

## PARTIE 2 - PROJET ELECTRICITE

Répondre sur des copies différentes de celles utilisées pour la partie *Projet Mécanique*.

### AVERTISSEMENT

Il est rappelé aux candidats qu'ils doivent impérativement utiliser les notations indiquées dans le texte ou sur les figures. Les candidats sont priés de rédiger sur des feuilles séparées les réponses aux questions relatives aux différentes parties de la composition. Pour chaque partie, il est demandé aux candidats de rédiger dans l'ordre proposé par le sujet.

Il est rappelé aux candidats qu'ils doivent présenter les calculs clairement, dégager et encadrer les résultats relatifs à chaque question référencée dans le sujet. Tout résultat incorrectement exprimé ne sera pas pris en compte. En outre, les correcteurs recommandent d'écrire lisiblement, de numéroter chaque copie en y faisant apparaître clairement la question traitée.

### Sujet

Les quatre parties sont indépendantes.

Tout au long du sujet, la tension  $E$ , tension d'entrée du hacheur 4 quadrants, sera supposée continue et égale à 30 V. L'acronyme M.C.C. sera utilisé tout au long du sujet pour désigner la machine à courant continu.

### Partie 1 : Identification des paramètres de la M.C.C

La M.C.C. est à aimants permanents. Elle est modélisée dans cet exercice par une force électromotrice  $e_M(t)$  en série avec une résistance  $R_M$  et une inductance  $L_M$ .

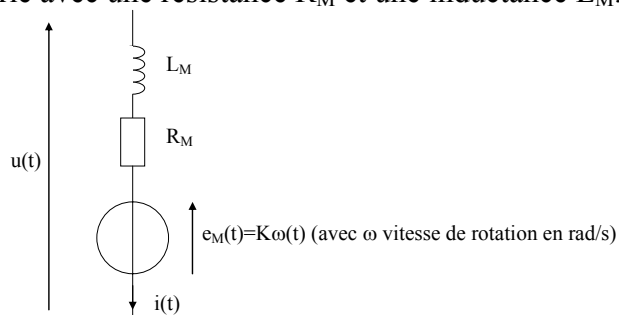


Figure 1 : Modèle équivalent de la M.C.C.

1.1 Si on suppose que le courant dans le moteur est continu et égal à  $I$ , donner la relation liant ce courant et le couple électromagnétique  $C_{EM}$ . En utilisant la courbe donnée en annexe 1, déterminer la valeur du coefficient de couple  $K$  de la machine à courant continu PM024 0922 utilisée dans cet entraînement.

1.2 Si on suppose que la tension aux bornes du moteur et la vitesse de rotation sont constantes et respectivement égales à  $U$  et à  $\Omega$ , donner la relation entre la tension  $U$  et la vitesse de rotation  $\Omega$  lorsque le courant dans le moteur est nul. Déduire de la courbe de l'annexe 1 la tension d'alimentation du moteur qui a été utilisée pour faire les mesures.

## Partie 2 : Etude du hacheur quatre quadrants

Nous rappelons le cahier des charges :

- vitesse de 30 m/mn, en ligne droite et horizontale
- ramenée progressivement à 50% de la vitesse nominale dans les virages
- 2 sens (avant et arrière)

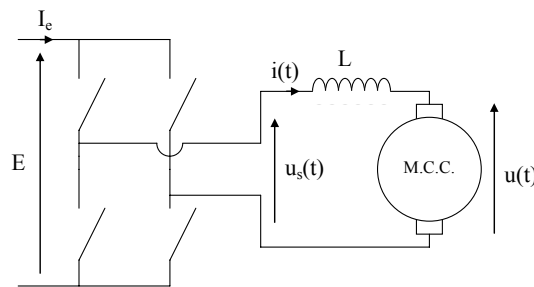


Figure 2 : Alimentation de la M.C.C. par le hacheur quatre quadrants

2.1 Quels peuvent être le signe du courant de sortie moyen  $\langle i(t) \rangle$  et celui de la tension moyenne  $\langle u_s(t) \rangle$  de sortie d'un hacheur quatre quadrants ?

2.2 Justifier le choix du hacheur quatre quadrants pour le cahier des charges.

2.3 Pourquoi a-t-on placé un module de freinage en amont du hacheur (voir présentation du sujet) ? Pour répondre à cette question, raisonner en terme de transfert d'énergie entre la source (le réseau électrique) et la charge (la M.C.C.).

Chaque interrupteur est réalisé par un transistor I.G.B.T. en parallèle avec une diode. La structure du hacheur quatre quadrants est donc la suivante :

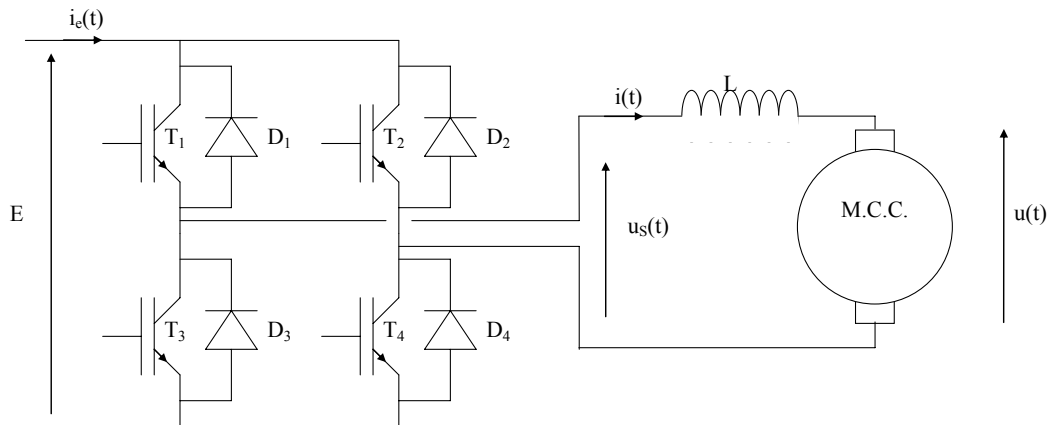


Figure 3 : Schéma de principe de l'ensemble hacheur à I.G.B.T.-M.C.C.

Le hacheur quatre quadrants est commandé de la manière suivante : les transistors T1-T4 d'une part et T2-T3 d'autre part sont commandés simultanément à la fermeture et à l'ouverture. Le signal de commande est périodique de période T et de fréquence  $f=1/T=20$  kHz. Pour t compris entre 0 et  $\alpha T$ , T1-T4 sont fermés et T2-T3 sont ouverts. Sur le reste de la période (t compris entre  $\alpha T$  et T), T2-T3 sont fermés et T1-T4 sont ouverts.

2.4 Représenter l'évolution de la tension de sortie  $u_s(t)$  sur 3 périodes avec  $\alpha=0,75$  sur le document réponse n°1. Les interrupteurs seront supposés parfaits.

2.5 Le courant est supposé continu dans la charge ( $i(t)=I$ ). Indiquer sur le chronogramme de la question précédente (document réponse n°1) les composants qui conduisent à chaque instant de la période. Traiter le cas où le courant I dans la charge est positif et le cas où le courant est négatif.

2.6 Tracer, à partir de la question précédente et toujours sur le document réponse n°1, l'évolution du courant d'entrée  $i_e(t)$  du hacheur lorsque le courant dans la machine est négatif et que le rapport cyclique  $\alpha$  vaut 0,75. Le courant  $i(t)=I$  est toujours supposé continu. Quel est le signe de la valeur moyenne du courant  $i_e(t)$  ? En déduire si, dans ce cas, la machine a un fonctionnement moteur ou générateur.

2.7 Que vaut la tension moyenne de sortie  $\langle u_s(t) \rangle$  lorsque  $\alpha=0$ ,  $\alpha=0,5$  et  $\alpha=1$  ? Déterminer la loi  $\langle u_s(t) \rangle = f(\alpha)$  qui est une fonction linéaire.

Un calcul des pertes effectué par le concepteur du hacheur montre que chaque composant I.G.B.T. dissipe 80 W au maximum. Les composants choisis ont une résistance thermique jonction-boîtier  $R_{th,j,c}$  de 0,5 K/W. Chaque I.G.B.T. est fixé sur un radiateur (dissipateur) de résistance thermique  $R_{th,s,a}$ . Pour réaliser l'interface entre le composant et le radiateur, nous utilisons de la graisse thermique qui a pour résistance thermique  $R_{th,c,s}=0,2$  K/W. Le montage du composant sur le radiateur ainsi que le modèle thermique correspondant sont indiqués sur la figure suivante :

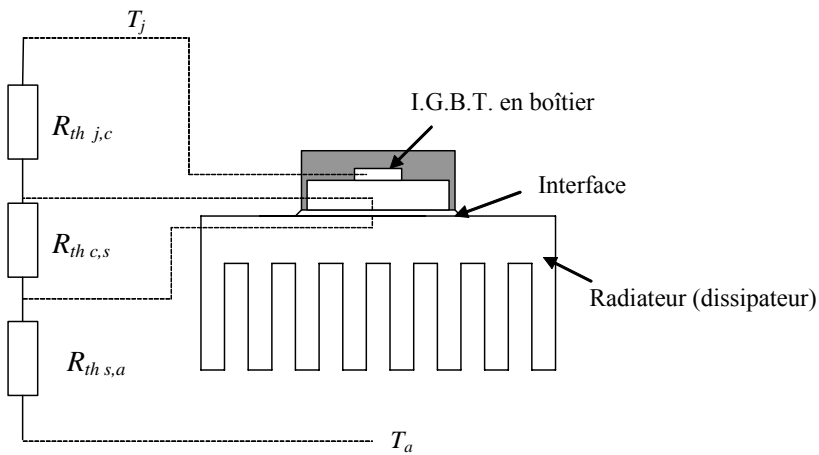


Figure 4 : Principe du refroidissement d'un composant I.G.B.T. en boîtier

$T_a$  représente la température de l'air ambiant et  $T_j$  la température de la jonction.

2.8 Quelle doit être la résistance thermique maximale du radiateur sachant que l'air ambiant peut atteindre  $50^\circ\text{C}$  et que la température maximale de la jonction de l'I.G.B.T. est  $150^\circ\text{C}$ .

2.9 Choisir un radiateur parmi les 2 présentés dans l'annexe 2 sachant que nous voulons que la taille du dissipateur ne dépasse pas 10 cm et que la vitesse de la ventilation ne dépasse pas 4 m/s. Justifier.

### Partie 3 : Commande du rapport cyclique du hacheur

Pour commander les interrupteurs du hacheur quatre quadrants, il est nécessaire de créer un signal carré avec un rapport cyclique variable dépendant d'un signal  $v_\alpha(t)$ . Le signal  $v_\alpha(t)$  peut varier entre  $V_{cc}=+15\text{ V}$  et  $-V_{cc}=-15\text{ V}$ . Nous proposons d'utiliser le montage suivant :

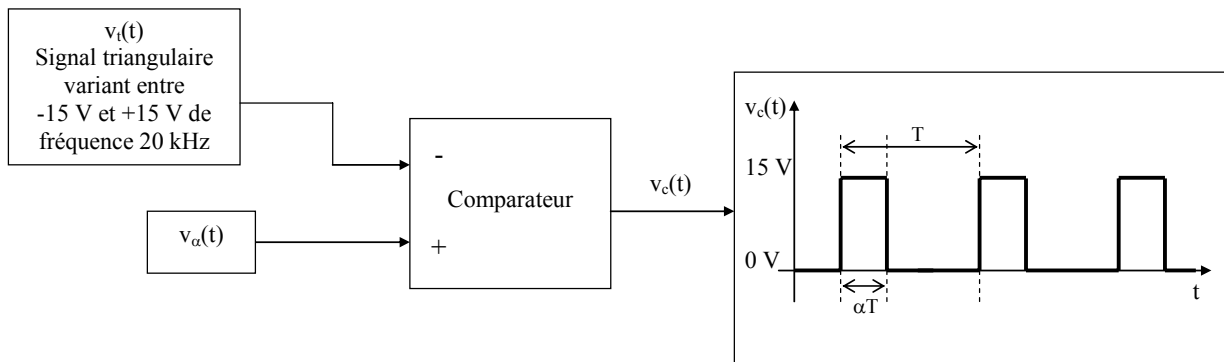


Figure 5 : Schéma de commande du rapport cyclique

Le comparateur (dont la réalisation technologique ne sera pas étudiée) fonctionne de la manière suivante : la tension de sortie  $v_c(t)$  vaut  $V_{cc}$  lorsque  $v_\alpha(t) > v_t(t)$  et vaut  $0\text{ V}$  dans le cas contraire.

3.1 Sur le document réponse n°2 tracer l'évolution de  $v_c(t)$  en fonction du temps pour les signaux  $v_t(t)$  et  $v_\alpha(t)$  indiqués.

3.2 Sachant que la loi  $\alpha=f(v_\alpha)$  est linéaire sur l'intervalle de tension  $[-V_{cc}, +V_{cc}]$ , exprimer  $\alpha$  en fonction de  $v_\alpha$  sur cet intervalle.

Nous allons maintenant étudier l'oscillateur qui permet de générer le signal  $v_t(t)$ . Le principe de cet oscillateur est représenté sur la figure suivante. Les amplificateurs opérationnels sont supposés parfaits.

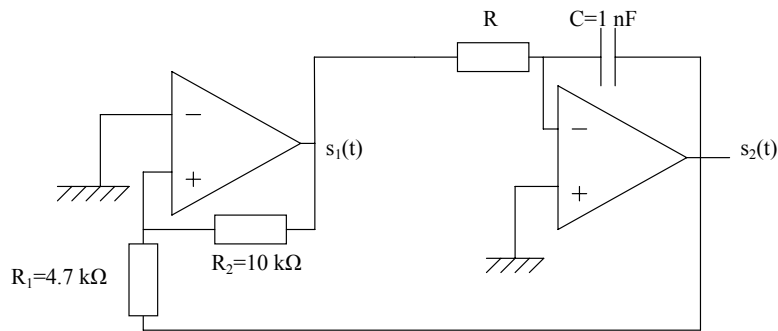


Figure 6 : L'oscillateur étudié

Commençons par étudier le montage avec pour entrée  $s_1(t)$  et pour sortie  $s_2(t)$  (amplificateur opérationnel de droite). Le fonctionnement de cet amplificateur opérationnel est supposé linéaire.

3.3 Déterminer l'équation différentielle reliant le signal  $s_2(t)$  au signal  $s_1(t)$ .

Étudions maintenant le montage avec pour entrée  $s_2(t)$  et pour sortie  $s_1(t)$  (amplificateur opérationnel de gauche).

3.4 Ce montage à amplificateur opérationnel est-il linéaire ou non-linéaire ? Quel élément du montage amène à faire cette conclusion ?

3.5 Tracer l'allure de la caractéristique  $s_1=f(s_2)$  de ce montage sachant que les amplificateurs opérationnels sont alimentés en  $+V_{cc}$  et  $-V_{cc}$ . Pour cela, supposer dans un premier temps que  $s_1(t) = +V_{cc}$ . Déterminer alors la valeur minimale de  $s_2(t)$  pour que  $s_1(t)$  reste égale à  $+V_{cc}$ . Si  $s_2(t)$  passe en dessous de cette valeur que se passe-t-il ? Déterminer alors la valeur de  $s_2(t)$  pour que  $s_1(t)$  repasse à  $+V_{cc}$ .

3.6 En fonction des résultats obtenus aux trois questions précédentes, tracer l'évolution théorique des tensions  $s_1(t)$  et  $s_2(t)$  sur le document réponse n°3. Nous supposons qu'à  $t=0$ ,  $s_1(0) = +V_{cc} = 15\text{ V}$  et  $s_2(0) = (R_1/R_2) \cdot V_{cc}$ . L'instant pour lequel la pente de la tension  $s_2$  change de signe est noté  $T/2$ . Lorsque celle-ci change de nouveau de signe, l'instant correspondant est noté  $T$ .

3.7 Donner l'équation de  $s_2(t)$  pour  $t$  légèrement supérieur à 0.

3.8 Calculer l'instant correspondant à un changement de pente de  $s_2(t)$ . En déduire la fréquence du signal  $s_2(t)$  en fonction de  $R$ ,  $R_1$ ,  $R_2$  et  $C$  ?

3.9 Déterminer alors la valeur de  $R$  pour que  $s_2(t)$  ait une fréquence de 20 kHz.

#### Partie 4 : Asservissement de la M.C.C.

Afin d'assurer la réduction de la vitesse de la machine à courant continu dans les courbes à 1/2 de la vitesse en ligne droite, un asservissement de vitesse est nécessaire. Afin de limiter les variations de courant dans la machine, nous proposons de réaliser une boucle interne de courant. C'est cette boucle que nous étudierons en détail.

Le schéma de la régulation de vitesse est le suivant :

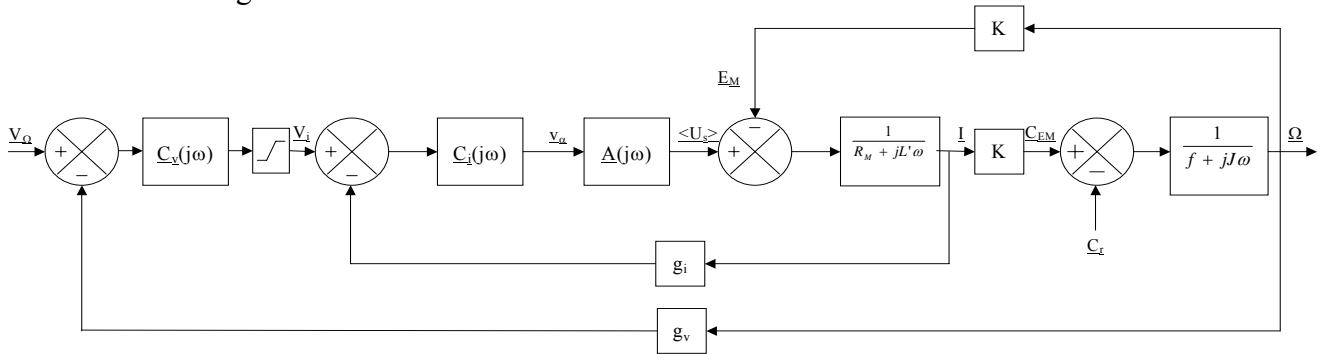


Figure 7 : Schéma de la régulation de vitesse

$C_v(j\omega)$ ,  $C_i(j\omega)$  et  $A(j\omega)$  sont respectivement les transmittances des correcteurs de la boucle de vitesse, de la boucle de courant et du hacheur quatre quadrants (plus sa commande).

$g_i$  et  $g_v$  sont les gains des capteurs de courant et de vitesse.

$K$  est la constante de couple du moteur,  $f$  le coefficient de frottements fluides,  $J$  le moment d'inertie du système,  $R_M$  la résistance du moteur et  $L'=L+L_M$  l'inductance de la charge.  $\langle U_s \rangle$  représente la tension moyenne de sortie du hacheur,  $E_M$  la force contre-électromotrice de la M.C.C. et  $I$  le courant qui la traverse.

$C_{EM}$  et  $C_r$  représentent respectivement le couple électromagnétique et le couple résistant.

Pour l'étude de la boucle de courant, nous supposons que la constante de temps électrique du moteur est très inférieure à la constante de temps mécanique. Vue de la boucle de courant, la force contre-électromotrice  $E_M$  paraît alors être une constante (entrée de perturbations). La boucle que nous allons étudier se simplifie alors de la manière suivante au sens des variations (vis-à-vis de la consigne) :

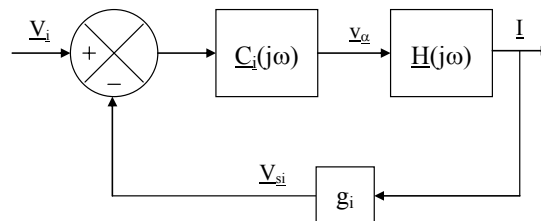


Figure 8 : Boucle de courant

Nous avons  $H(j\omega) = \frac{A(j\omega)}{R_M + jL'\omega}$ . Le gain du capteur de courant est  $g_i=0.1$  V/A.

4.1 Citer un type de capteur de courant.

Une étude expérimentale de ce moteur a permis de tracer la réponse en courant à un échelon de  $v_\alpha(t)$  (voir Annexe 3).

4.2 Nous supposons que  $H(j\omega)$  est une fonction de transfert de type passe-bas du premier ordre et peut donc se mettre sous la forme  $H(j\omega) = \frac{K_h}{1 + j\tau\omega}$ . Déduire de l'annexe 3 les valeurs des coefficients  $\tau$  et  $K_h$ .

Pour asservir ce système, nous utiliserons un correcteur de type Proportionnel-Intégral (PI). Sa fonction de transfert est la suivante :  $\underline{C}_i(j\omega) = K_i \frac{1 + j\tau_i\omega}{j\omega}$ . Afin de compenser le pôle de la fonction de transfert  $\underline{H}(j\omega)$ , nous prendrons  $\tau_i = \tau$ .

4.3 *Que vaut la phase de la fonction de transfert du système en boucle ouverte  $\underline{C}_i(j\omega) \cdot \underline{H}(j\omega) \cdot g_i$  ? En déduire si le système sera stable en boucle fermée ou non. Justifier.*

La commande du hacheur quatre quadrants amène en réalité un retard qui est statistiquement égal à la moitié de la période de découpage. Dans ce problème, la période de découpage vaut  $T = 1/f$  avec  $f = 20$  kHz. La fonction de transfert  $\underline{H}(j\omega)$  devient alors :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{K_h}{1 + j\tau\omega} e^{-j\omega \frac{T}{2}}$$

4.4 *Tracer, sur le document réponse n°4, la phase du diagramme de Bode de la fonction de transfert du système en boucle ouverte  $\underline{C}_i(j\omega) \cdot \underline{H}(j\omega) \cdot g_i$  sur l'intervalle de fréquence 100 Hz-10 kHz. Indiquer notamment la valeur de la phase aux fréquences 100, 1000 et 10000 Hz. Conclure sur la stabilité du système en boucle fermée.*

4.5 *Déterminer la pulsation  $\omega_{135}$  correspondant à une phase du système en boucle ouverte de  $-135^\circ$ .*

4.6 *Exprimer le module de la fonction de transfert du système en boucle ouverte en fonction de  $g_i$ ,  $K_h$ ,  $K_i$  et  $\omega$ .*

4.7 *En déduire la valeur de  $K_i$  à choisir pour avoir une marge de phase de  $45^\circ$ .*

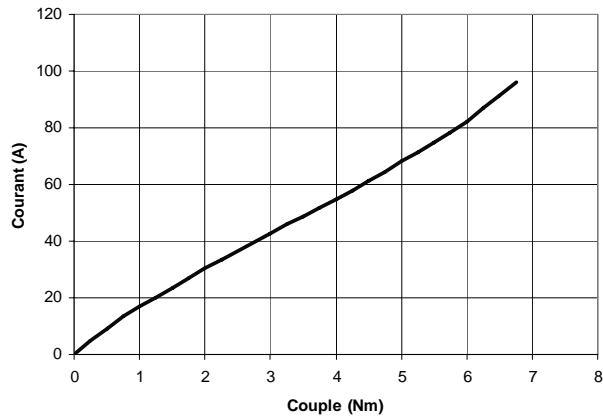
**Fin de l'énoncé**

# Annexes

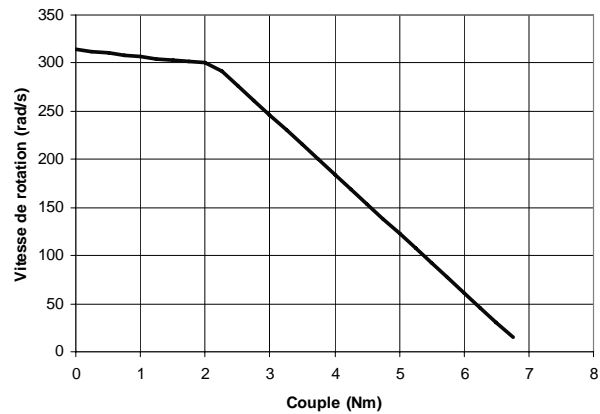
## Annexe 1 : Caractéristiques du moteur PM024 0922

Ces caractéristiques sont tracées avec **une tension d'alimentation constante** aux bornes du moteur.

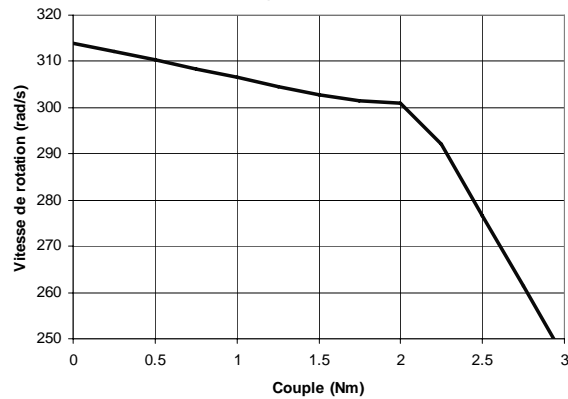
Courant en fonction du couple électromagnétique



Vitesse de rotation en fonction du couple électromagnétique

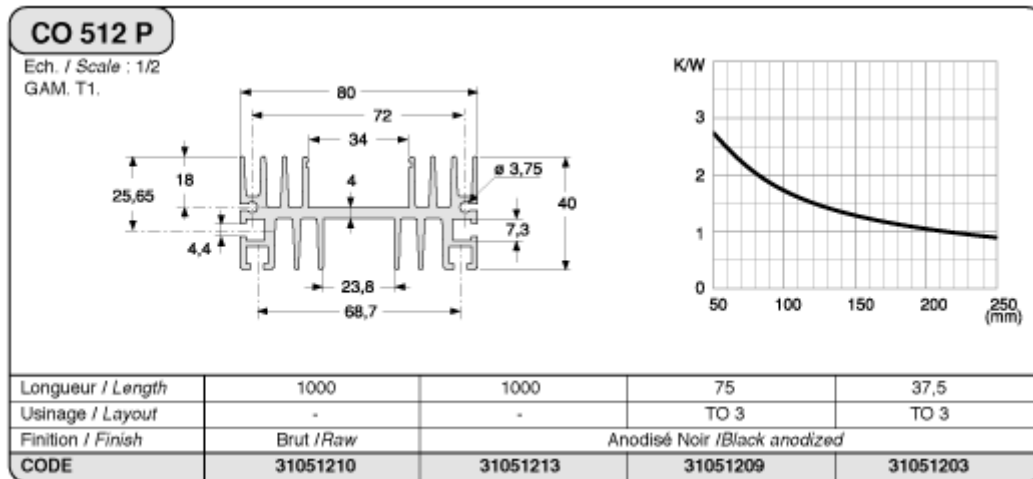
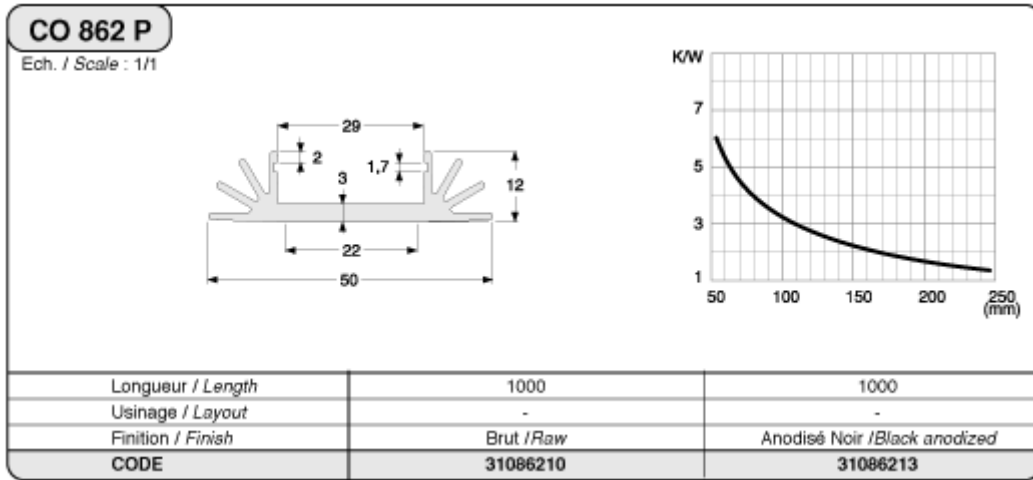


Vitesse de rotation en fonction du couple électromagnétique (zoom)

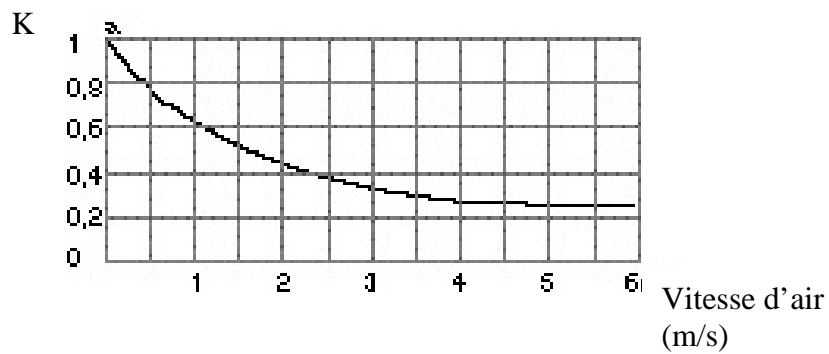




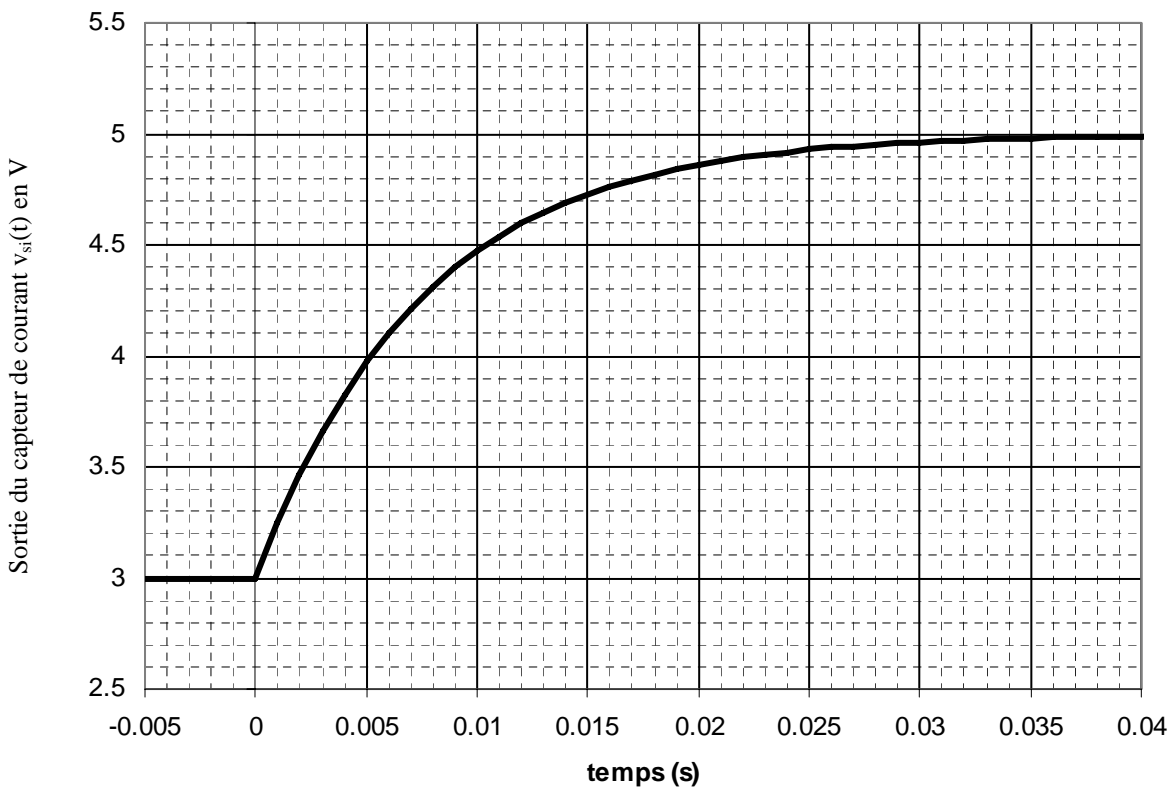
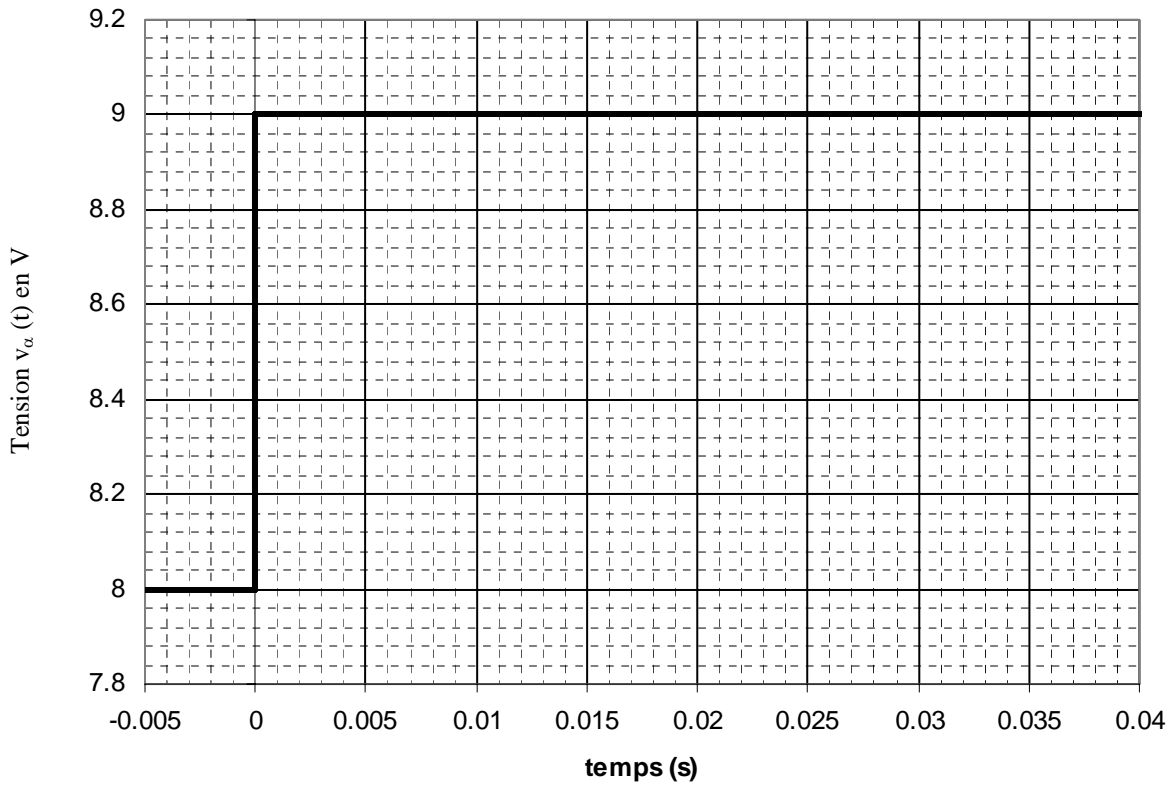
## Annexe 2 : Différents types de dissipateurs



Coefficient correcteur K :  $R_{th \text{ avec ventilation}} = K * R_{th \text{ sans ventilation}}$

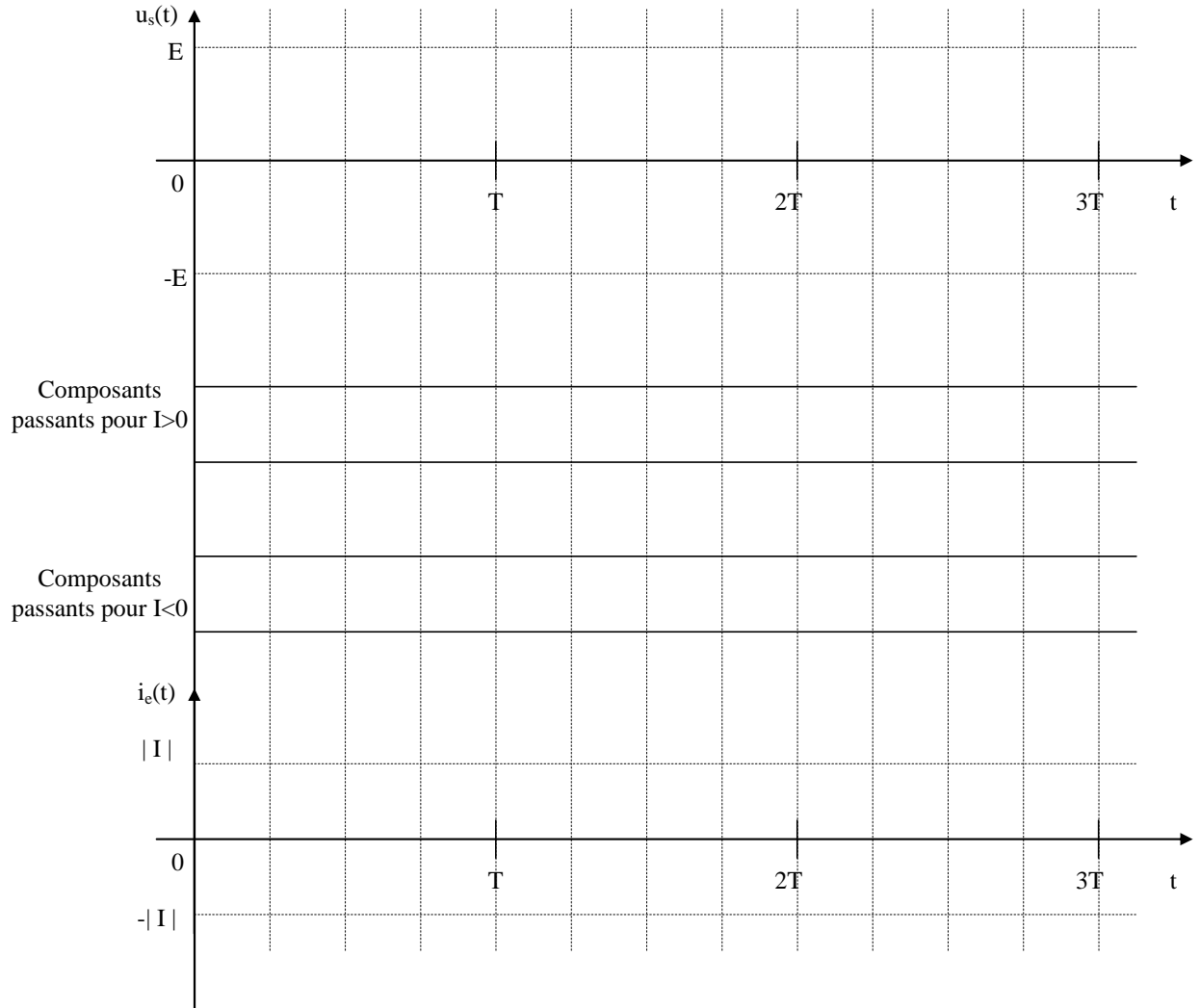


Annexe 3 : Réponse en courant du moteur à un échelon de  $v_\alpha(t)$

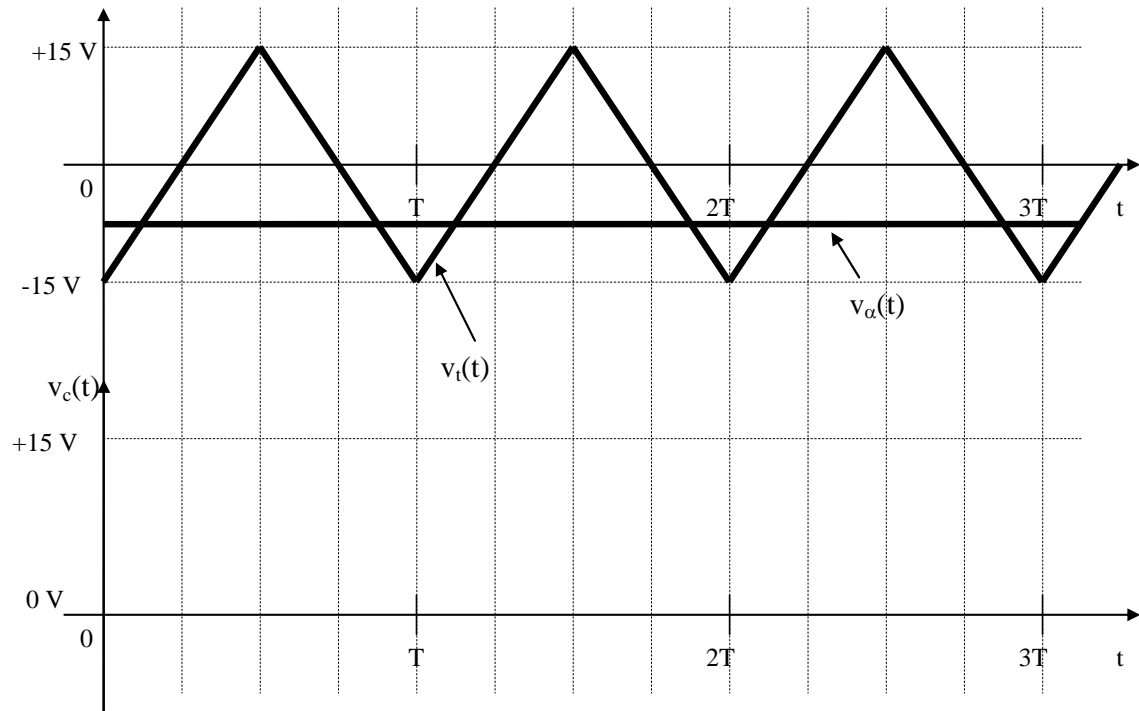


# Documents réponse

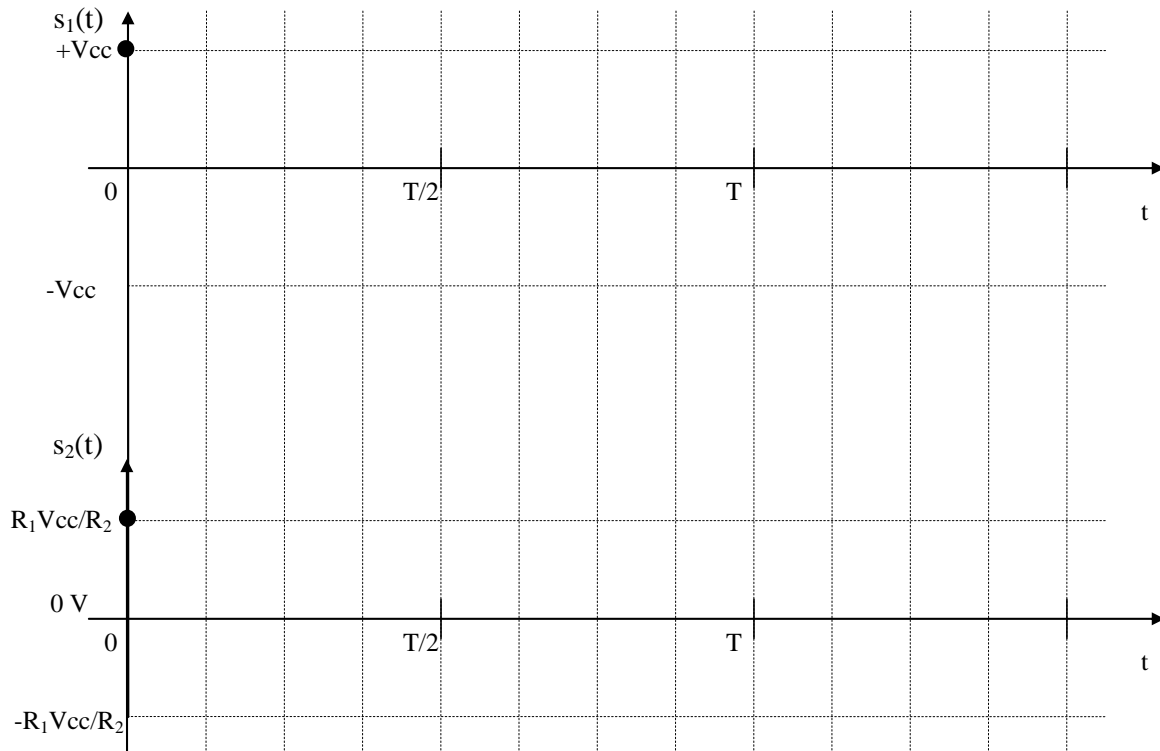
Document réponse n°1 :



Document réponse n°2 :



Document réponse n°3



Document réponse n°4

Attention, l'échelle des fréquences est logarithmique.

