadratique par rapport à l'axe ( $G, \vec{z}$ ) :  $I_{Gz} = \frac{a.e^3}{12}$



On pose  $R_{pe}$  la résistance pratique limite en extension du matériau de la poutre.

**Question 5-1 :** Déterminer, en fonction des données, les actions aux appuis A et B , on les notera  $Y_A$  et  $Y_B$ .

**Question 5-2 :** Déterminer, l'expression du torseur de cohésion pour chacune des zones (Zone AE et Zone EB).

**Question 5-3 :** Tracer les diagrammes du moment fléchissant ( $M_f$ ) et de l'effort tranchant ( $T_y$ ). En déduire le moment fléchissant maximal  $M_{f_{\max}}$ .

**Question 5-4 :** Donner l'expression de la contrainte normale maximale  $\sigma_{\max}$ .

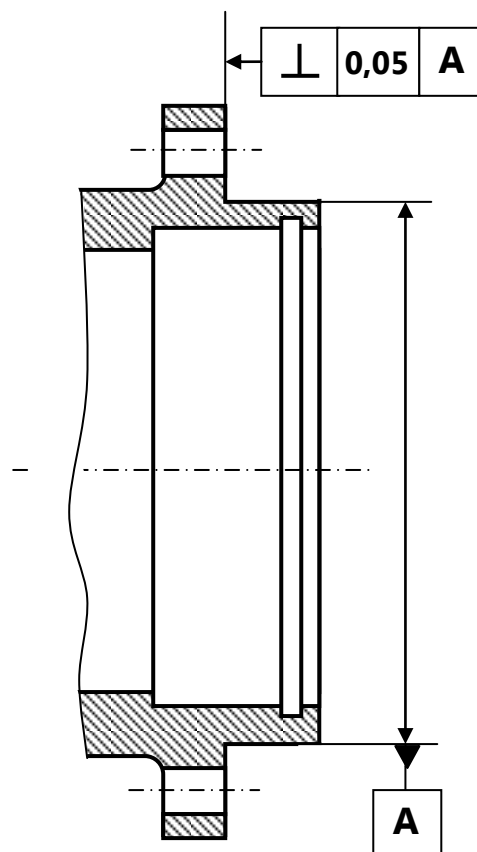
**Question 5-5 :** Déterminer l'expression de l'épaisseur minimale ( $e$ ) de la pale permettant de résister à la contrainte mise en jeu.

**Question 5-6 :** La plaque est en acier (module de Young  $E = 210 \text{ GPa}$  et  $R_{pe} = 235 \text{ MPa}$ ).

On donne  $F=600\text{N}$  ,  $a=8\text{cm}$ ,  $L=50\text{cm}$ . Calculer la valeur minimale de l'épaisseur ( $e$ ) de la pale en mm.

### **Partie 6 : Contrainte de mise en position de l'arbre extracteur de polyane sur le bâti:**

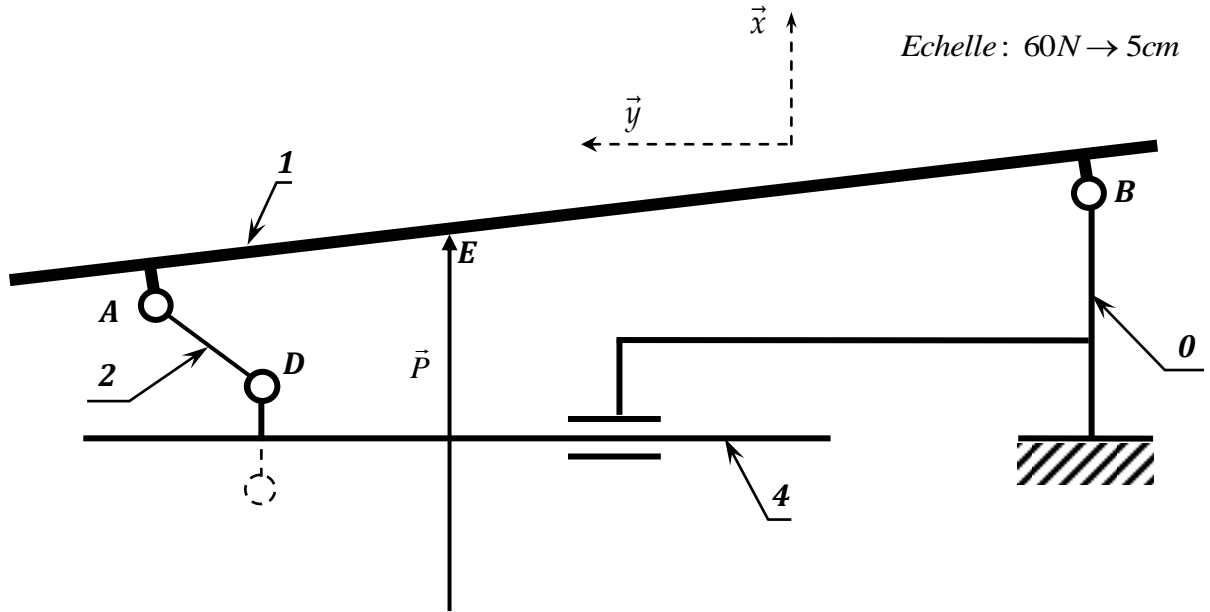
Pour garantir un montage et un fonctionnement adéquat, Le concepteur indique que le carter (10) doit respecter la spécification portée sur le dessin ci-dessous au niveau de l'épaulement qui permet la mise en position de l'ensemble (arbre) sur l'alésage du bâti.



**Question 6-1 :** Sur le document réponse DR2, interpréter la spécification indiquée en complétant les différentes parties manquantes (l'utilisation des croquis explicatifs est privilégiée).

*Fin de l'énoncé*

**DOCUMENT-REPONSE DR1**



**Question 2-1 :** Quel est le support de la force de la bielle (2) sur la pale (1) :

Support de la force de la bielle (2) sur la pale (1):.....

Justification : .....

**Question 2-2 :** En isolant la pale (1), Déterminer graphiquement les forces en A et B,

Justification : .....

**Question 2-3 :** Déterminer graphiquement la projection  $\vec{y}. \overline{D(2 \rightarrow 4)}$ :

$\vec{y}. \overline{D(2 \rightarrow 4)}$  = .....

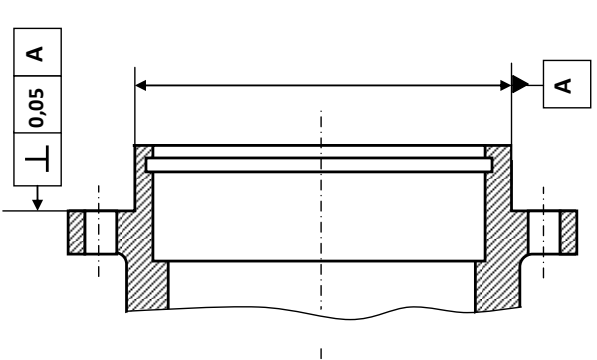
**Question 2-4 :** Donner la valeur de l'effort  $F_a$  et vérifier le cahier des charges :

$F_a$  = .....

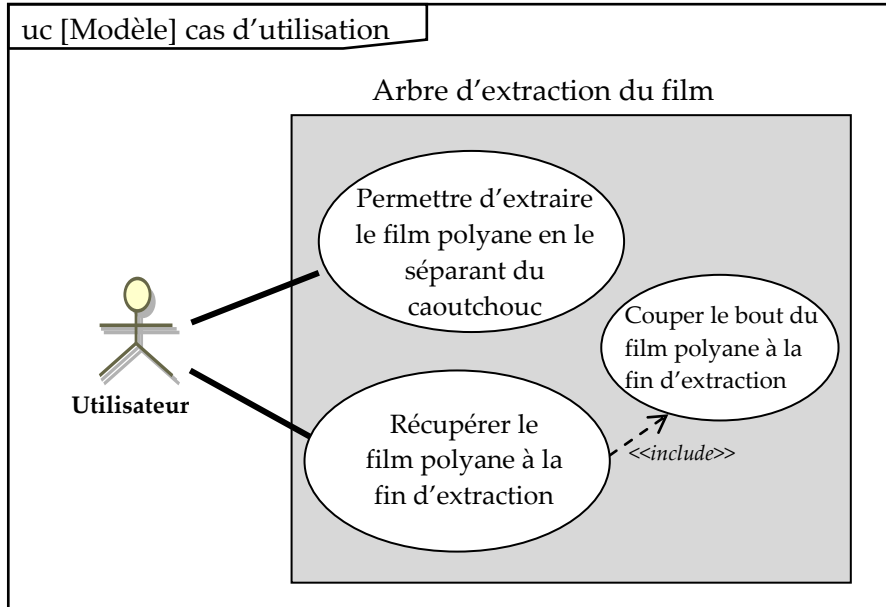
**Question 2-5 :** Deux causes parmi celles qui ont conduit à l'écart.

.....  
 .....

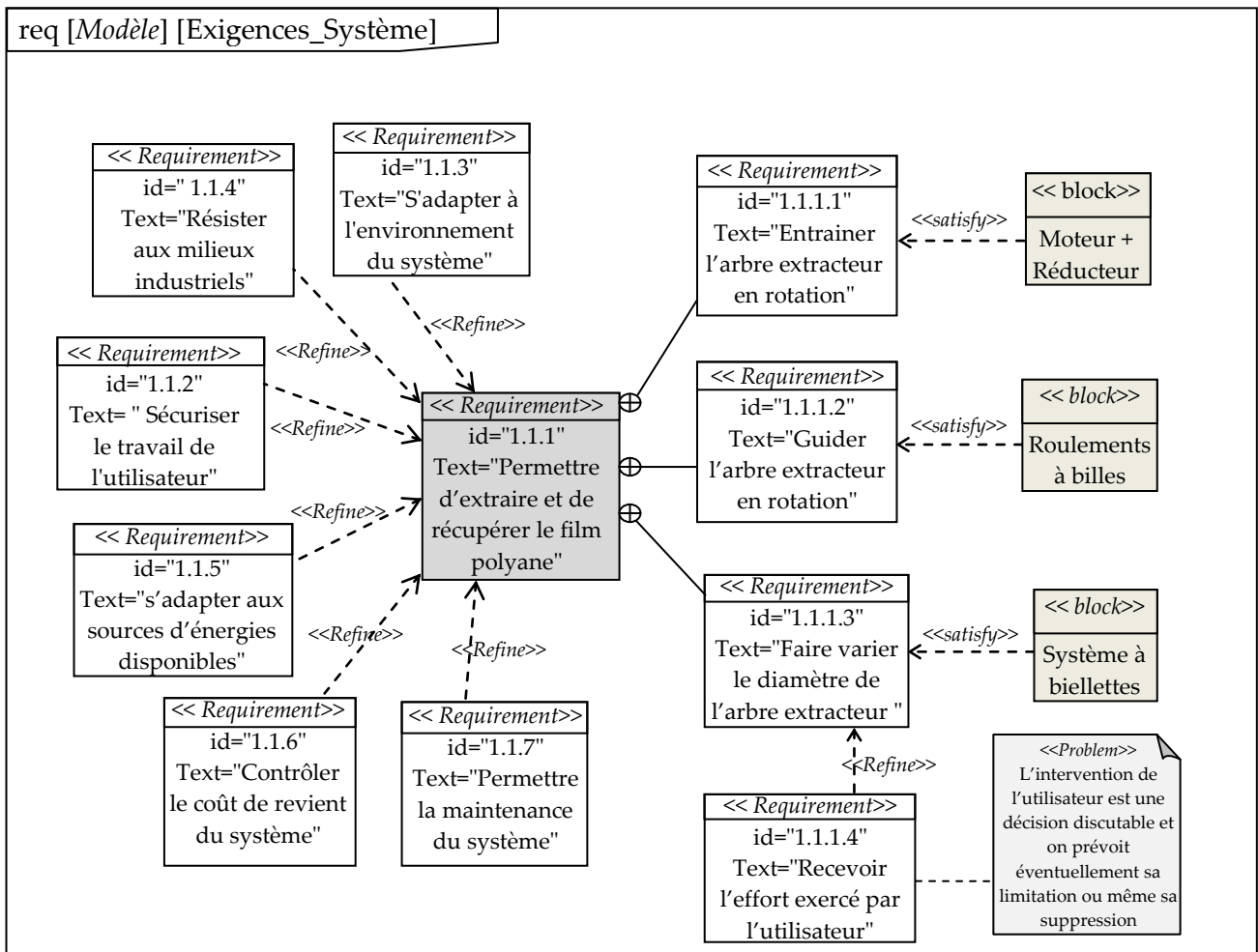
**DOCUMENT REPOSE DR2**

<b>Elements non idéaux (Réels)</b>		<b>Elements idéaux (Modèles)</b>	
Symbole de la spécification: $\perp$	Element(s) tolérancé(s)	Référence(s) spécifiée(s)	Zone de tolérance
<b>Type de spécification:</b> Forme <input type="checkbox"/> position <input type="checkbox"/> Orientation <input type="checkbox"/> battement <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> Unique <input type="checkbox"/> groupe	<input type="checkbox"/> Simple <input type="checkbox"/> commune <input type="checkbox"/> système	<input type="checkbox"/> Simple <input type="checkbox"/> composée
<b>Condition de conformité :</b> L'élément tolérancé doit se situer tout entier dans la zone de tolérance	<input type="checkbox"/> Unique <input type="checkbox"/> multiples	<b>Contraintes :</b> Orientation et/ou position par rapport à la référence spécifiée	
			

**DOCUMENT ANNEXE A1**



**Diagramme des cas d'utilisation**

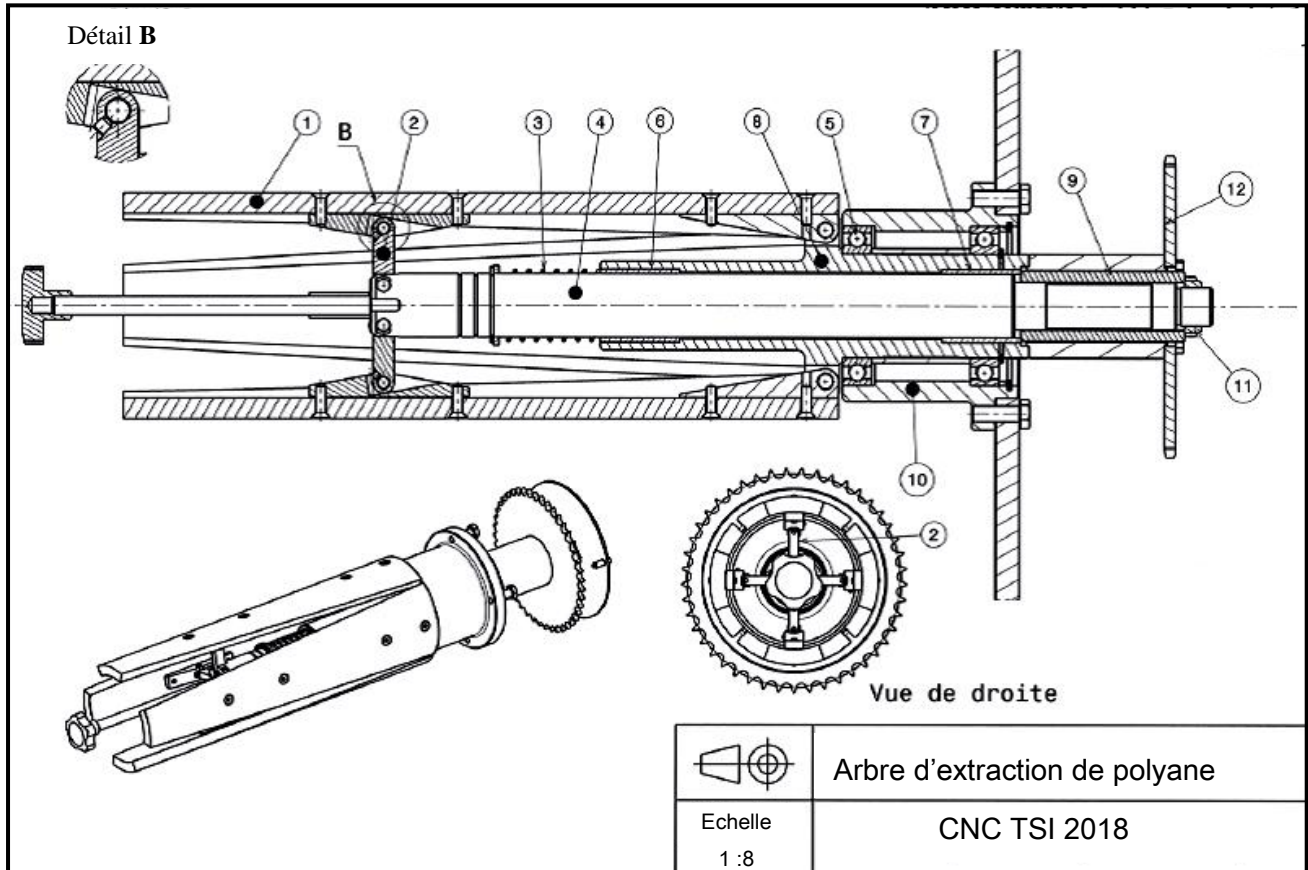


**Diagramme des exigences partiel**

<b>DOCUMENT ANNEXE A2</b>
---------------------------

Exigence	libellé	Critère	Niveau
1.1.1	Permettre d'extraire et de récupérer le film polyane	Effort d'extraction produit par l'utilisateur	100 N maxi
		Épaisseur du rouleau polyane	30 mm maxi
		Fréquence de rotation de l'arbre	150 tr/min mini 300 tr/min maxi
		Largeur du film polyane	150 mm mini 450 mm maxi
		Masse des rouleaux polyane	8 Kg maxi
		Réduction souhaitée du rayon de l'arbre	20 mm mini 25 mm maxi
1.1.2	Sécuriser le travail de l'utilisateur lors de l'extraction	Outils coupants.	0
		Nombre de parties saillantes	0
1.1.3	S'adapter à l'environnement du système	Longueur d'encombrement.	550 mm maxi
		Diamètre d'encombrement	150 mm maxi
1.1.4	Résister aux milieux industriels	Température de l'environnement	10 à 60C°
		Humidité du local	90% maxi
1.1.5	S'adapter aux sources d'énergies disponibles.	Énergie électrique.	400V triphasé 50Hz
1.1.6	Contrôler le coût de revient du système	Prix de revient.	5 000 € maxi
1.1.7	Permettre la maintenance du système	Durée entre deux interventions.	600 heures mini
		Temps de démontage de l'ensemble du système.	8 minutes maxi

**DOCUMENT ANNEXE A3**



12	Pignon
11	Ecrou à encoches
10	Carter
9	Entretoise
8	Fourreau
7	Bague
6	Bague
5	Roulement
4	Axe mobile
3	Ressort
2	Bielle
1	Pale
<i>Repère</i>	<i>Désignation</i>
<b>Nomenclature partielle</b>	