# CONCOURS NATIONAL COMMUN

## D'ADMISSION AUX GRANDES ECOLES D'INGENIEURS MAROCAINES

## SESSION : 2018 FILIERE : TSI

## EPREUVE DE : GENIE MECANIQUE

# ELEMENTS DE CORRECTION

## Arbre d'extraction de polyane

***Question 1*** **:** *Recopier le tableau ci-après et le remplir en vous aidant des annexes A1 et A2, et y indiquer le critère puis son niveau associé, pour chacune des exigences.*

| Exigence | Critère | Niveau |
|---|---|---|
| 1.1.5 | Energie électrique | 400V Triphasé - 50Hz |
| 1.1.6 | Prix de revient | 5000 Euros maxi |
| 1.1.1.1 | Fréquence de rotation | 150 tr/min mini<br>300 tr/min maxi |
| 1.1.1.3 | Réduction souhaitée du diamètre de l'arbre | 20mm mini<br>25mm maxi |

## 3- Motorisation du système de diminution du diamètre de l'arbre d'extraction :

***Question 3-1*** **:** *En observant la pale (1) sur la figure ci-après, donner la forme de sa matrice d'inertie au point B , en y reportant le moment d'inertie $I_1$ indiqué dans les données.*

$$\overline{\overline{I}}(B,1)=\begin{pmatrix} A_1 & -F_1 & 0 \\ -F_1 & B_1 & 0 \\ 0 & -D_3 & I_1 \end{pmatrix}_{(\vec{x}_1,\vec{y}_1,\vec{z}_0)}$$

***Question 3-2*** **:** *En utilisant la fermeture géométrique, déterminer les relations entre les trois paramètres du système ( $\alpha,\beta$ et x).*

$$\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{OD} \quad \Rightarrow \quad -h.\vec{y}_0+L.\vec{x}_1-b.\vec{x}_2=x.\vec{x}_0-r.\vec{y}_0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\begin{array}{l} L.\cos\alpha-b.\cos\beta=x \\ -h+L.\sin\alpha-b.\sin\beta=-r \end{array}}$$

***Question 3-3*** **:** *Déterminer l'Energie cinétique $T(E/R_0)$ de l'ensemble (E)= ( (1), (2) et (4)).*

$E_c(E/R_0)=E_c(1/R_0)+E_c(2/R_0)+E_c(4/R_0)$

$E_c(1/R_0)=\frac{1}{2}.I_1.\dot{\alpha}^2 \quad et \quad E_c(4/R_0)=\frac{1}{2}.m_4.\dot{x}^2$

$$E_c(2/R_0)=\frac{1}{2}.\{\vartheta(2/R_0)\}_D\otimes\{\mathcal{C}(2/R_0)\}_D=\frac{1}{2}.\begin{Bmatrix}\dot{\beta}.\vec{z}_0\\ \dot{x}.\vec{x}_0\end{Bmatrix}_D.\begin{Bmatrix}m_2.\vec{V}(G_2/R_0)\\ \vec{\sigma}(D,2/R_0)\end{Bmatrix}_D$$

$$=\frac{1}{2}\left(\dot{x}.\vec{x}_0.m_2.\vec{V}(G_2/R_0)+\dot{\beta}.\vec{z}_0.\vec{\sigma}(D,2/R_0)\right)$$

$$et \quad \vec{V}(G_2/R_0)=\dot{x}.\vec{x}_0+\overrightarrow{G_2D}\wedge\vec{\Omega}(2/R_0)=\dot{x}.\vec{x}_0+\dot{\beta}.\vec{z}_0\wedge\frac{b}{2}.\vec{x}_2=\dot{x}.\vec{x}_0+\frac{b}{2}.\dot{\beta}.\vec{y}_2$$

$$\dot{\beta}.\vec{z}_0.\vec{\sigma}(D,2/R_0)=\dot{\beta}.\vec{z}_0.\left(\overline{\overline{I}}(D,2).\vec{\Omega}(2/R_0)+m_2.\overrightarrow{DG_2}\wedge\vec{V}(D\in 2/R_0)\right)$$

$$=I_2.\dot{\beta}^2+m_2.\dot{\beta}.\vec{z}_0.\left(\overrightarrow{DG_2}\wedge\dot{x}.\vec{x}_0\right)=I_2.\dot{\beta}^2+m_2.\dot{\beta}.\dot{x}.\frac{b}{2}.\vec{z}_0\left(\vec{x}_2\wedge\vec{x}_0\right)$$

$$E_c(2/R_0)=\frac{1}{2}\left[m_2.\dot{x}^2-m_2.\frac{b}{2}.\dot{x}.\dot{\beta}.\sin\beta+I_2.\dot{\beta}^2-m_2.\frac{b}{2}.\dot{x}.\dot{\beta}.\sin\beta\right]=\frac{1}{2}\left[m_2.\dot{x}^2+I_2.\dot{\beta}^2-m_2.b.\dot{x}.\dot{\beta}.\sin\beta\right]$$

D'où $\boxed{E_c(E/R_0)=\frac{1}{2}\left[I_1.\dot{\alpha}^2+I_2.\dot{\beta}^2+(m_2+m_4).\dot{x}^2-m_2.b.\dot{x}.\dot{\beta}.\sin\beta\right]}$

***<u>Question3-4</u> :*** *Déterminer les puissances extérieures de l'ensemble (E) par rapport au repère* $R_0$ .

$$P(\overline{E}\to E/R_0)=P(0\xrightarrow{Liais.parf}4/R_0)+P(0\xrightarrow{frott.visq}1/R_0)+P(0\xrightarrow{vérin}4/R_0)+P(0\xrightarrow{ressort}4/R_0)$$
$$+P(pesant\to 1/R_0)+P(pesant\to 2/R_0)+P(pesant\to 4/R_0)$$
$$=0-\lambda.\dot{\alpha}^2+F_v.\dot{x}-k.x.\dot{x}+P(pesant\to 1/R_0)+P(pesant\to 2/R_0)+P(pesant\to 4/R_0)$$

$$P(pesant\to 1/R_0)=\{\vartheta(1/R_0)\}_B\otimes\{pesant\to 1)\}_B=\begin{Bmatrix}\dot{\alpha}.\vec{z}_0\\ \vec{0}\end{Bmatrix}_B.\begin{Bmatrix}m_1.g.\vec{y}_0\\ \overrightarrow{BG_1}\wedge m_1.g.\vec{y}_0\end{Bmatrix}_B=m_1.g.\frac{L}{2}.\dot{\alpha}.\cos\alpha$$

$$P(pesant\to 2/R_0)=\{\vartheta(2/R_0)\}_{G_2}\otimes\{pesant\to 2)\}_{G_2}=\begin{Bmatrix}\dot{\beta}.\vec{z}_0\\ \dot{x}.\vec{x}_0+\frac{b}{2}.\dot{\beta}.\vec{y}_2\end{Bmatrix}_{G_2}.\begin{Bmatrix}m_2.g.\vec{y}_0\\ \vec{0}\end{Bmatrix}_{G_2}=m_2.g.\frac{b}{2}.\dot{\beta}.\cos\beta$$

$$P(pesant\to 4/R_0)=\begin{Bmatrix}\vec{0}\\ \dot{x}.\vec{x}_0\end{Bmatrix}_{G_4}.\begin{Bmatrix}m_4.g.\vec{y}_0\\ \vec{0}\end{Bmatrix}_{G_4}=\vec{0}$$

D'où $\boxed{P(\overline{E}\to E/R_0)=-\lambda.\dot{\alpha}^2+F_v.\dot{x}-k.x.\dot{x}+\frac{g}{2}\left(m_1.L.\dot{\alpha}.\cos\alpha+m_2.b.\dot{\beta}.\cos\beta\right)}$

***<u>Question 3-5</u> :*** *Déterminer les puissances intérieures de l'ensemble (E).*

$$\boxed{P(\text{int}\,E)=P(1\xleftrightarrow{Liais.parf}2)+P(2\xleftrightarrow{Liais.parf}4)=0}$$

***<u>Question 3-6</u> :*** *Par application du théorème de l'énergie cinétique au système (E), donner l'expression de l'effort $F_v$ du vérin en fonction des données.*

$$\frac{d}{dt}E_c(E/R_0)=P(\overline{E}\to E/R_0)+P(\text{int}\,E)$$

$$\frac{1}{2}\frac{d}{dt}\left[I_1.\dot{\alpha}^2+I_2.\dot{\beta}^2+(m_2+m_4).\dot{x}^2-m_2.b.\dot{x}.\dot{\beta}.\sin\beta\right]=-\lambda.\dot{\alpha}^2+F_v.\dot{x}-k.x.\dot{x}+\frac{g}{2}\left(m_1.L.\dot{\alpha}.\cos\alpha+m_2.b.\dot{\beta}.\cos\beta\right)$$

$$\Rightarrow\boxed{F_v=\frac{1}{\dot{x}}\left[\frac{1}{2}\frac{d}{dt}\left[I_1.\dot{\alpha}^2+I_2.\dot{\beta}^2+(m_2+m_4).\dot{x}^2-m_2.b.\dot{x}.\dot{\beta}.\sin\beta\right]+\lambda.\dot{\alpha}^2+k.x.\dot{x}-\frac{g}{2}\left(m_1.L.\dot{\alpha}.\cos\alpha+m_2.b.\dot{\beta}.\cos\beta\right)\right]}$$

## 4 - Etude du réducteur- choix du moteur d'entrainement.

***Question 4-1*** *: En observant la vue en perspective ci-dessous du bloc (S) , donner la forme de sa matrice d'inertie. Peut-on considérer qu'il est équilibré dynamiquement (justifier).*

$$\bar{\bar{I}}(O,S)=\begin{pmatrix} A_s & 0 & 0 \\ 0 & B_s & 0 \\ 0 & 0 & C_s \end{pmatrix}_{(\vec{x}_s,\vec{y}_s,\vec{z}_0)}$$

Équilibré dynamiquement car il tourne autour de son axe de révolution. (E = D = 0).
(Son centre d'inertie appartient à l'axe de rotation qui est aussi un axe principal d'inertie).

***Question 4-2*** *: Déterminer, en fonctions des données du tableau précédent, les expressions des rapports des vitesses indiqués sur le cadre ci-dessous. (à reproduire sur votre copie).*

| | | | |
|---|---|---|---|
| $k_{65}=\dfrac{\omega_6}{\omega_m}=\dfrac{d_5}{d_6}$ | $k_{76}=\dfrac{\omega_7}{\omega_6}=-\dfrac{Z_{62}}{Z_{71}}$ | $k_{S7}=\dfrac{\omega_S}{\omega_7}=-\dfrac{Z_{72}}{Z_S}$ | $k=\dfrac{\omega_S}{\omega_m}=k_{65}.k_{76}.k_{S7}$ |

***Question 4-3*** *: Déterminer le rendement globale $\eta_g$ de la transmission en fonction de $\eta_e$, en déduire l'expression de la puissance perdue aux niveaux des contacts engrenages et poulies-courroie.*

$$\eta_g=\eta_e^3=(0,9)^3 \qquad et \qquad P_{perdue}=P_m(1-\eta_g)=C_m.\omega_m(1-\eta_g)$$

***Question 4-4*** *: Déterminer l'expression de l'énergie cinétique (Ec) de l'ensemble ( Σ ) composé des éléments (5,6,7,S) par apport au bâti (0).*

$$E_c(\Sigma/0)=\frac{1}{2}.J_m.\omega_m^2+\frac{1}{2}.J_6.\omega_6^2+\frac{1}{2}.J_7.\omega_7^2+\frac{1}{2}.J_S.\omega_S^2$$

***Question 4-5*** *: Déterminer $J_e$ : le moment d'inertie équivalent à ( Σ ) ramené sur l'arbre moteur.*

$$E_c(\Sigma/0)=\frac{1}{2}.J_m.\omega_m^2+\frac{1}{2}.J_6.k_{65}^2.\omega_m^2+\frac{1}{2}.J_7.k_{65}^2.k_{76}^2.\omega_m^2+\frac{1}{2}.J_S.k^2.\omega_m^2$$

$$\Rightarrow \qquad \boxed{J_e=J_m+J_6.k_{65}^2+J_7.k_{65}^2.k_{76}^2+J_S.k^2}$$

***Question 5-6*** *: Déterminer l'expression du couple moteur $C_m$ en fonction de $\eta_g$, $\dot{\omega}_m$, k, $J_e$ et $C_p$. En déduire l'expression de $C_m$ en régime permanent.*

$$\frac{d}{dt}\big(E_c(\Sigma/0)\big)=P_{ext}+P_{\text{int}} \quad \Rightarrow \quad J_e.\omega_m.\dot{\omega}_m=C_m.\omega_m-C_p.\omega_S-P_{perdue}=C_m.\omega_m-C_p.k.\omega_m-C_m.\omega_m(1-\eta_g)$$

$$\Rightarrow \; J_e.\dot{\omega}_m=C_m.\eta_g-C_p.k \;\Rightarrow\; \boxed{C_m=\frac{1}{\eta_g}\big(J_e.\dot{\omega}_m+C_p.k\big)}$$ . En régime permanent: $$\boxed{C_m=\frac{1}{\eta_g}\big(C_p.k\big)}$$

## 5- Déformation de la pale – Vérification de l'épaisseur de la pale :

***Question 5-1*** *: Déterminer, en fonction des données, les actions aux appuis : $Y_A$ et $Y_B$.*

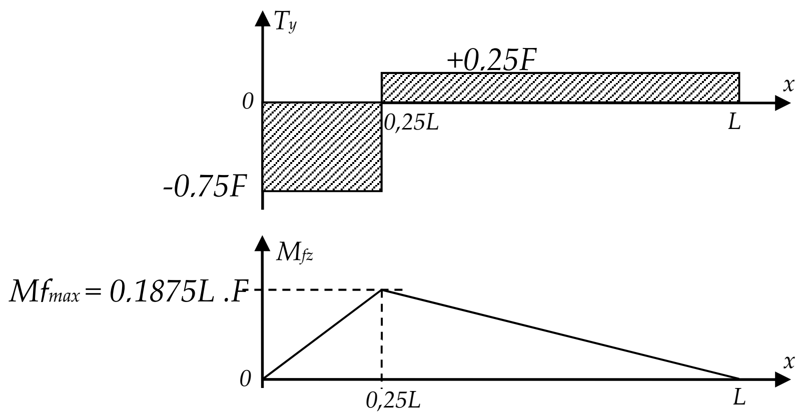
$$\left.\begin{array}{l} Y_A+Y_B=F \\ L.Y_B-0,25L.F=0 \end{array}\right\rangle \Rightarrow \boxed{Y_A=0,75.F} \quad et \quad \boxed{Y_B=0,25.F}$$

***Question 5-2*** *: Déterminer, l'expression du torseur de cohésion pour chacune des zones (AE et EB).*

Zone AE : $\{Coh_{AE}\} = \begin{Bmatrix} -Y_A \\ x.Y_A \end{Bmatrix}_G = \begin{Bmatrix} -0,75.F \\ 0,75.x.F \end{Bmatrix}_G$

Zone EB : $\{Coh_{EB}\} = \begin{Bmatrix} Y_B \\ (L-x).Y_B \end{Bmatrix}_G = \begin{Bmatrix} 0,25.F \\ 0,25(L-x).F \end{Bmatrix}_G$

***Question 5-3*** **:** *Tracer les diagrammes du moment de flexion $M_{fz}$ et de l'effort tranchant $T_y$. En déduire le moment de flexion maximal $M_{f\max}$.*




***Question 5-4*** **:** *Donner l'expression de la contrainte normale maximale.*

$$\sigma_{\max} = \frac{Mf_{\max}}{\frac{I_{GZ}}{v}} = \frac{Mf_{\max}}{I_{GZ}}\frac{e}{2} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\sigma_{\max} = \frac{6.Mf_{\max}}{a.e^2}}$$

***Question 5-5*** **:** *Déterminer l'expression de l'épaisseur minimale (e) de la pale permettant de résister à la contrainte mise en jeu.*

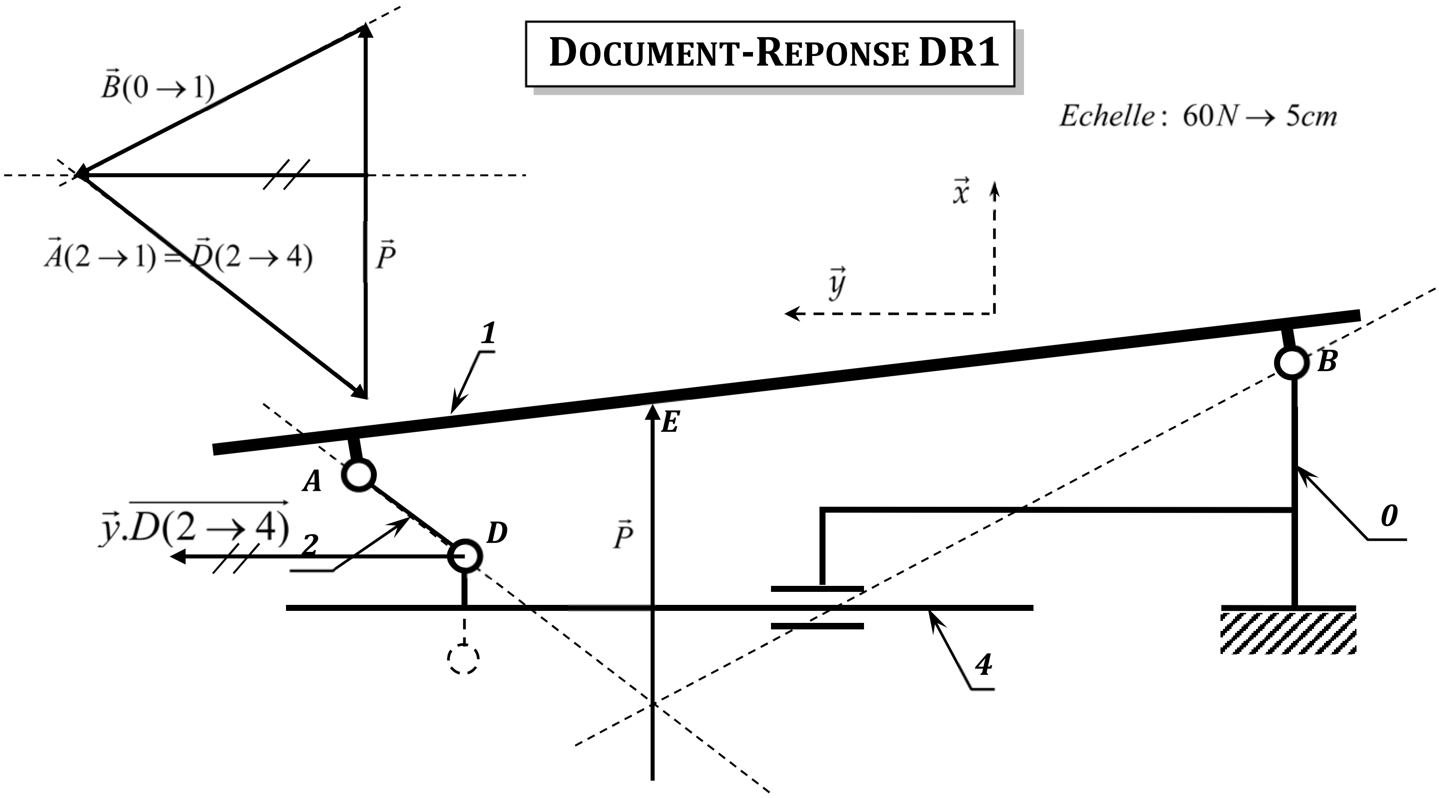
Condition de résistance : $\sigma_{\max} \leq R_{pe} \quad \Rightarrow \quad \dfrac{6.Mf_{\max}}{a.e^2} \leq R_{pe} \quad \Rightarrow \quad \boxed{e_{\text{mini}} = \sqrt{\dfrac{6.Mf_{\max}}{a.R_{pe}}}}$

***Question 5-6*** **:** *La plaque est en acier (module de Young E=210GPa et $R_{pe}$ =235 MPa) et on donne F= 600N , a = 8cm et L = 50cm. Calculer l'épaisseur (e) en mm ;*

$$e_{\text{mini}} = \sqrt{\frac{6.Mf_{\max}}{a.R_{pe}}} = \sqrt{\frac{6\times 0,1875\times 500\times 600}{80\times 235}} \quad \Rightarrow \quad \boxed{e_{\text{mini}} = 4,23mm}$$

## 2- Phase de récupération du film : vérification de l'effort utilisateur.

**DOCUMENT-REPONSE DR1**




**Question 3-1 :** Quel est le support de la force de la bielle (2) sur la pale (1) :

Support de la force de la bielle (2) sur la pale (1):……… **droite (AD)** ………………

Justification : ………… ……………………………………………………………………………

……………………… **Théorème des deux forces** ………………………………………

…………………………………………………………………………………………………

**Question 3-2 :** En isolant la pale (1), Déterminer graphiquement les forces en A et B,

Justification : …………………………………………………………………………...

………… **(1) est en équilibre sous trois forces** : ………………………………………

…………………… **- Concourantes en un même point**…………………………………

…………………… **- Triangle des forces fermé**. ……………………………………………

…………………………………………………………………………………………………

**Question 3-3 :** Déterminer graphiquement la projection $\vec{y}.\overrightarrow{D(2 \to 4)}$:

$\vec{y}.\overrightarrow{D(2 \to 4)}$= **45,6N** ……………………………………………………………

**Question 3-4 :** Donner la valeur numérique de l'effort $F_a$ et vérifier le cahier des charges :

$F_a$ = 2X $\vec{y}.\overrightarrow{D(2 \to 4)}$ = **91,2N** ……………………………………………………………

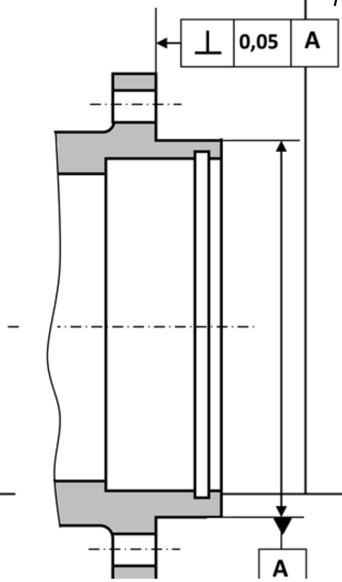
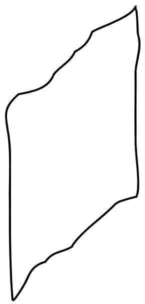
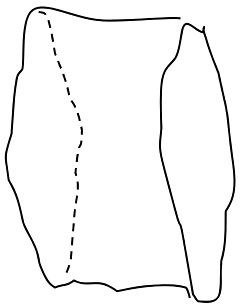
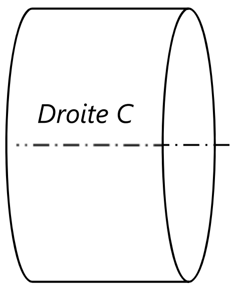
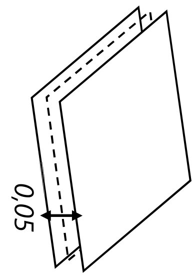
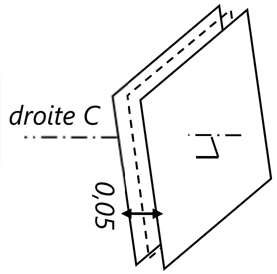
**Question 3-5 :** Deux causes parmi celles qui ont conduit à l'écart.

…………- **Hypothèse des liaisons parfaites**……………………………………………

…………- **Erreurs de la résolution graphique**………………………………………

**<u>Question 6-1</u>:** *Sur le document réponse DR3, compléter les différentes parties manquantes.*

## DOCUMENT REPONSE DR2

| Symbole de la spécification: ⊥ | Elements non idéaux (Réels) | | Elements idéaux (Modèles) | | |
|---|---|---|---|---|---|
| **Type de spécification:**<br>Forme ☐ position ☐<br>Orientation ■ battement ☐ | Element(s) tolérancé(s) | Element(s) de référence | Référence(s) spécifiée(s) | Zone de tolérance | |
| **Condition de conformité :**<br>L'élément tolérancé doit se situer tout entier dans la zone de tolérance | ■ Unique<br>☐ groupe | ■ Unique<br>☐ multiples | ■ Simple<br>☐ commune<br>☐ système | ■ Simple<br>☐ composée | **Contraintes :**<br>Orientation et/ou position par rapport à la référence spécifiée |
|  | surface nominalement plane<br> | surface A nominalement cylindrique<br> | Droite C ; axe du cylindre contraint tangent du coté libre matiere à la surface nominalement cylindrique A<br> | Volume limité par deux plans paralléles et distants de 0,05 mm<br> | Le plan médian des deux plans paralléles contraint perpendiculaire à la droite C<br> |