

KY41



**CONCOURS ENSAM - ESTP - ARCHIMEDE**

**Épreuve de Sciences Industrielles PSI**

**Durée 5 h**

**Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, d'une part il le signale au chef de salle, d'autre part il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.**

---

**L'usage de calculatrices est autorisé.**

Dossiers remis aux candidats :

Sujet : pages 1 à 17

Annexes : annexes 1 à 9

**Documents Réponses : DR 1 à DR 8 à remettre impérativement en fin d'épreuve avec la copie.**

**Seules les calculatrices en conformité avec le référentiel du concours sont autorisées.**

**Le candidat est appelé à fournir toute hypothèse supplémentaire qu'il jugera nécessaire à la résolution du sujet.**

Tournez la page S.V.P

---

Sujet



## Présentation

Un tableau de bord automobile se compose d'une coque rigide revêtue d'une peau, entre lesquelles se trouve la mousse qui en adoucit et en assouplit le contact.



Photo d'un tableau de bord

Les peaux de tableau de bord sont fabriquées par dépôt d'une poudre de synthèse de polychlorure de vinyle ou polyuréthane sur une empreinte chaude appelée moule.

La société SMCA produit une cellule de fabrication des peaux de tableau de bord automobile, le CASM : Cellule Autonome de Slush-Molding. (voir annexe 1)

La peau est le produit fabriqué par le procédé de « slush molding ». Il consiste en la mise en forme par fusion d'une poudre sur la surface d'un moule préchauffé. Le moule donne à la peau sa forme. Le moule fixé sur un bras est généralement double et permet ainsi de fabriquer 2 peaux (identiques ou non) au cours du même processus.

Les étapes de la fabrication sont chronologiquement :

1. Le préchauffage qui monte le four et le moule vide en température ;
2. La stabilisation qui maintient le four et le moule vide en température ;
3. La prise de poudre qui dépose la poudre sur les empreintes ;
4. La gélification qui adoucit l'aspect granuleux du derme ;
5. Le refroidissement par convection forcée d'air ;
6. Le refroidissement par pulvérisation d'eau ;
7. Eventuellement le refroidissement par aspersion d'eau ;
8. Le refroidissement par soufflage d'air ;
9. Le décollage de la peau (ou des 2 peaux), réalisé manuellement par l'opérateur ;
10. La saisie informatique par l'opérateur des caractéristiques de l'utilisation à venir du moule vidé.



moule double

Un carrousel permet de répartir ces étapes sur différents postes où elles se dérouleront en parallèle. Le carrousel est l'élément rotatif support des bras sur lesquels sont fixés les moules.

Le système étudié est le **CASM 4** qui est notamment constitué d'un carrousel à 4 bras, pour lequel les opérations citées ci-dessus sont réparties conformément aux indications de la figure de l'annexe 1.

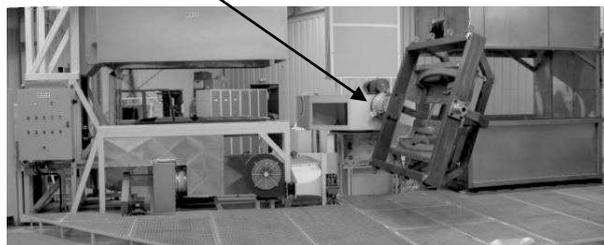


photo de l'ensemble

## Analyse fonctionnelle et structurelle

Objectif : Expliquer le fonctionnement et la structure de la machine.

Analyse fonctionnelle externe :

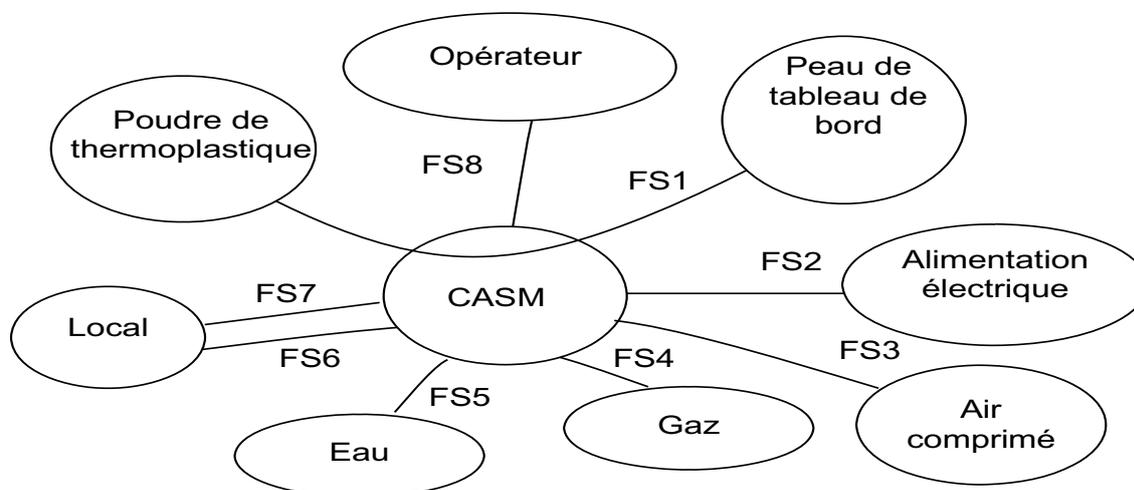


diagramme partiel des interacteurs pour la phase de fonctionnement normal

« moulage de pièces en série »

Le diagramme des interacteurs fait apparaître les fonctions de service du cahier des charges fonctionnel partiel suivant :

Fonction	Enoncé	Critère	Niveau	Flexibilité
FS1	Mettre en forme une peau de tableau de bord	Epaisseur Aspect Temps de cycle Cadence	2 mm Sans défaut 3 min 20 s 3200 pièces par 22 heures	± 0,1 mm
FS2	Utiliser l'énergie électrique disponible	Puissance Type d'alimentation	50 kW 400 V triphasé	
FS3	Utiliser l'air comprimé disponible	Pression	9 bars	1 bar
FS4	Utiliser le gaz disponible	Four à brûleur régénératif au gaz : puissance fournie	700 kW	
FS5	Utiliser l'eau du réseau	Débit Température	350 L/h 15°C	± 2 L/h
FS6	Etre fixé dans le local sans aménagement de génie civil	Masse totale Masse par unité de surface	25.10 <sup>3</sup> kg 5.10 <sup>3</sup> kg/m <sup>2</sup>	
FS7	Occuper une surface réduite au sol	Surface	14m x 20m	
FS8	Assurer la sécurité et le confort de l'opérateur	Contact avec des pièces en mouvement Ergonomie du poste (axe du bras à hauteur d'homme)	Aucun contact  1,5 m	0

**Question 1** (*répondre sur copie*)

- **Proposer le diagramme SADT A - 0 définissant la fonction globale, les entrées, sorties et données de contrôle de la Cellule Autonome de Slush Molding.**
- 

Analyse fonctionnelle interne :

Le diagramme FAST relatif à la fonction FS1 est donné en document annexe 2.

La description graphique de la structure de la partie opérative du poste de prise poudre est donnée en document annexe 3.

Chronologie du poste de gélification et de prise de poudre :

1. Les galets de contre-pointe montent pour maintenir l'ensemble cadre + double moule en position horizontale malgré le poids de cet ensemble, alors que la table élévatrice est en position basse.
2. La table monte et soulève les bacs à poudre, elle vient fixer (verrouiller) les bacs sur l'ensemble cadre + double moule. Après validation du verrouillage de l'ensemble (cadre + double moule + bacs à poudre) la table redescend.
3. L'ensemble est mis en rotation selon un programme (vitesse, nombre de tours à gauche, nombre de tours à droite).
4. Le bac est sous le moule et récupère pendant la mise en rotation la poudre non utilisée.
5. La table élévatrice monte, récupère le bac à poudre et redescend.
6. Le bac à poudre est récupéré en position basse par un chariot (non représenté sur l'annexe 1) qui le ramène en position d'alimentation en poudre.
7. Dans le même temps les galets sont abaissés.
8. Chacune des 2 parties du bac à poudre est remplie de poudre par un dispositif automatisé non décrit dans le sujet destiné à assurer la mise à niveau de la quantité nécessaire de 25 kg de poudre dans chacune des enceintes du bac. En effet le poudrage est donc chacune des peaux utilise 2,5 des 25 kg de poudre nécessaire au bon « mouillage » du moule.
9. Le chariot ramène ce double bac au-dessus de la table élévatrice (en position basse) en même temps que la rotation du carousel.

**Question 2** (*répondre sur copie*)

- **2.1 Nommer les actionneurs utilisés et les effecteurs associés pour assurer les fonctions techniques FT1321 et FT1322.**
- **2.2 Justifier succinctement le choix de la technologie hydraulique ou pneumatique utilisée pour chacune de ces deux fonctions techniques.**

## Analyse du fonctionnement séquentiel du CASM

**Objectif :** Vérifier le bon fonctionnement et le synchronisme d'un cycle.  
Le fonctionnement séquentiel en cycle de production normal est décrit par le grafcet point de vue système fourni dans les documents annexes 4, 5 et 6.

**Commentaires :**

- un bras du carrousel peut ne pas être utilisé dans les phases transitoires de la production : changement de fabrication, maintenance ou arrêt de la cellule de fabrication. On dit alors que le bras est inactif ;
- les variables  $b_i$ , avec  $i = 1, 2, 3$  ou  $4$ , sont les variables logiques définissant l'état actif avec  $b_i = 1$ , ou inactif avec  $b_i = 0$ , du bras présent au poste  $i$  ;
- $i = 1$  : four,  $i = 2$  : prise poudre,  $i = 3$  : refroidissement,  $i = 4$  : démoulage ;
- l'expansion de la macroétape M400 fait apparaître la réceptivité « état du bras défini » : l'opérateur peut définir l'état du bras comme actif ou inactif. Le bras peut-être rendu inactif dans la procédure d'arrêt de la machine par exemple. L'opérateur impose alors une nouvelle valeur logique à  $b_4 = 0$  ou  $1$ .

Les durées des actions définies en secondes sont fournies sur le document réponse DR1 dans la deuxième colonne du tableau.

**Question 3** (répondre sur le document réponse DR 1)

- **On suppose ici que les 4 bras sont actifs et que la réceptivité associée à la transition entre les étapes 10 et 1 est vraie ( $r_1 = 1$ ). Compléter le chronogramme du document réponse DR 1.**

Les peaux étant produites deux par deux en utilisant deux moules par cadre :

**Question 4** (répondre sur copie)

- **Déterminer la durée nécessaire à l'obtention, démoulage compris, des 2 premières peaux lors de la mise en service quotidienne de la machine.**

**Question 5** (répondre sur copie)

- **Déduire des questions précédentes, par un calcul simple, le nombre  $n_p$  de peaux de tableau de bord obtenues sur la durée quotidienne de mise en service de la machine de 22 heures en considérant la mise en route (4 bras inactifs au départ), la procédure d'arrêt (4 bras inactifs à la fin) et une production continue, avec les 4 bras actifs, entre les deux.**

**Question 6** (répondre sur le document réponse DR 2)

- **Compléter sur le document réponse DR 2, le grafcet G20 de gestion de l'état des bras lors de la rotation du carrousel. «  $b_x$  » désigne une variable logique dont l'utilisation est nécessaire pour affecter les nouvelles valeurs aux variables «  $b_i$  » après rotation du carrousel.**

**Question 7** (répondre sur copie)

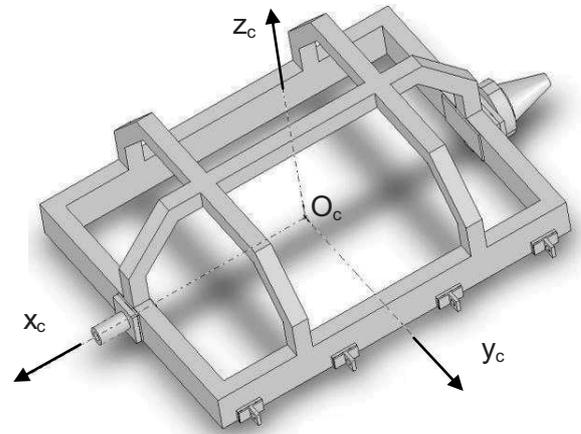
- **Donner l'expression booléenne la plus simple possible à partir des variables  $b_i$  de la réceptivité  $r_1$  du grafcet G1.**

**Etude de la fonction FT111 : assurer les déplacements des moules d'un poste à l'autre**

**Objectif :** Déterminer les caractéristiques inertielles nécessaires par la suite pour assurer les niveaux de la fonction.

La matrice d'inertie du cadre au point  $O_c$ , milieu du cadre se trouvant sur l'axe de rotation  $O_c \bar{x}_c$  de celui-ci avec le plateau, dans la base  $b_c = (\bar{x}_c, \bar{y}_c, \bar{z}_c)$  est la suivante :

$$i(O_c, \text{cadre}) = \begin{bmatrix} A_c & -F_c & -E_c \\ -F_c & B_c & -D_c \\ -E_c & -D_c & C_c \end{bmatrix}_{b_c}$$



**Question 8 (répondre sur copie)**

- Indiquer les termes nuls de cette matrice et préciser pourquoi.

**Question 9 (répondre sur copie)**

Le cadre est équipé de deux moules identiques respectivement 1 et 2 montés en opposition (voir bases associées).

Les matrices d'inertie des moules 1 et 2, au point  $O_c$ , dans leurs bases

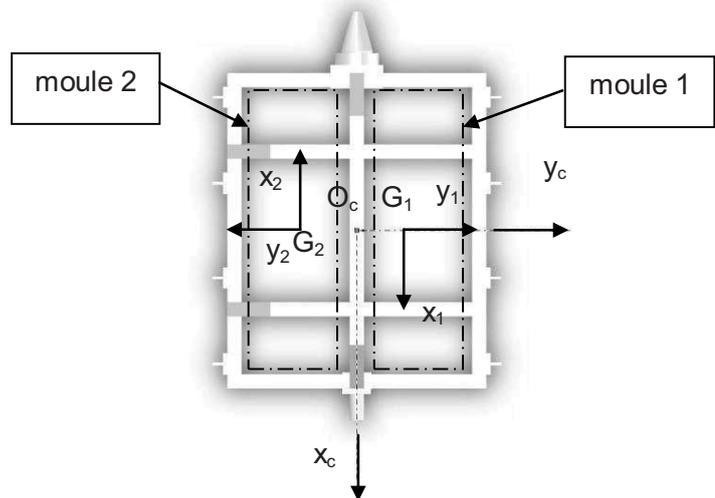
respectives :

$$b_1 = (\bar{x}_1, \bar{y}_1, \bar{z}_1) \text{ et } b_2 = (\bar{x}_2, \bar{y}_2, \bar{z}_2)$$

sont identiques :

$$i(O_c, \text{moule 1}) = \begin{bmatrix} A_m & -F_m & -E_m \\ -F_m & B_m & -D_m \\ -E_m & -D_m & C_m \end{bmatrix}_{b_1}$$

$$i(O_c, \text{moule 2}) = \begin{bmatrix} A_m & -F_m & -E_m \\ -F_m & B_m & -D_m \\ -E_m & -D_m & C_m \end{bmatrix}_{b_2}$$



- 9.1 Déterminer littéralement la matrice d'inertie du cadre équipé des deux moules au point  $O_c$ , dans la base  $b_c = (\bar{x}_c, \bar{y}_c, \bar{z}_c)$  en fonction des termes des matrices précédentes :

$$i(O_c, \text{cadre} + \text{moules}) = \begin{bmatrix} A_{cm} & -F_{cm} & -E_{cm} \\ -F_{cm} & B_{cm} & -D_{cm} \\ -E_{cm} & -D_{cm} & C_{cm} \end{bmatrix}_{b_c}$$

- 9.2 Application numérique :

$$\begin{array}{llll} A_c = 159,22 \text{ kg.m}^2 & B_c = 426,02 \text{ kg.m}^2 & C_c = 531,77 \text{ kg.m}^2 & E_c = 0,06 \text{ kg.m}^2 \\ A_m = 14,38 \text{ kg.m}^2 & B_m = 15,43 \text{ kg.m}^2 & C_m = 21,44 \text{ kg.m}^2 & \\ D_m = 5,32 \text{ kg.m}^2 & E_m = 0,36 \text{ kg.m}^2 & F_m = -0,04 \text{ kg.m}^2 & \end{array}$$

**Question 10** (répondre sur copie)

On donne :

- la masse  $m_{cm}$  d'un cadre équipé de deux moules ;
- le moment d'inertie  $C_{cm}$  d'un cadre équipé de deux moules autour de l'axe  $O_c \bar{z}_c$  ;
- le centre de gravité d'un cadre équipé de deux moules est sur l'axe  $O_c \bar{z}_c$  et situé à une distance  $d$  par rapport à l'axe de rotation  $A \bar{z}_0$  du plateau indexeur ( $\bar{z}_0 = \bar{z}_c$ ) (voir les deux figures en bas de cette page) ;
- le moment d'inertie  $C_p$  du plateau indexeur par rapport à l'axe de rotation  $A \bar{z}_0$ .

L'inertie des « peaux fabriquées » étant négligée par rapport à celle du cadre équipé de deux moules :

- **10.1 Déterminer littéralement le moment d'inertie  $C$  de l'ensemble tournant plateau indexeur équipé de ses quatre cadres et huit moules par rapport à l'axe de rotation  $A \bar{z}_0$  en fonction des termes précédents.**

- **10.2 Application numérique :**

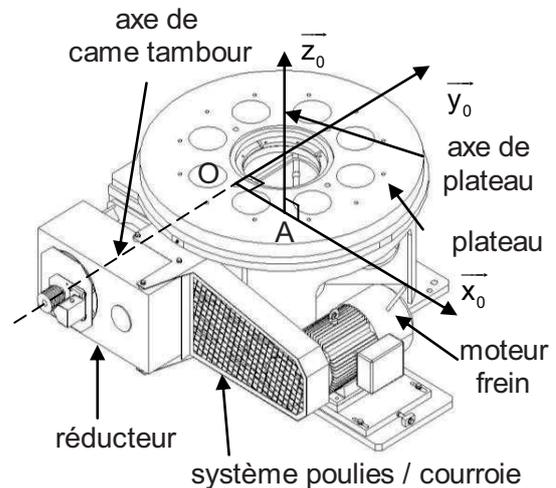
$$C_{cm} = 575 \text{ kg.m}^2 ; \quad m_{cm} = 500 \text{ kg} ; \quad d = 2,95 \text{ m} ; \quad C_p = 1500 \text{ kg.m}^2$$

Objectif : Vérifier la performance : temps total de rotation d'un poste à l'autre :  $t_{16} = 5\text{s}$  / flexibilité :  $\pm 0,2\text{s}$ .

Voir les annexes 7 et 8 pour le paramétrage et les notations.

La rotation du carrousel est assurée par une table d'indexage représentée ci-contre.

Le moteur frein entraîne une came tambour d'axe horizontal  $Oy_0$  (angle  $\alpha$ ) par l'intermédiaire d'un système poulies / courroie et d'un réducteur à axes parallèles. Cette came entraîne elle-même un ou deux galets liés au plateau qui en comporte huit au total. Le support de ces huit galets assure sa rotation autour de l'axe vertical  $A \bar{z}_0$  (angle  $-\beta$ ).



Données :

- Moment d'inertie du plateau avec le carrousel par rapport à l'axe  $A \bar{z}_0$  :

$$J_p = 21200 \text{ kg.m}^2$$

- Moment d'inertie du rotor et du frein par rapport à son axe :

$$J_r + J_f = 0,033 \text{ kg.m}^2$$

- Moment d'inertie de la came par rapport à l'axe  $Oy_0$  :

$$J_c = 2,2 \text{ kg.m}^2$$

- Vitesse de rotation nominale du moteur :

$$N_n = 1460 \text{ tr/min}$$

- Puissance nominale du moteur :

$$P_n = 3,7 \text{ kW}$$

- Couple de freinage :

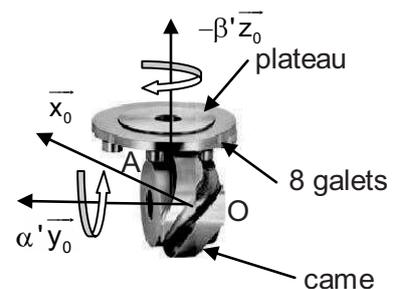
$$C_f = 50 \text{ N.m}$$

- Rapport de réduction poulies/courroie :

$$i_{pc} = 1,3$$

- Rapport de réduction du réducteur :

$$i_r = 93,7$$



Hypothèses (voir figures annexe 7 et annexe 8) :

- liaisons parfaites, mais les galets sont montés avec un léger jeu dans la rainure de came ;
- pour un galet  $i$ , le contact avec la rainure est unique et supposé ponctuel ;
- ce point de contact est déterminé en tenant compte de l'accélération ou de la décélération du plateau ;
- en ce point, et dans la rainure, le galet  $i$  roule sans glisser dans le plan  $(C_i; \vec{n}_i, \vec{t}_i)$  ;  
seule une vitesse de glissement selon  $\vec{z}_0$  peut subsister ;
- inertie et élasticité de la courroie négligées ;
- inerties des galets négligées par rapport aux autres inerties.

Pour un cycle :

PHASE	temps		moteur		came			plateau		
	fin	durée	accélération	couple	$\alpha''$	$\alpha$ final	$\Delta\alpha$	$\beta''$	$\beta$ final	$\Delta\beta$
0	0		arrêt	0	0	0		0	0	0
1	$t_1$	$t_1$	+	$C_n$	+	$\alpha_1$	$\alpha_1$	0	0	0
2	$t_2$	$t_2 - t_1$	0	0	0	$\alpha_2 = 15^\circ$	$\alpha_2 - \alpha_1$	0	0	0
3	$t_3$	$t_3 - t_2$	$\approx 0$	+	$\approx 0$	$\alpha_3 = 180^\circ$	$\alpha_3 - \alpha_2$	+	$45^\circ$	$45^\circ$
4	$t_4$	$t_4 - t_3$	$\approx 0$	-	$\approx 0$	$\alpha_4 = 345^\circ$	$\alpha_4 - \alpha_3$	-	$90^\circ$	$45^\circ$
5	$t_5$	$t_5 - t_4$	$\approx 0$	0	0	$\alpha_5$	$\alpha_5 - \alpha_4$	0	$90^\circ$	0
6	$t_6$	$t_6 - t_5$	-	- $C_f$	-	$\alpha_6 = 360^\circ$	$\alpha_6 - \alpha_5$	0	$90^\circ$	0

Remarques :

- + : positif
- : négatif
- $\approx 0$  : à peu près nulle (sera considérée comme nulle)

Hypothèses pour le cycle : (accélération ou vitesse moteur entre parenthèses)

- durant la phase 1 (forte accélération), le couple moteur est constant et vaut  $C_n$  ;
- durant les phases 2 et 5 (vitesse constante  $\omega_n$ ), le couple moteur est quasiment nul ;
- durant les phases 3 (vitesse quasiment constante), entraînement du plateau, et 4 (vitesse quasiment constante) le moteur est entraîné par le plateau (inertie) : freinage électrique, la vitesse de rotation moyenne du moteur varie peu de sa valeur nominale  $N_n$ , et par conséquent, la vitesse de rotation moyenne de la came varie peu de sa vitesse de rotation nominale notée :  $N_c$ . On supposera ces vitesses constantes ;
- durant la phase 6 (forte décélération jusqu'à l'arrêt du moteur : freinage mécanique), le couple moteur est constant et vaut  $-C_f$ .

**Question 11** (répondre sur copie)

Pour les phases 3 et 4 (plateau en rotation) :

- **11.1 Déterminer littéralement puis numériquement la vitesse de rotation nominale de la came :  $N_c$  en tr/min et  $\omega_c = \alpha'$  en rad/s.**
- **11.2 En déduire littéralement puis numériquement la durée correspondante :  $t_4 - t_2$ .**

**Question 12** (répondre sur copie)

Pour les phases 1, 2, 5 et 6 (plateau immobile) :

- **Déterminer littéralement puis numériquement le moment d'inertie équivalent ramené à l'arbre moteur  $J_{eq}$ .**

**Question 13** (répondre sur copie : préciser le théorème ou principe utilisé, le(s) solide(s) isolé(s))

Pour les phases 1 et 6 :

- 13.1 Déterminer littéralement puis numériquement en millisecondes, les durées  $t_1$  et  $t_6 - t_5$ .
- 13.2 Déterminer littéralement puis numériquement en radians et en degrés, les débattements angulaires  $\alpha_1$  et  $\alpha_6 - \alpha_5$ .

Pour les phases 2 et 5 :

- 13.3 En déduire les débattements angulaires  $\alpha_2 - \alpha_1$  et  $\alpha_5 - \alpha_4$  en degrés ainsi que les durées correspondantes  $t_2 - t_1$  et  $t_5 - t_4$  en millisecondes.

**Question 14** (répondre sur copie)

- Vérifier que l'objectif est atteint : temps total de rotation d'un poste à l'autre.

Objectif : Pour les phases 3 et 4 (rotation du plateau), valider une loi d'accélération et donc un profil pour la came minimisant les accélérations et vitesses du plateau, avec une loi d'accélération progressive (pas de discontinuité de l'accélération).

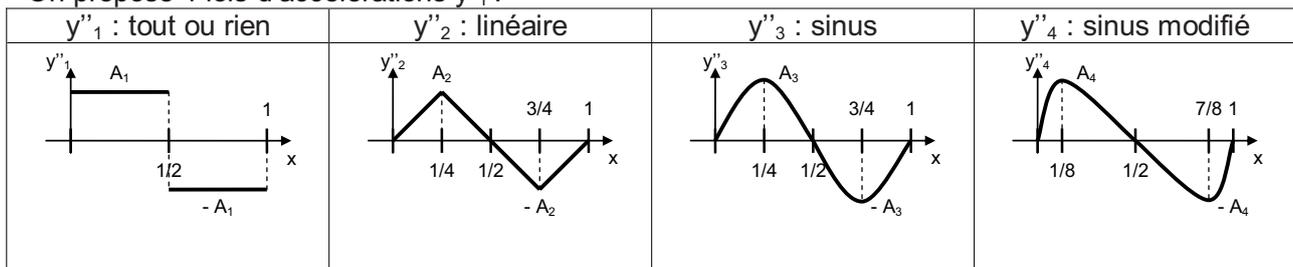
Notations :

On passe en coordonnées « réduites » :  $x = \frac{t - t_2}{t_4 - t_2}$        $y = \frac{\beta - \beta_2}{\beta_4 - \beta_2}$        $y' = \frac{d\beta}{dx}$        $y'' = \frac{d^2\beta}{dx^2}$

On a alors pour les phases 3 et 4 :  $x_{\text{MAXI}} = 1$       et       $y_{\text{MAXI}} = 1$

On note :  $y'_{i \text{ MAXI}} = V_i$       et       $y''_{i \text{ MAXI}} = A_i$

On propose 4 lois d'accélération  $y''_i$  :



La loi «  $y''_4$  : sinus modifié » est une fonction sinus définie par intervalles, de 0 à 1/8, puis de 1/8 à 7/8 et enfin de 7/8 à 1 ( $y'''_4(1/8) = 0$  et  $y'''_4(7/8) = 0$ ).

**Question 15** (répondre sur copie et document réponse DR 3)

- 15.1 Démontrer que pour la loi  $y''_1$  : tout ou rien,  $A_1 = 4$  et  $V_1 = 2$  ;
- 15.2 Déterminer  $A_3$  et  $V_3$  pour la loi  $y''_3$ , ainsi que  $A_4$  et  $V_4$  pour la loi  $y''_4$ , ( $A_3$ ,  $A_4$  et  $V_4$  seront d'abord exprimées en fonction du nombre  $\pi$  avant de donner les valeurs numériques);
- 15.3 Compléter sur le document réponse DR 3 les courbes d'accélération et de vitesses pour les lois de commande 1, 2 et 3 (3 couleurs différentes) et les valeurs de  $A_2$  et  $V_2$ ,  $A_3$  et  $V_3$ ,  $A_4$  et  $V_4$  ;
- 15.4 Conclure (sur le document DR 3) par rapport à l'objectif fixé.

Objectif : On garde la loi de commande en sinus modifié :  $y''_4$  .

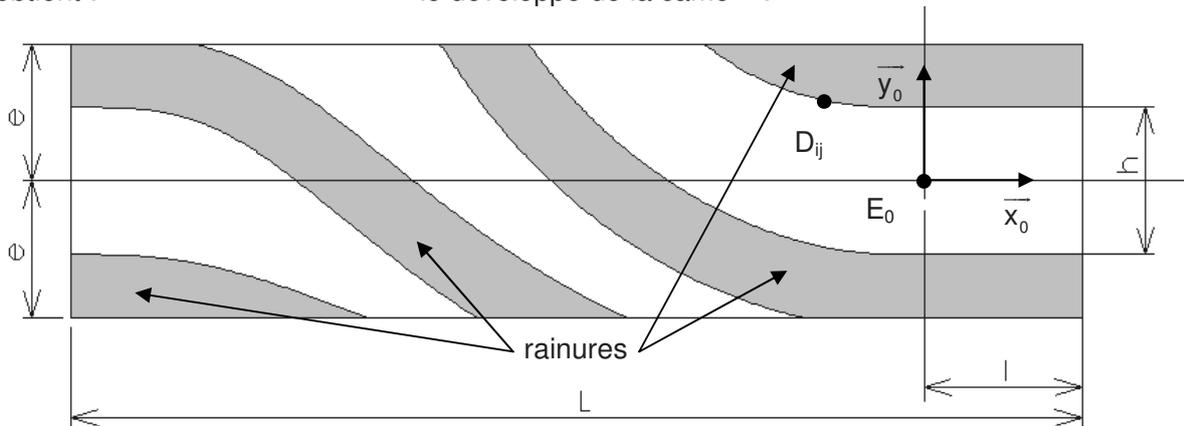
On demande de déterminer les profils des rainures de la came sur son cylindre primitif. Le cylindre primitif de la came étant le cylindre d'axe  $Oy_0$  de rayon primitif  $R$ , de hauteur  $2e$  (voir annexes 7 et 8).

**Question 16** (répondre sur copie)

- Ecrire la fermeture géométrique  $OABC_iD_{ij}O$ , en déduire les expressions littérales des vecteurs  $\overline{OC_i}$  et  $\overline{OD_{ij}}$  dans la base  $b_0$  en fonction de  $R, a, c, r, j, \beta_i, \theta_i$  .

Au début de la phase 3, le point E est en  $E_0$  sur l'axe  $Oz_0$ .

Lorsqu'on déroule le cylindre primitif de rayon R de la came sur le plan tangent  $E_0 \bar{x}_0 \bar{y}_0$ , on obtient : « le développé de la came » :



**Question 17** (répondre sur copie)

- 17.1 Déterminer littéralement puis numériquement la longueur L du « développé de la came ».
- 17.2 A quoi correspond la partie rectiligne de droite ? Déterminer littéralement puis numériquement la longueur l correspondante.
- 17.3 Déterminer littéralement puis numériquement la hauteur h entre deux rainures.

**Question 18** (répondre sur copie)

En négligeant l'écart selon  $\bar{z}_0$  du point  $D_{ij}$  au cylindre primitif de came :

- Déterminer les équations paramétriques de chaque courbe latérale des rainures pour les phases 3 et 4. Pour cela, expliciter pour « le développé de la came » (et non la came réelle), le vecteur  $\overrightarrow{E_0 D_{ij}} = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix}_{x_0, y_0}$  en fonction de :  $R, a, c, r, j, \alpha, \beta_i, \theta_i$ .

**Objectif :** La durée de vie souhaitée des roulements montés entre les galets et le plateau est de 80 000 heures. La détermination de celle-ci demande de connaître les vitesses de rotation  $\theta'_i$  des galets par rapport au plateau et l'effort radial  $Fr_i$  qu'ils supportent. On demande de déterminer ces deux grandeurs.

**Question 19** (répondre sur copie)

- 19.1 Déterminer la relation littérale entre  $\beta_i$  et  $\beta$ , ainsi qu'entre  $\beta'_i$  et  $\beta'$  ;
- 19.2 Déterminer littéralement le vecteur vitesse du point  $C_i$  appartenant au galet i par rapport à la came 10 :  $\overrightarrow{V_{C_i \in i/10}}$ , dans la base  $b_0$ .

On donne le vecteur vitesse du point  $D_{ij}$  appartenant au galet i par rapport à la came 10 :  $\overrightarrow{V_{D_{ij} \in i/10}}$ , dans la base  $b_0$  :

$$\overrightarrow{V_{D_{ij} \in i/10}} = \begin{pmatrix} -\alpha' R - c\beta'_i \sin(\beta_i) - (-1)^j r(\theta'_i + \beta'_i) \sin(\theta_i + \beta_i) \\ c\beta'_i \cos(\beta_i) + (-1)^j r(\theta'_i + \beta'_i) \cos(\theta_i + \beta_i) \\ \alpha'(a + c \cos(\beta_i) + (-1)^j r \cos(\theta_i + \beta_i)) \end{pmatrix}_{b_0}$$

En utilisant l'hypothèse que le galet roule sans glisser dans le plan  $(C_i; \bar{n}_i, \bar{t}_i)$ , et donc que seule une vitesse de glissement selon  $\bar{z}_0$  peut subsister :

- 19.3 Sachant que :  $\overline{V_{D_{ij} \in I/10} \cdot \vec{n}_i} = 0$ , déterminer l'angle  $\theta_i$  en exprimant sa tangente en fonction de :  $R, c, \alpha', \beta_i, \beta'_i$  ;
- 19.4 Sachant que :  $\overline{V_{D_{ij} \in I/10} \cdot \vec{t}_i} = 0$ , déterminer la vitesse angulaire  $\theta'_i$  en fonction de :  $R, c, r, j, \alpha', \beta_i, \beta'_i, \theta_i$ .

**Question 20** (répondre sur le document réponse DR 4)

Le document réponse DR 4 représente les différentes positions  $\beta$  du plateau en fonction des changements de contacts des quatre premiers galets dans les rainures de la came représentée en « développé » ainsi que les signes des accélérations angulaires  $\beta''$  correspondantes.

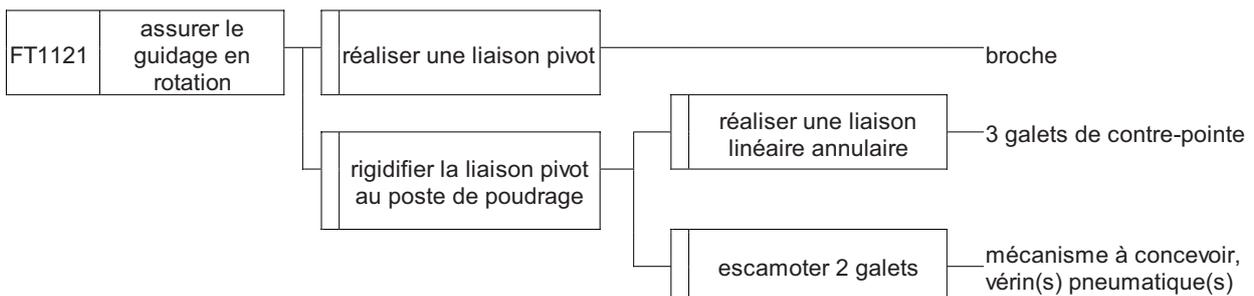
- 20.1 Compléter les cases vides dans la colonne  $D_{ij}$  des points de contacts effectifs.
- 20.2 Conclure sur la continuité du mouvement et un hyperstatisme éventuel.

**Question 21** (répondre sur copie : préciser le théorème ou principe utilisé, le(s) solide(s) isolé(s))

Dans la phase 3 et dans le cas où un seul galet  $i$  est en contact avec la came :

- 21.1 Déterminer l'effort normal  $F_{n_i}$  supporté par ce galet en fonction de  $J_p, c, \delta_i, \beta''$  (faire un dessin pour le mettre en place avec la came, le galet et le plateau) ;
- 21.2 Déterminer l'angle  $\delta_i$  en fonction de l'angle  $\theta_i$ .

### Analyse de la fonction technique FT1121 : assurer le guidage en rotation



**Objectif :** Proposer une solution technique pour le mécanisme des galets escamotables.

**Commentaires :**

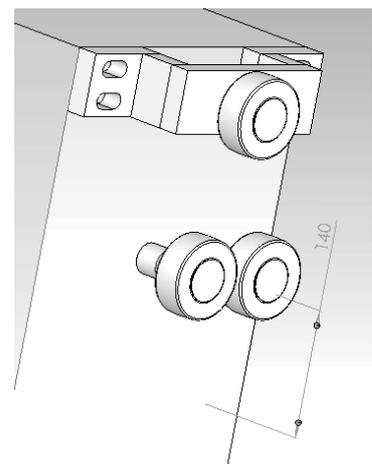
L'utilisation d'un carrousel impose que les ensembles cadres + moules soient guidés en rotation par rapport à la table pivotante par une liaison pivot réalisée par un roulement spécifique très rigide.

Cependant le poids d'un ensemble cadre + moules et sa rigidité sont tels que la flèche (déplacement vertical) en bout de cadre est de l'ordre de plusieurs centimètres.

Il est nécessaire au niveau du poste de poudrage, alors que l'on ajoute le poids du bac à poudre de maintenir l'ensemble cadre + moules + bac à poudre à l'aide d'une « contre-pointe ».

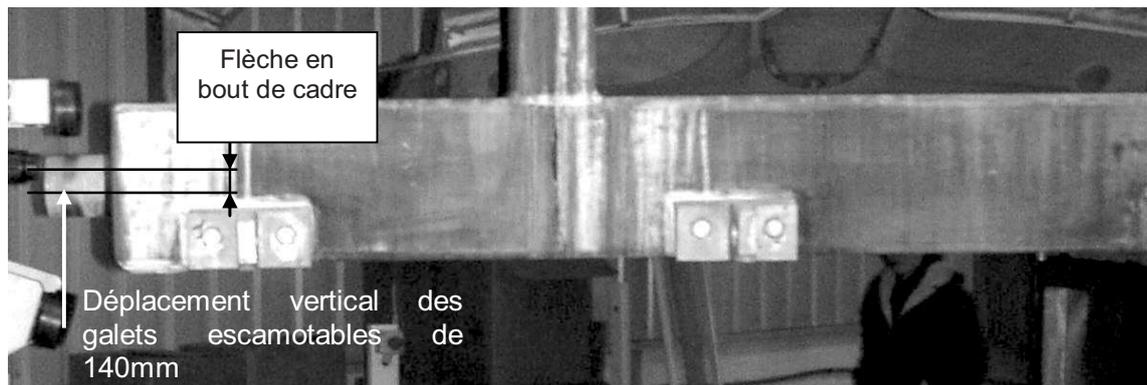
Celle-ci, en photo sur l'annexe 3, est réalisée par un contact avec 3 galets dont 2 sont escamotables par le bas pour permettre le passage du cadre du poste four au poste de poudrage et du poste de poudrage au poste de refroidissement.

La charge statique verticale maximale supportée par l'ensemble des 2 galets mobiles est  $C = 10\ 000\ N$ .



Le déplacement vertical des galets escamotables doit être de 140mm.

Pour des raisons technico-économiques la société SMCA utilisera uniquement les vérins pneumatiques standards dont les caractéristiques principales figurent sur l'annexe 9.



**Question 22** (répondre intégralement sur le document réponse DR 5)

- Proposer, sous forme d'un croquis clair et propre, une solution mécanique permettant d'assurer l'escamotage des galets mobiles.

Préciser clairement, dans l'encombrement délimité par le parallélépipède de dimensions 340 x 1100 x 1400 mm et à l'échelle 1/20<sup>ème</sup> du document réponse, l'implantation du ou des vérins, les solides utilisés, les liaisons entre ces solides.

Vérifier par un calcul de statique simple, à rédiger sur le document réponse DR 5, que le ou les vérins choisis conviennent (théorème de la résultante ou du moment adéquat).

Vérifier que la course du ou des vérins choisis convient également au déplacement imposé.

## Etude de la fonction FT12 : chauffer les moules

Objectif : Vérifier les niveaux de la fonction, à savoir :

Température :

- température maximale de consigne de l'air : 350°C

Stabilité :

- système stable : marge de gain :  $MG \geq 10\text{dB}$  et marge de phase :  $MP \geq 45^\circ$ .

Rapidité :

- temps maxi de montée en température de 50°C inférieur à 20 secondes.

Précision :

- écart :  $\pm 2^\circ\text{C}$ .

Commentaires :

Le four est de type "cloche". Lors de l'ouverture du four, l'air chaud reste dans la "cloche", la déperdition de chaleur par convection est donc réduite, mais atteint 50°C lors d'un cycle pour une température maximale de consigne de l'air de 350°C.

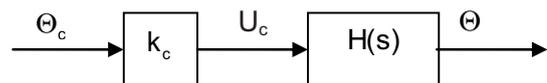
Le four est pourvu d'une régulation de température qui permet d'optimiser la montée en température des moules et la consommation de gaz.

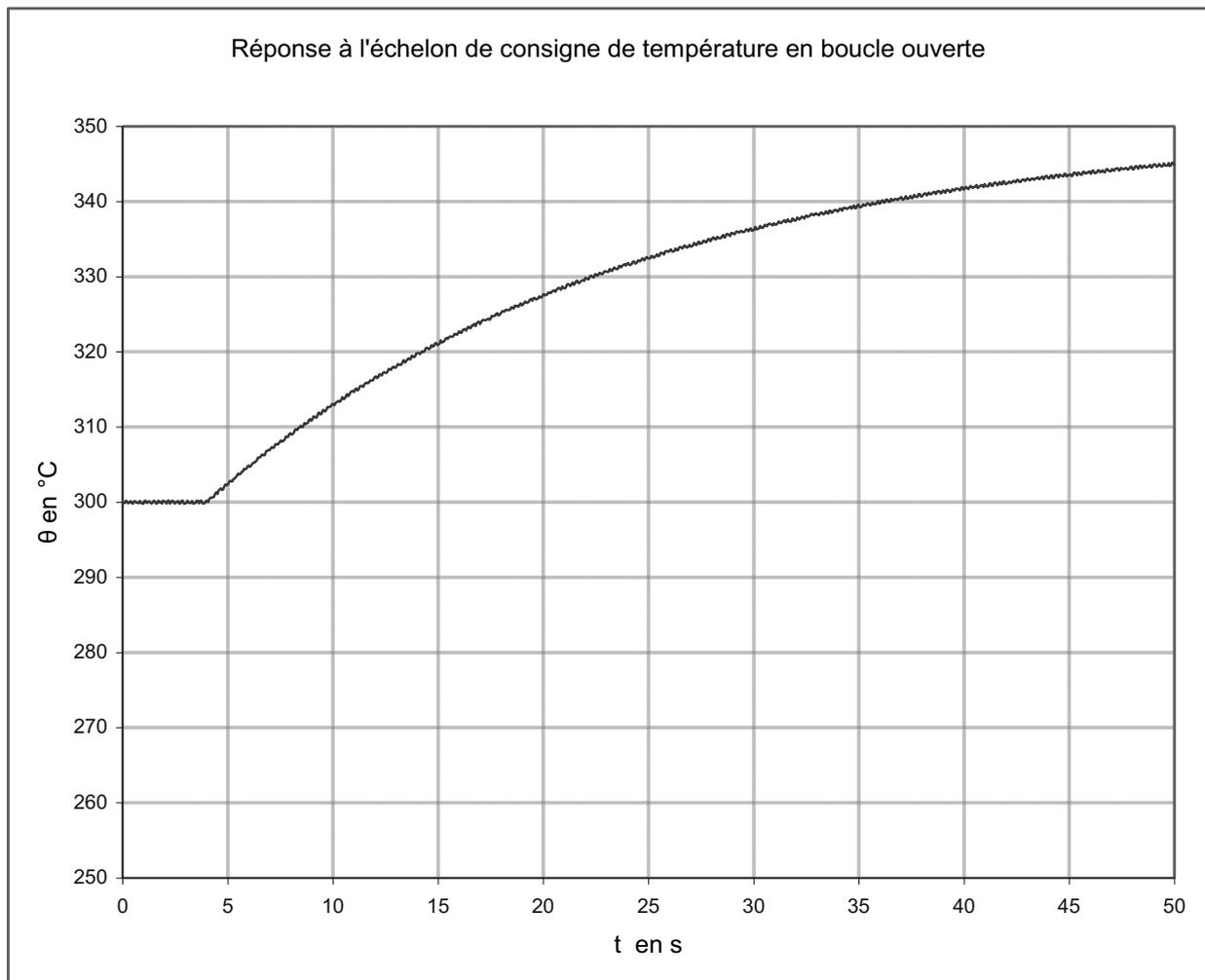
La régulation se fait sur la température de l'air de l'enceinte du four à l'aide d'un capteur de gain  $k_c = 0,02 \text{ V}/^\circ\text{C}$ . La commande se fait en agissant sur le brûleur par une tension  $U_c$  image de la consigne  $\theta_c$  :  $U_c = k_c \cdot \theta_c$ .

Lorsque cette tension est négative, le brûleur est coupé et l'air est refroidi par son passage sur des cellules céramiques (brûleur régénératif).

Identification :

Un essai en boucle ouverte suivant le schéma ci-contre a permis le relevé de température (voir page suivante) qui peut être assimilé à un premier ordre retardé de gain  $K$ , de constante de temps  $\tau$  et de retard  $T_r$  :





Conditions de l'essai :

- four fermé ;
- température initiale :  $\theta_0 = 300^\circ\text{C}$  ;
- consigne de température :  $\theta_f = 350^\circ\text{C}$  de type « échelon » envoyée à  $t = 0$ .

**Question 23** (répondre sur copie)

- **23.1 Déterminer la valeur littérale puis numérique (avec unité) du gain K pour obtenir la température désirée ;**
- **23.2 Déterminer l'expression littérale de la fonction de transfert H(s) ;**
- **23.3 Déterminer littéralement la réponse temporelle  $\theta(t)$  due à cet échelon ;**
- **23.4 Estimer le temps de retard  $T_r$  et la constante de temps  $\tau$ , justifier votre méthode ;**
- **23.5 Les objectifs sont-ils atteints ?**

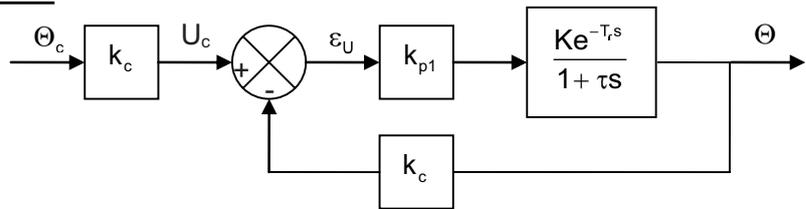
Quelles que soient les valeurs estimées précédemment, on prendra les valeurs indiquées ci-dessous pour la suite des questions :

La température initiale étant  $\theta_0 = 300^\circ\text{C}$ , la température à obtenir étant  $\theta_f = 350^\circ\text{C} \pm 2^\circ\text{C}$ , on supposera que l'on impose un échelon de consigne :  $\theta_c = \theta_f - \theta_0 = 50^\circ\text{C}$ .

- gain statique :  $K = 50^\circ\text{C} / \text{V}$  ;
- constante de temps :  $\tau = 20\text{s}$  ;
- retard :  $T_r = 4\text{s}$ .

### Bouclage et correcteur Proportionnel

On boucle le système en introduisant un correcteur proportionnel  $k_{p1}$  dans la chaîne directe selon le schéma suivant :



**Question 24** (répondre sur copie)

- Déterminer littéralement sa fonction de transfert en boucle fermée  $H_{BF1}(s)$  .

#### Précision

**Question 25** (répondre sur copie)

- 25.1 Déterminer littéralement l'écart statique  $\epsilon_s$  pour le même échelon. Peut-il être annulé ?
- 25.2 Déterminer littéralement puis numériquement et enfin en dB, le gain minimal  $k_{p1}$  pour obtenir la précision minimale souhaitée.

#### Stabilité / rapidité

Le diagramme de Nyquist de la fonction de transfert :  $k_{p1} \frac{e^{-T_r s}}{1 + \tau s}$  est donné sur le document réponse

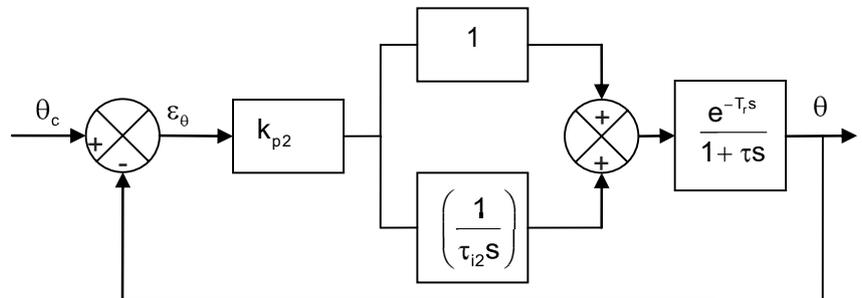
DR 6.

**Question 26** (répondre sur le document réponse DR 6)

- 26.1 Comment retrouver le gain  $k_{p1}$  sur le diagramme ?
- 26.2 Expliquer la forme en spirale à l'origine.
- 26.3 Le système est-il stable ? Justifier.
- 26.4 Est-il nécessaire d'en étudier la rapidité ?

### Bouclage et correcteur Proportionnel Intégral

On boucle le système en introduisant un correcteur PI « mixte » dans la chaîne directe selon le schéma suivant :



#### Précision

**Question 27** (répondre sur copie)

- Démontrer que l'écart statique  $\epsilon_s$  est alors nul.

#### Placement du correcteur

On le place de manière à éliminer le pôle dominant : on choisit :  $\tau_{i2} = \tau$

**Question 28** (répondre sur copie)

- 28.1 Déterminer littéralement puis numériquement la fonction de transfert simplifiée en boucle ouverte  $H_{B02}(s)$  ainsi que son module  $|H_{B02}(s)|$  en dB et son argument  $\arg(H_{B02}(s))$  en radians ;
- 28.2 Déterminer littéralement sa pulsation de coupure à 0dB :  $\omega_{2c\ 0dB}$  et sa pulsation correspondant à un argument de  $-\pi$  radians :  $\omega_{2 \rightarrow -\pi}$  .

Stabilité : Détermination du gain proportionnel

**Question 29** (répondre sur copie)

- 29.1 Déterminer littéralement les marges de gain  $MG_2$  et de phase  $MP_2$ .
- 29.2 Tracer l'allure du diagramme de Black correspondant avec les points particuliers :  $\omega_{2c\ 0dB}$ ,  $\omega_{2 \rightarrow -\pi}$ , asymptote(s). Mettre en place les marges de gain  $MG_2$  et de phase  $MP_2$ .

Marge de gain imposée :  $MG_{21} = 10dB$

- 29.3 Déterminer littéralement puis numériquement le gain  $k_{p2}$  pour obtenir cette marge de gain. En déduire la marge de phase correspondante  $MP_{21}$  en radians et en degrés.

Marge de phase imposée :  $MP_{22} = \pi/4$

- 29.5 Déterminer littéralement puis numériquement le gain  $k_{p2}$  puis  $k_{p2}$  en dB pour obtenir cette marge de phase. En déduire la marge de gain correspondante  $MG_{22}$ .

Choix du gain :  $k_{p2}$

- 29.7 Choisir le réglage vérifiant les objectifs au niveau de la stabilité.

Rapidité

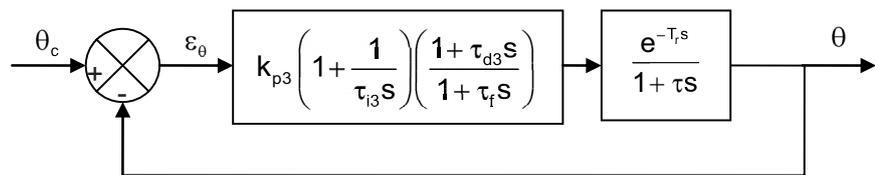
Les réponses temporelles à une consigne échelon de  $50^\circ C$  avec ces réglages en boucle fermée sont données sur le document réponse DR 6.

**Question 30** (répondre sur le document réponse DR 6)

- Peut-on atteindre l'objectif de rapidité imposé ? Justifier votre réponse.

Bouclage et correcteur Proportionnel Intégral Dérivé

On boucle le système en introduisant un correcteur PID filtré « série » dans la chaîne directe selon le schéma suivant :



avec :  $\tau_{i3} \gg \tau_{d3} \gg \tau_f$

**Question 31** (répondre sur le document réponse DR 7)

- 31.1 Tracer les diagrammes asymptotiques (AdB et  $\phi$ ) de Bode du correcteur seul, en indiquant les pulsations de cassures, les pentes et valeurs particulières (les valeurs seront choisies pour que le tracé reste dans les limites du document réponse DR7).
- 31.2 Quel est l'avantage de ce correcteur par rapport aux correcteurs précédents ?

**Question 32** (répondre sur le document réponse DR 8)

Après réglage du correcteur PID :

Stabilité

On donne sur le document réponse DR 8, le diagramme de Bode correspondant de la fonction de transfert en boucle ouverte  $H_{B03}(j\omega)$ .

- 32.1 Indiquer et chiffrer la marge de phase  $MP_3$  ; à quelle pulsation est-elle obtenue ?
- 32.2 Indiquer et chiffrer la marge de gain  $MG_3$  ; à quelle pulsation est-elle obtenue ?

Précision / Rapidité

La réponse temporelle à une consigne échelon de  $50^\circ C$  avec ces réglages en boucle fermée est donnée sur le document réponse DR 8.

- 32.3 Peut-on atteindre les objectifs de stabilité, précision et de rapidité imposés ? Justifier votre réponse.

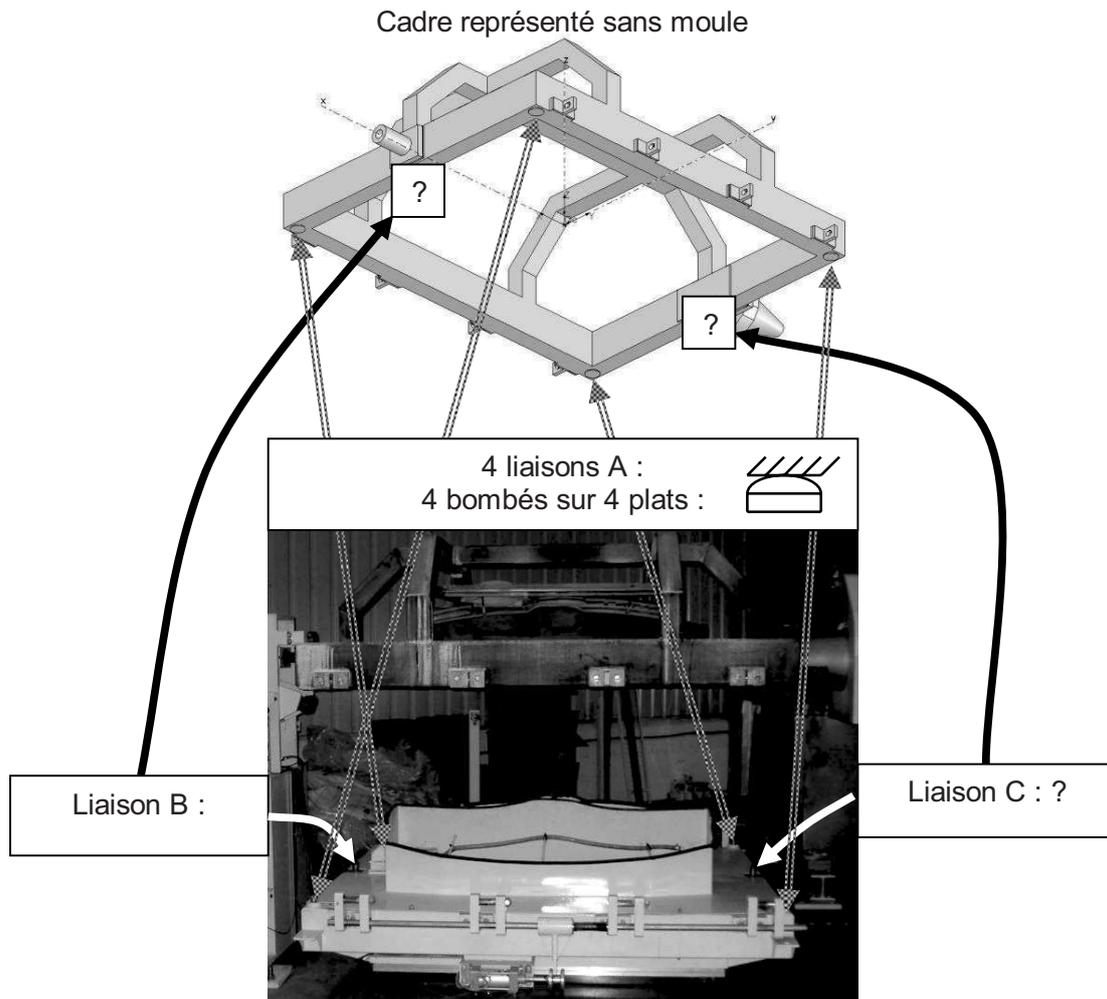
## Etude de la fonction FT1322 : Verrouiller le bac à poudre sur l'ensemble cadre + moules

### Objectif :

Assurer le positionnement du bac à poudre sur le cadre équipé des moules.

### Commentaires :

Le cadre équipé des moules est amené au poste de prise de poudre, le bac contenant la poudre est amené en contact du cadre équipé par la table élévatrice.



### Hypothèses :

La liaison des moules sur le bac à poudre se faisant par joints souples, celle-ci n'intervient pas dans la chaîne de solides.

Les pièces sont considérées comme rigides.

### Question 33 (répondre sur copie)

- Proposer une liaison équivalente aux quatre liaisons A (en parallèle) du bac à poudre avec le cadre et calculer le degré d'hyperstatisme correspondant.

### Question 34 (répondre sur copie)

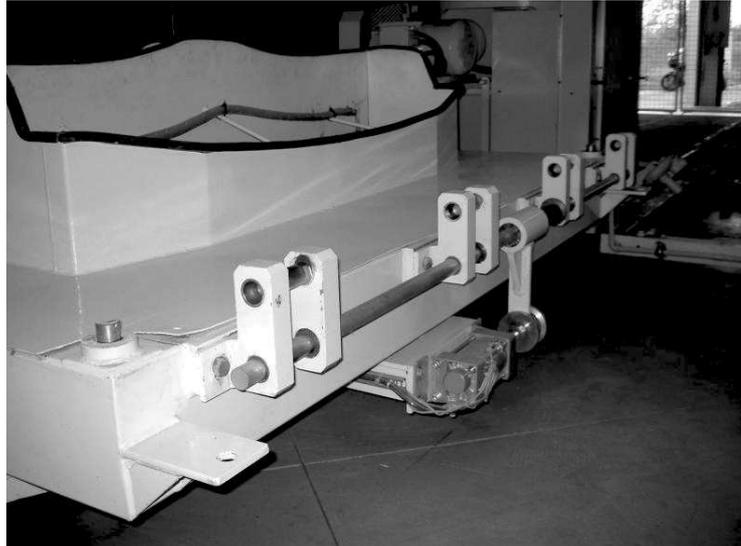
- Déterminer les liaisons B et C pour positionner le bac à poudre sur le cadre afin que l'ensemble (avec les quatre liaisons A) constitue une liaison encastrement sans modifier le degré d'hyperstatisme calculé précédemment. Exécuter une perspective à main levée des formes des pièces assurant ces deux liaisons B et C.

Objectif :

Assurer le blocage du bac à poudre sur le cadre équipé des moules.

**Question 35** (répondre sur copie)

Le dispositif de blocage du bac à poudre sur le cadre est représenté sur la photo ci-contre :

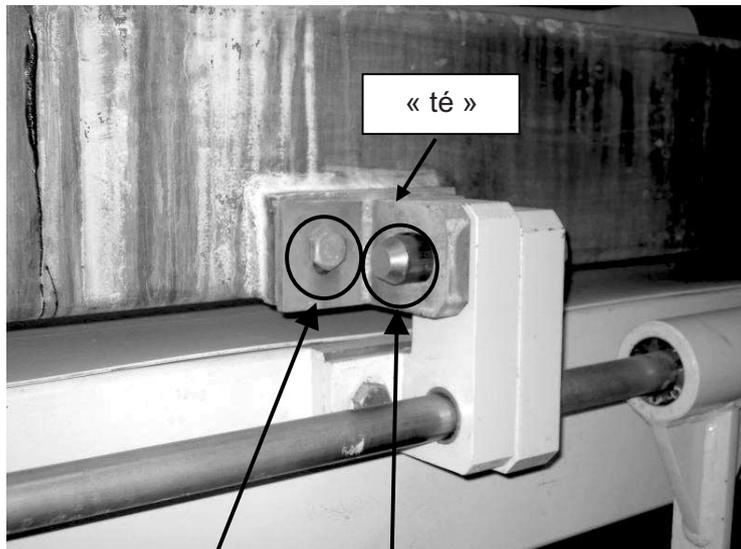


- **Faire un schéma cinématique de ce dispositif.**

**Question 36** (répondre sur copie)

La photo ci-contre, représente un des doigts du dispositif de blocage du bac à poudre sur le cadre :

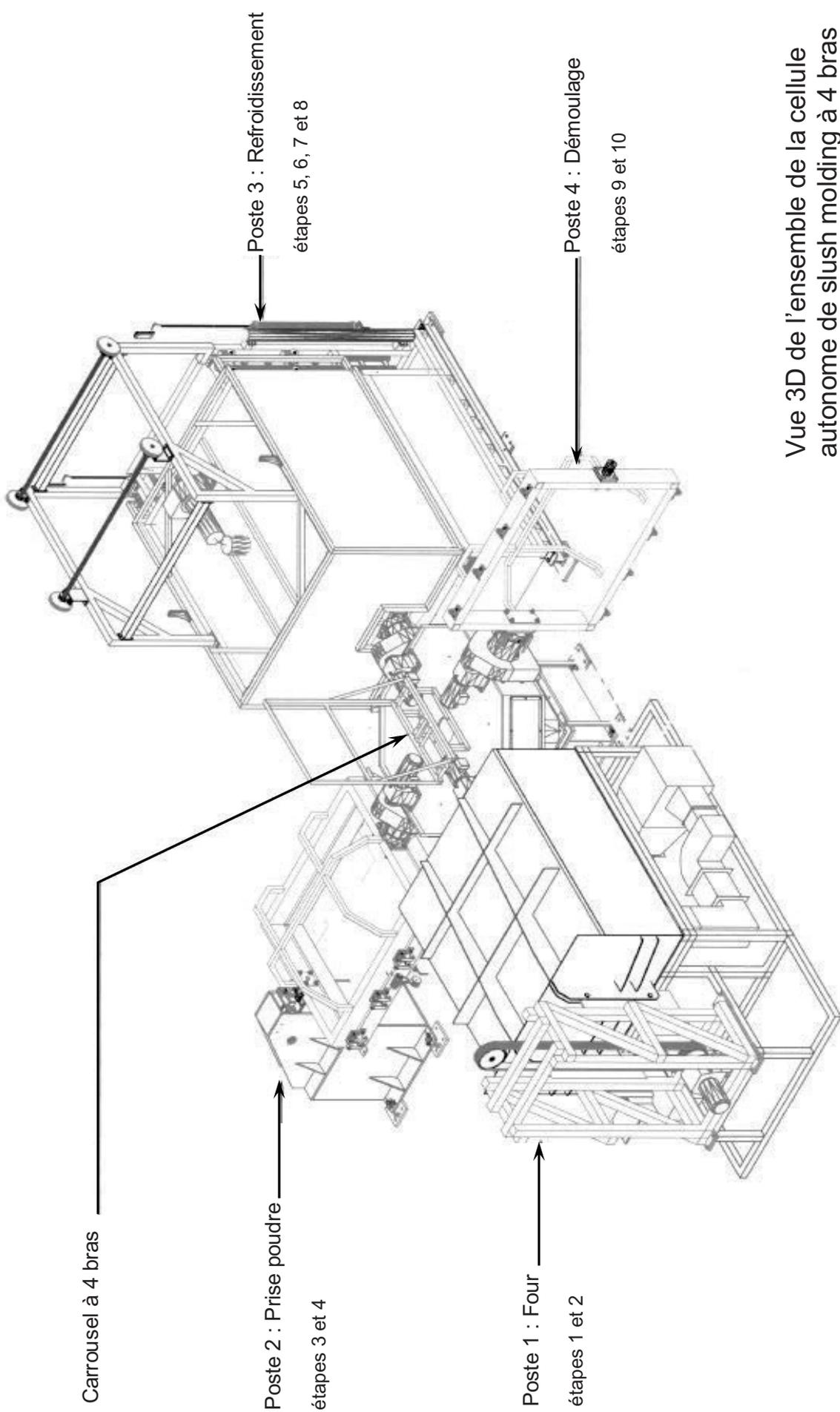
Ce blocage augmente l'hyperstatisme au niveau de la liaison du cadre avec le bac à poudre.



- **Proposer une solution technologique simple permettant les réglages adéquats au niveau de la liaison encastrement démontable d'un « té » avec le cadre, en indiquant les mobilités possibles.**
- **Proposer une solution simple au niveau de la liaison d'un doigt avec le « té » permettant de limiter l'hyperstatisme introduit à ce niveau.**



# Annexes



Carrrousel à 4 bras

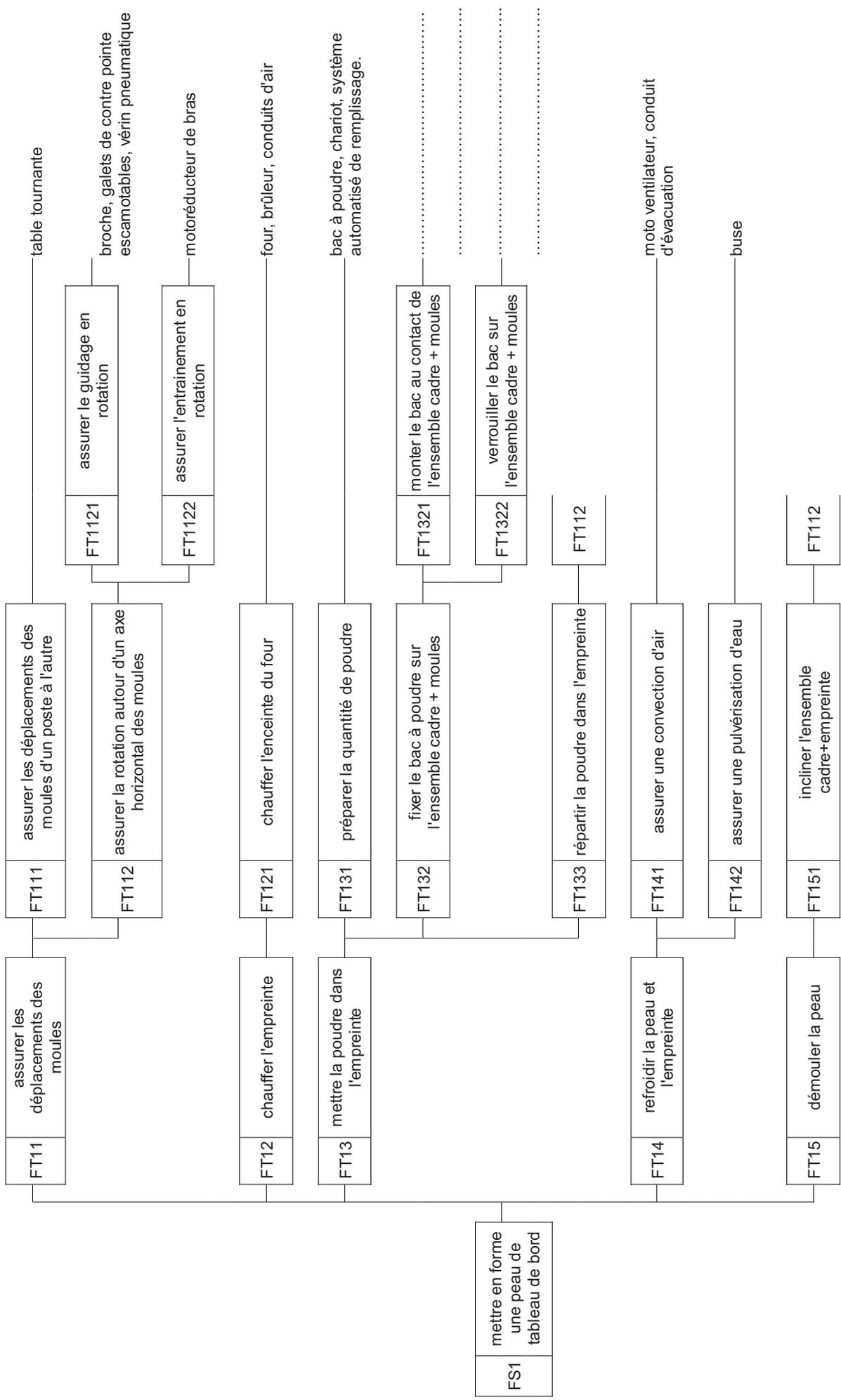
Poste 2 : Prise poudre  
étapes 3 et 4

Poste 1 : Four  
étapes 1 et 2

Poste 3 : Refroidissement  
étapes 5, 6, 7 et 8

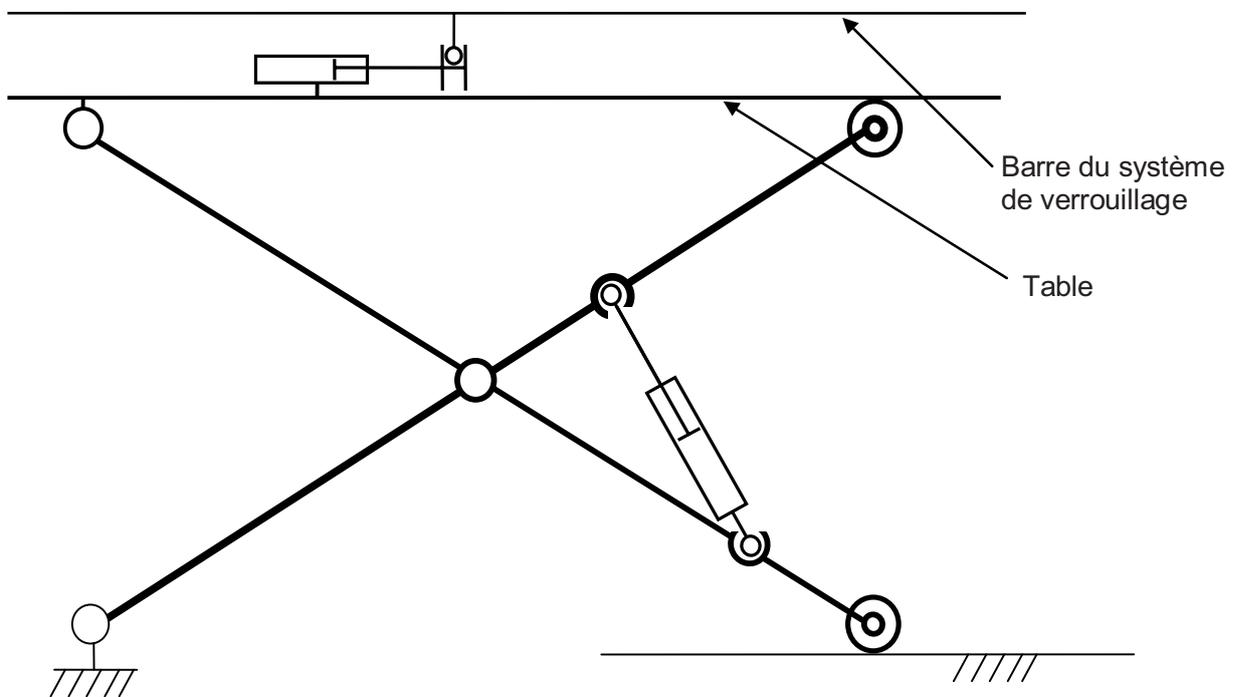
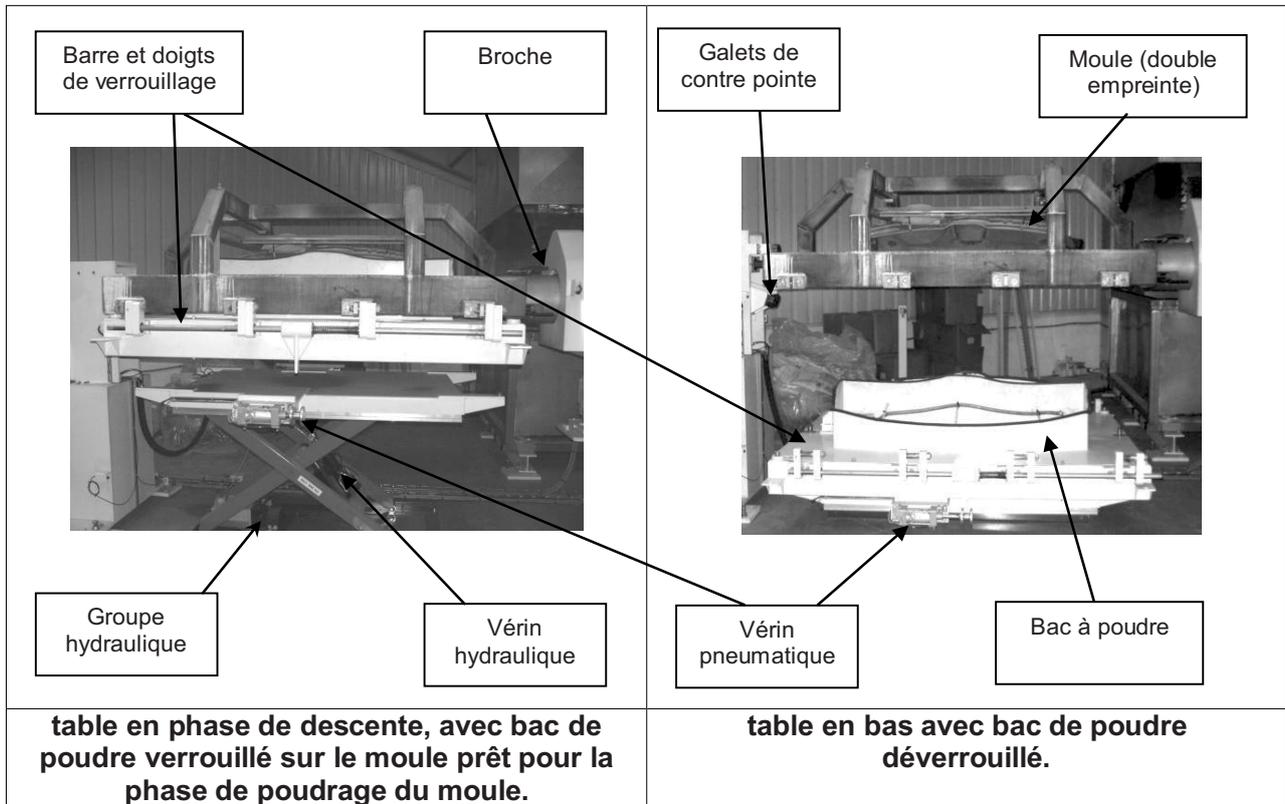
Poste 4 : Démoulage  
étapes 9 et 10

Vue 3D de l'ensemble de la cellule autonome de slush molding à 4 bras CASM4



**FAST de la partie opérative du CASM**

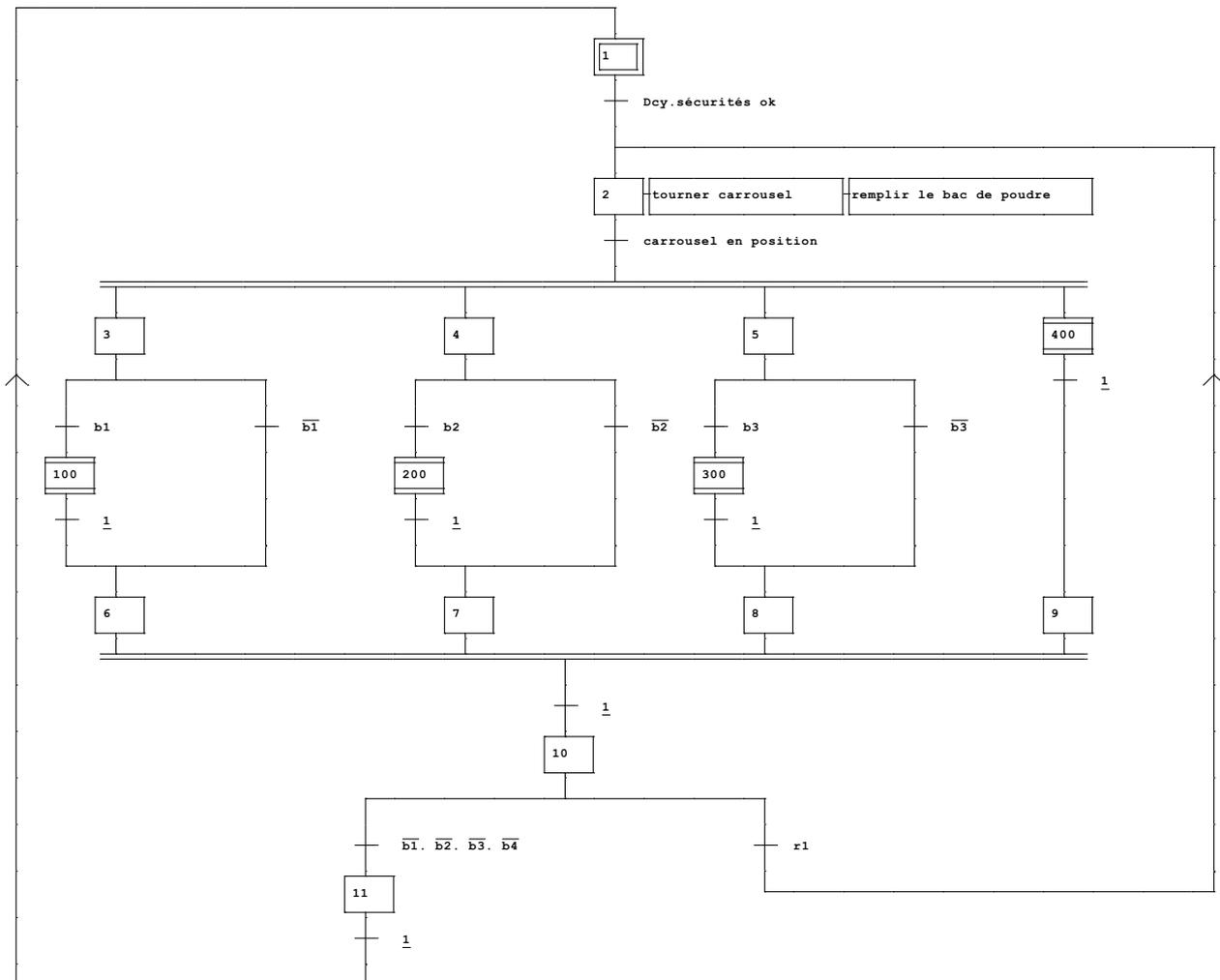
## Description du poste de prise de poudre et de gélification



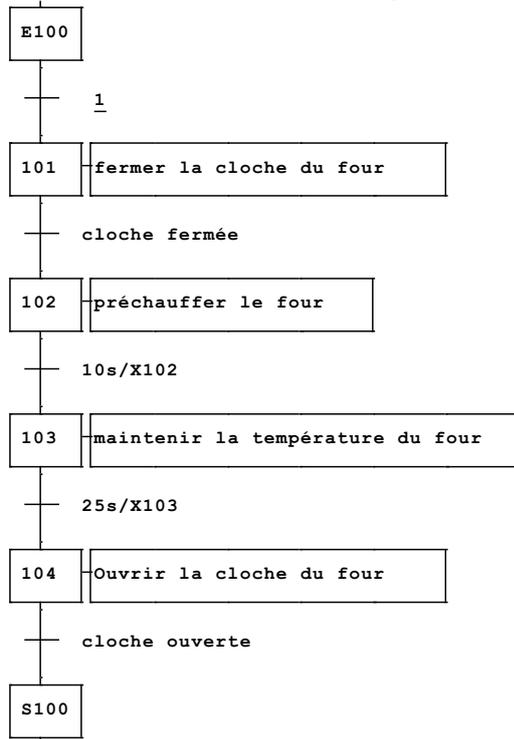
**Schéma de principe de la table élévatrice et du verrouillage**

## Grafcet simplifié de description du cycle de production normale

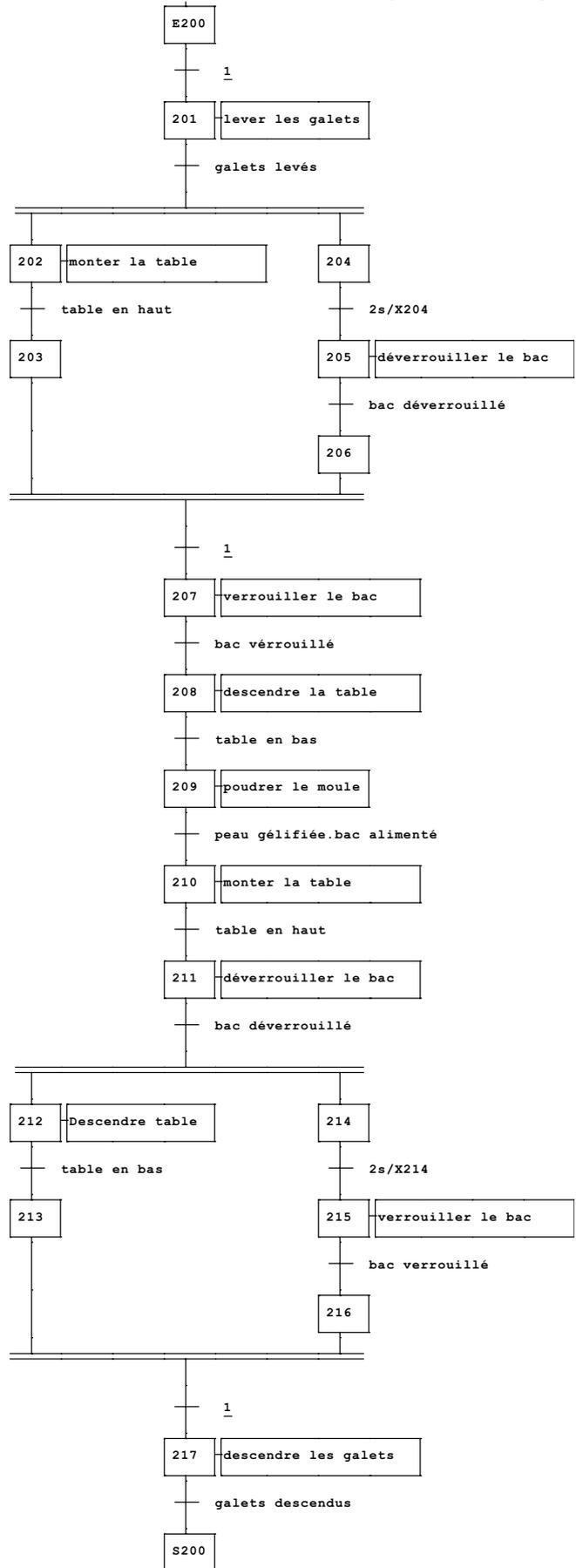
Grafcet G1 de coordination des tâches



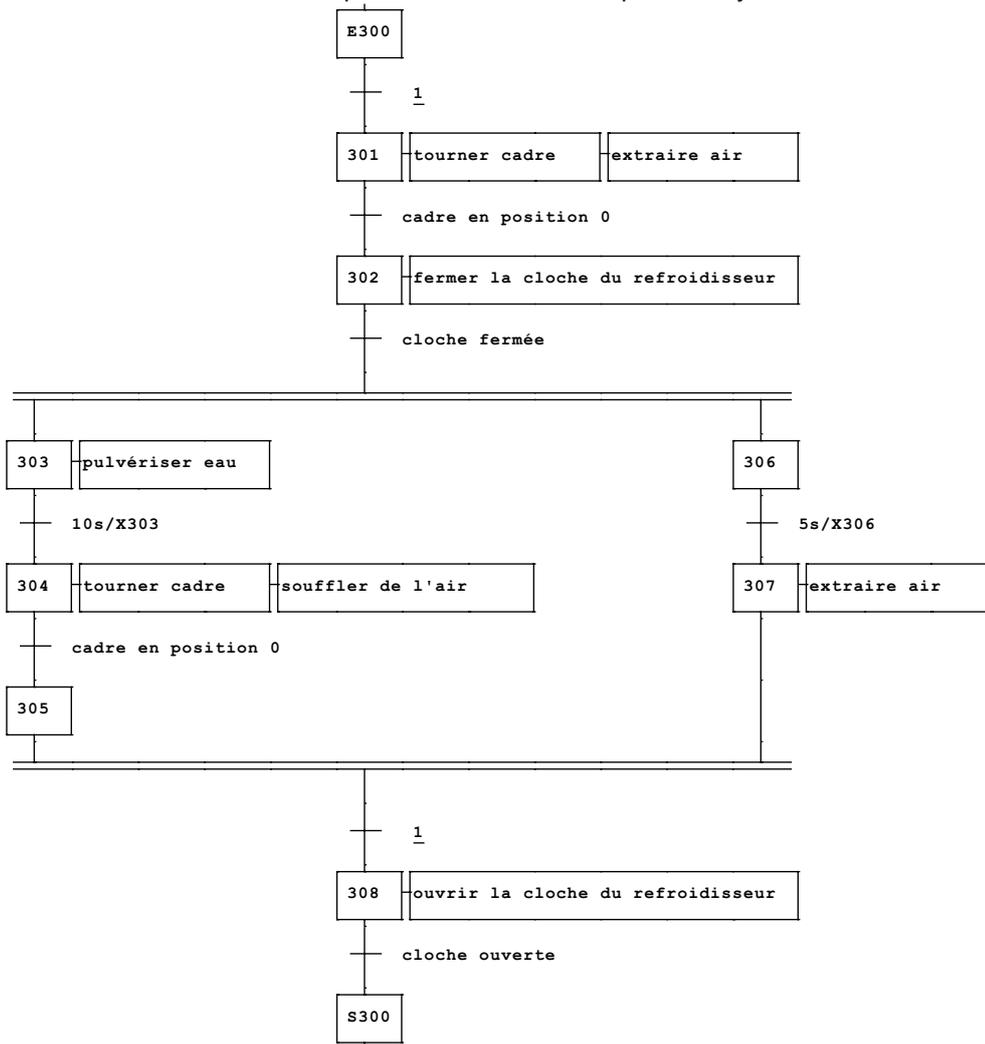
Expansion de la macro étape 100 : cycle four



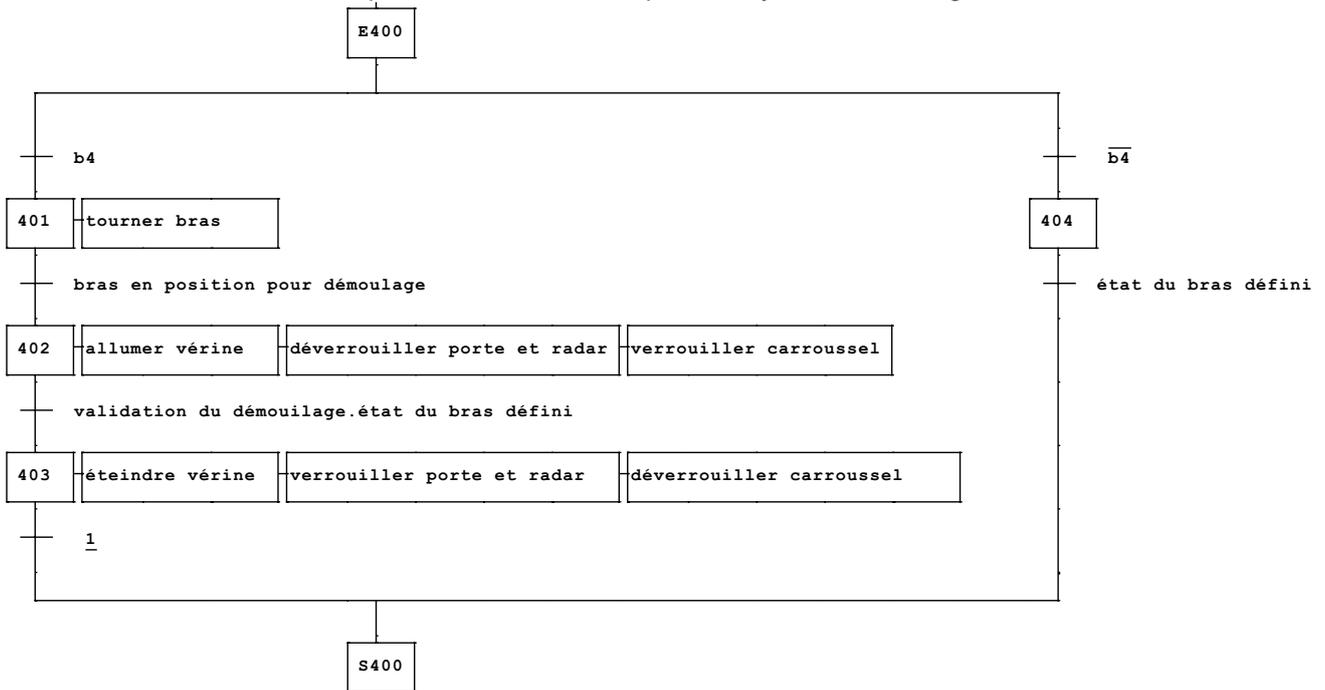
Expansion de la macro étape 200 : cycle de poudrage



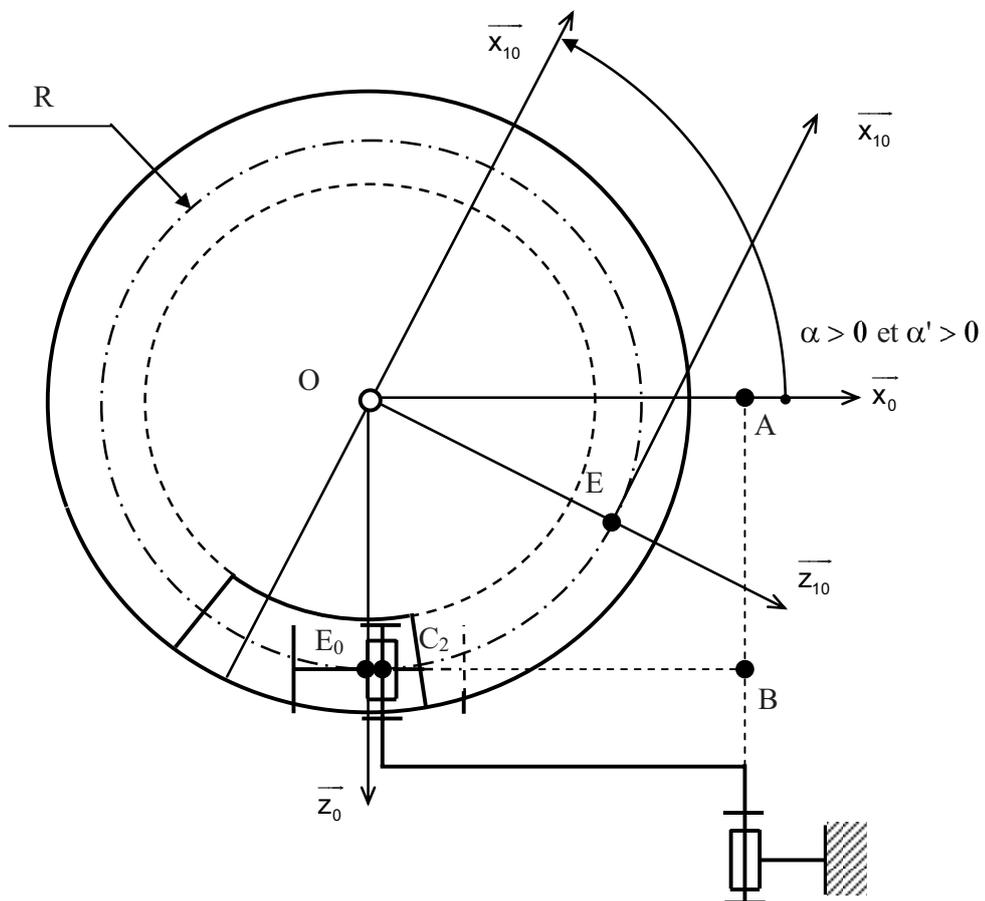
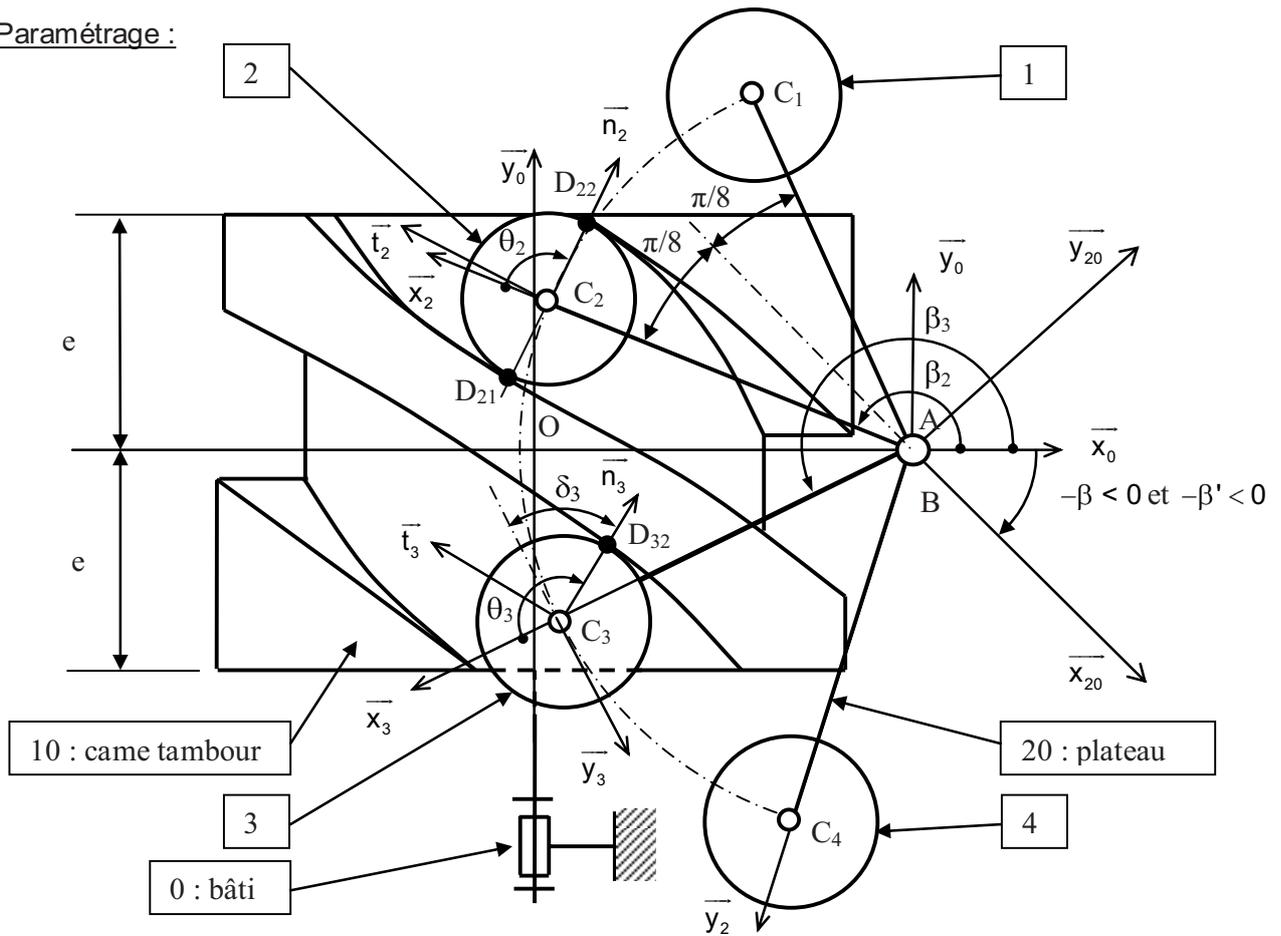
Expansion de la macro étape 300 : cycle de refroidissement



Expansion de la macro étape 400 : cycle de démoulage



Paramétrage :



Notations : (voir figure annexe 7)

$R_0 : (O; \overline{x}_0, \overline{y}_0, \overline{z}_0)$  référentiel fixe supposé galiléen, base associée  $b_0$  ;

Pour la came 10 :

$R_{10} : (O; \overline{x}_{10}, \overline{y}_{10} = \overline{y}_0, \overline{z}_{10})$  référentiel lié à la came tambour 10, base associée  $b_{10}$  ;

$\overline{\omega}_{10/0} = \alpha' \overline{y}_0$  avec  $\alpha' > 0$  ;

Pour le plateau 20 :

$R_{20} : (B; \overline{x}_{20}, \overline{y}_{20}, \overline{z}_{20} = \overline{z}_0)$  référentiel lié au plateau 20 qui porte les galets, base associée  $b_{20}$  ;

$\overline{\omega}_{20/0} = -\beta' \overline{z}_0$  avec  $-\beta' < 0$  ; ( $\beta > 0$  et  $\beta' > 0$ )

Pour le galet i :

$R_i : (C_i; \overline{n}_i, \overline{t}_i, \overline{z}_i = \overline{z}_0)$  référentiel lié au galet i, base associée  $b_i$  ;  $1 \leq i \leq n$ ,  
nombre de galets  $n = 8$  ;

$D_{ij}$  : point(s) de contact(s) galet/came, à mi-hauteur :  
 $j = 1$  : contact en bas ;  $j = 2$  : contact en haut ;

$\beta_i$  : angle entre  $\overline{x}_0$  et  $\overline{x}_i$  : « bras de levier du plateau »  $\overline{BC}_i$  ;

$\theta_i$  : angle entre  $\overline{x}_i$  et la normale au contact came galet  $\overline{n}_i$  ;

$\delta_i$  : angle de pression,  
angle aigu défini positif entre la normale au contact came galet  $\overline{n}_i$  et  
la normale  $\overline{y}_i$  au « bras de levier du plateau »  $\overline{BC}_i$ .

Positions des points :

$\overline{OA} = a \overline{x}_0$  /  $a = 302$  mm

$\overline{AB} = R \overline{z}_0$  /  $R = 175$  mm

$\overline{BC}_i = c \overline{x}_i$  /  $c = 315$  mm

$\overline{C_i D_{ij}} = (-1)^j r \overline{n}_i$  /  $r = 40$  mm

Extrait du document constructeur de vérin pneumatique

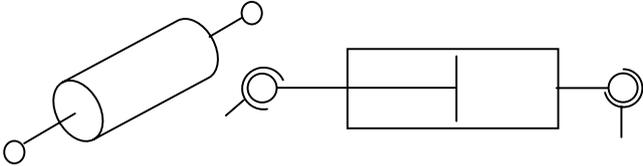
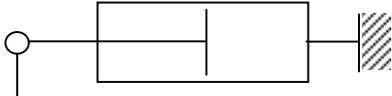
Photo du type de vérin pneumatique à utiliser	Exemples de croquis utilisables d'un vérin
	<p>vérin entre rotules</p>  <p>vérin encastré en bout de corps et en pivot en bout de tige</p>  <p>vérin encastré en bout de corps et en bout de tige</p> 

Tableau des couples alésage - course disponibles dans la gamme de vérin choisie.

On rappelle que la force développée par le vérin est :  $F = p.S$

Avec S la surface du piston et p la pression d'air comprimé utilisée, ici  $p = 0,9\text{MPa}$

Alésage d (en mm)	Course c (en mm)
32	25, 50, 80, 125, 160, 200, 250, 320, 400, 500
40	25, 50, 80, 125, 160, 200, 250, 320, 400, 500
50	25, 50, 80, 125, 160, 200, 250, 320, 400, 500
63	25, 50, 80, 125, 160, 200, 250, 320, 400, 500, 600
80	25, 50, 80, 125, 160, 200, 250, 320, 400, 500, 600
100	25, 50, 80, 125, 160, 200, 250, 320, 400, 500, 600

L'alésage correspond au diamètre du piston.

On considérera que l'encombrement du vérin est approximativement celui d'un parallélépipède rectangle à section carrée déterminé par l'alésage d et la course c tels que :

- section carrée de côté :  $1,3.d$
- longueur totale du vérin tige rentrée :  $c + 70$
- longueur totale du vérin tige sortie :  $2.c + 70$

NE RIEN ÉCRIRE

DANS LA PARTIE BARRÉE

NE RIEN ÉCRIRE DANS CE CADRE

Académie : \_\_\_\_\_ Session : \_\_\_\_\_ Modèle EN

Examen ou Concours \_\_\_\_\_ Série\* : \_\_\_\_\_

Spécialité/option : \_\_\_\_\_ Repère de l'épreuve : \_\_\_\_\_

Épreuve/sous-épreuve : \_\_\_\_\_

NOM : \_\_\_\_\_

*(en majuscules, suivi s'il y a lieu, du nom d'épreuve)*

Prénoms : \_\_\_\_\_ N° du candidat

Né(e) le : \_\_\_\_\_ (le numéro est celui qui figure sur la carte d'identité)

### Documents Réponses

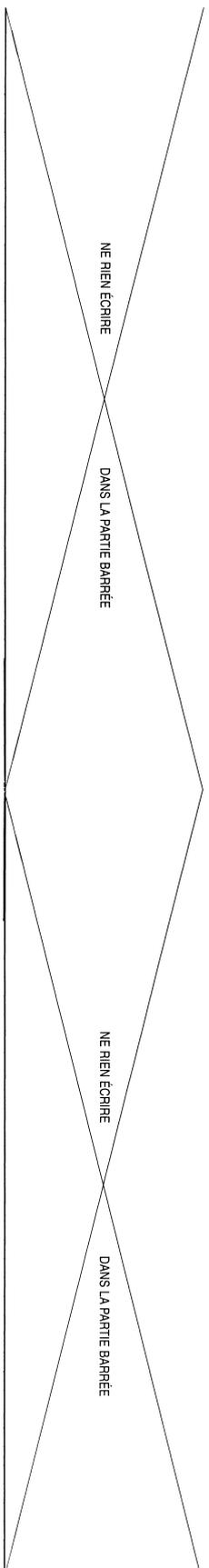
NE RIEN ÉCRIRE

DANS LA PARTIE BARRÉE

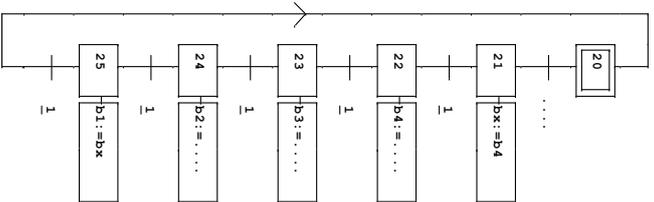
NE RIEN ÉCRIRE

DANS LA PARTIE BARRÉE

Action	T	5s	10s	15s	20s	25s	30s	35s	40s	45s	50s	55s
Tourner le carrousel	5 s											
Ouvrir la cloche du four	5 s											
Fermer la cloche du four	5 s											
Préchauffer le four												
Maintenir la température du four												
Poudrer le moule	15 s											
Monter la table	5 s											
Descendre la table	5 s											
Déverrouiller le bac	1 s											
Verrouiller le bac	1 s											
Lever les galets	2 s											
Descendre les galets	2 s											
Remplir le bac de poudre	5 s											
Fermer la cloche du refroidisseur	5 s											
Ouvrir la cloche du refroidisseur	5 s											
Extraire l'air												
Pulvériser l'eau												
Tourner le cadre	5 s											
Souffler de l'air												
Tourner le bras	5 s											
Extraire la peau (opération manuelle)	20 s											



Grafical G20 de gestion de l'état des bras

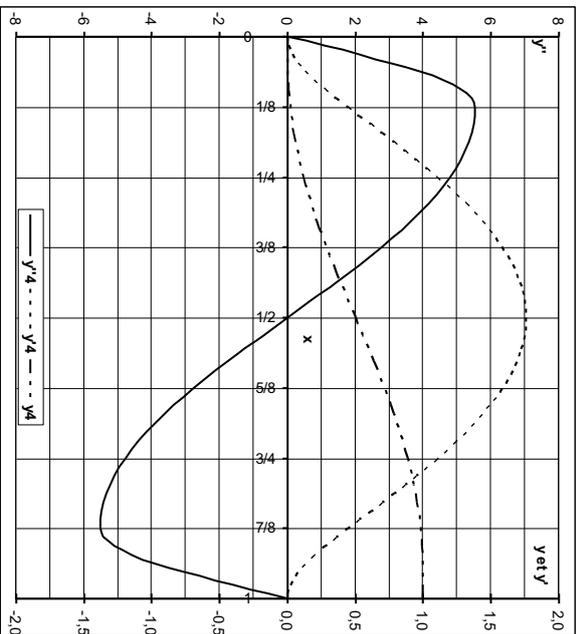


NE RIEN ÉCRIRE

DANS LA PARTIE BARRÉE

NE RIEN ÉCRIRE

DANS LA PARTIE BARRÉE



(attention aux échelles : accélérations à gauche, déplacements et vitesses à droite)

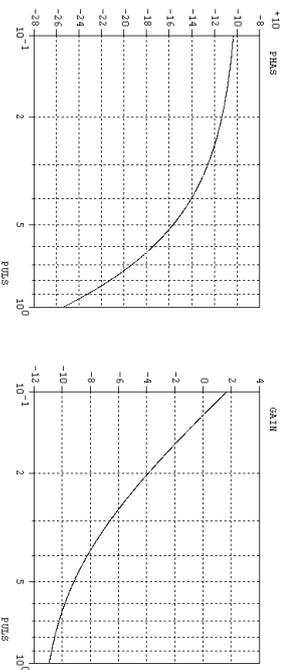
$Y''_1$ : tout ou rien	$Y''_2$ : linéaire	$Y''_3$ : sinus	$Y''_4$ : sinus modifié
$A_1 = 4$	$A_2 = 8$		
$V_1 = 2$	$V_2 = 2$		

Conclusions :

Documents réponses

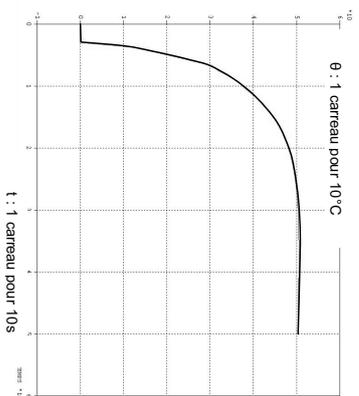
DR - 3 -

Question 32



32.1

32.2



32.3

Documents réponses

DR 8

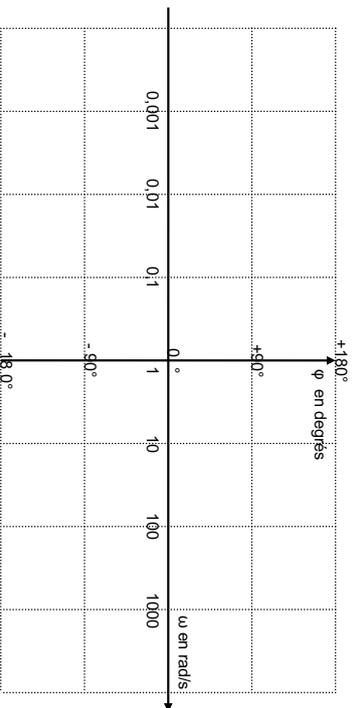
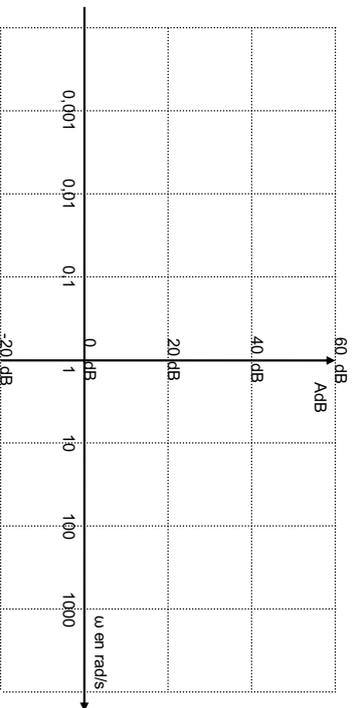
NE RIEN ÉCRIRE

DANS LA PARTIE BARRÉE

NE RIEN ÉCRIRE

DANS LA PARTIE BARRÉE

**Question 31**



Avantage :

---



---



---



---

Documents réponses

DR - 7 -

Position	$\beta''$	$D_j$		
	0	incertain car jeu		-
$0^\circ < \beta < 2^\circ$	+	$D_{11}$	$55.5^\circ < \beta < 67.5^\circ$	-
	+	$D_{11}, D_{21}$		-
$2^\circ < \beta < 12.5^\circ$	+		$67.5^\circ < \beta < 76.5^\circ$	-
	+			-
$12.5^\circ < \beta < 22.5^\circ$	+		$76.5^\circ < \beta < 88^\circ$	-
	+			-
$22.5^\circ < \beta < 31.5^\circ$	+		$88^\circ < \beta < 90^\circ$	-
	+			0
$31.5^\circ < \beta < 45^\circ$	+		<b>Conclusions :</b>	
	0			

Documents réponses

DR 4

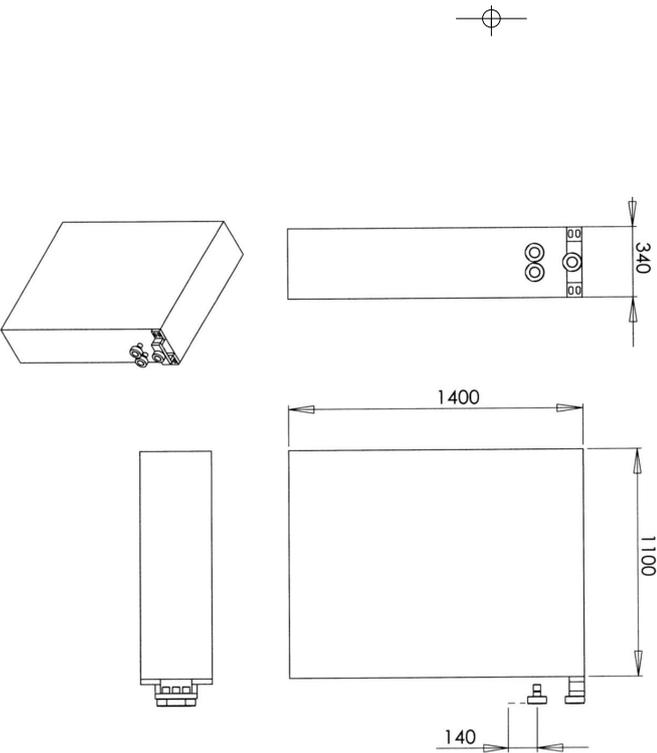
NE RIEN ÉCRIRE

DANS LA PARTIE BARRÉE

NE RIEN ÉCRIRE

DANS LA PARTIE BARRÉE

Echelle 1:20



Justifications :

Question 26

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

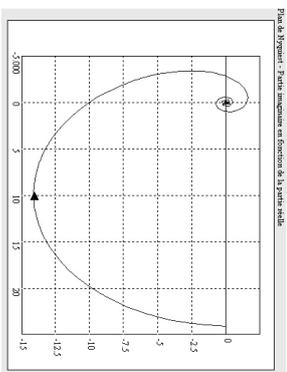
\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_



Question 30

