



## CONCOURS ENSAM - ESTP – ENSAIS - ECRIN - ARCHIMEDE

### Epreuve de Sciences Industrielles

durée 5 heures

#### DOSSIER REMIS AUX CANDIDATS

- Un énoncé comportant 13 pages de texte en trois parties :
  - Partie A : **ANALYSE FONCTIONNELLE ET STRUCTURELLE** (page 3)
  - Partie B : **VERIFICATION DE PERFORMANCES** (page 6)
  - Partie C : **PRODUCTION DE SOLUTION** (page 12)
- Un dossier comportant 11 pages de documents annexes.
- Deux documents réponse à rendre : DR1 et DR2.

#### NOTA :

- Les calculatrices sont autorisées.
- Les trois parties sont indépendantes ; il est néanmoins conseillé de les traiter dans l'ordre du sujet pour une bonne compréhension de celui-ci.
- Placer chaque partie dans une copie séparée et regrouper le tout dans une copie vierge.

# S

## ystème de positionnement d'antenne de liaison satellite pour navire

La photographie ci-contre (Figure 1) représente un navire sur lequel est monté un radôme protégeant un positionneur d'antenne et son antenne. Cette installation permet de communiquer avec d'autres stations au sol par l'intermédiaire de satellites géostationnaires.

Le système étudié, fabriqué par la société ACC I&M, assure l'orientation et le maintien en position de l'axe radioélectrique de l'antenne dans la direction du satellite, et permet de recevoir ou d'émettre les signaux hyperfréquences pour la transmission d'images vidéo ou de communications téléphoniques.

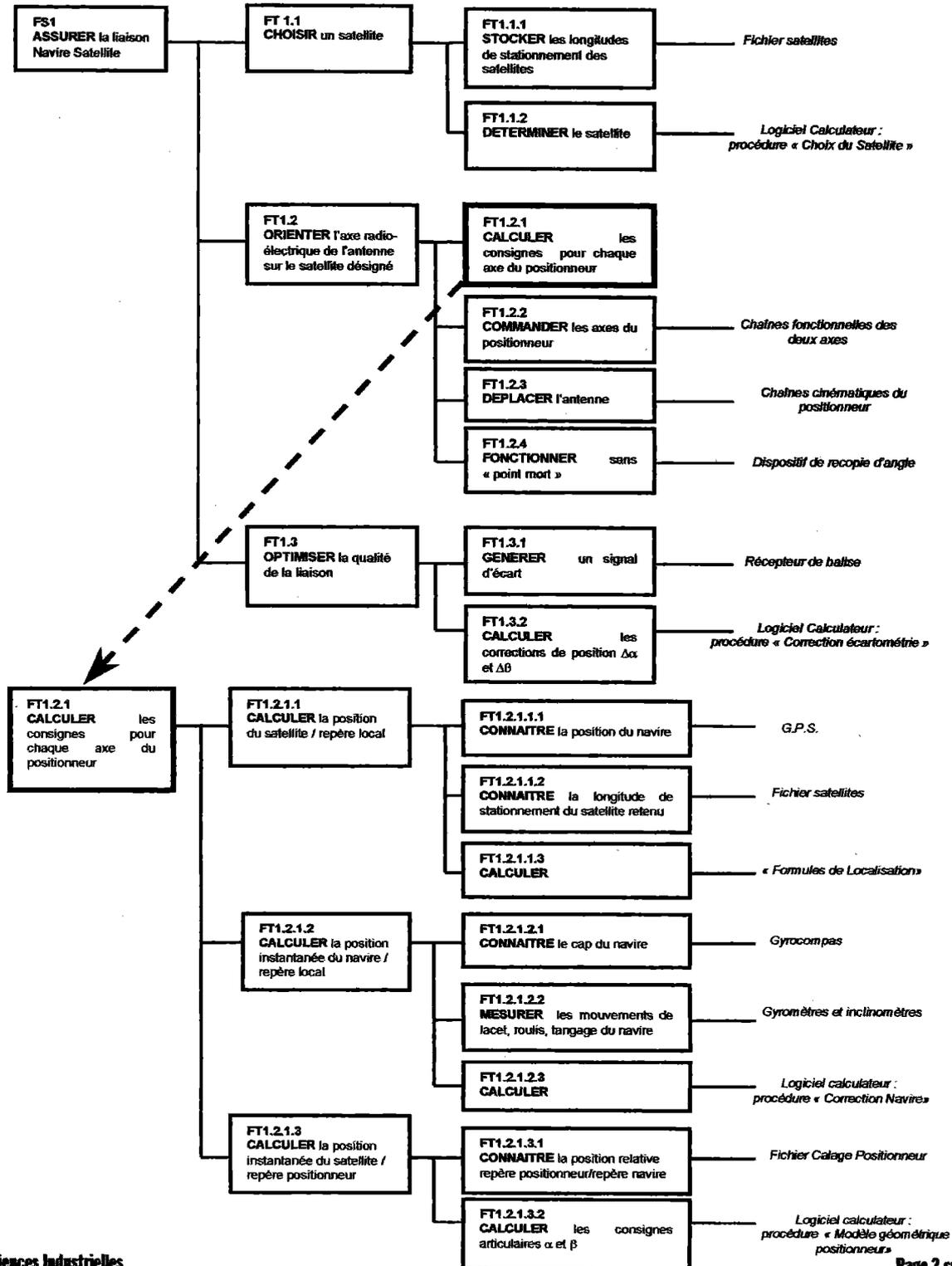
Le schéma synoptique du document « ANNEXE 1 » (Figure 2) présente les éléments caractéristiques du système.



Figure 1

La Partie Opérative est constituée par le positionneur (Figure 3 du document « ANNEXE 1 ») qui permet de viser un satellite géostationnaire quelle que soit la position du bateau sur le globe terrestre, et de compenser les mouvements perturbateurs du bateau (roulis, tangage, lacet). Il porte le réflecteur d'antenne parabolique ainsi que la source d'émission réception. Son architecture est celle d'une structure à deux « axes » de directions perpendiculaires. La rotation de chacun de ces « axes », désignés « axe  $\alpha$  » et « axe  $\beta$  », est assurée par deux motoréducteurs à courant continu asservis en vitesse et position. Il comporte enfin un système de « recopie » d'un des deux angles de rotation, ce qui permet d'éviter tout « point mort » de fonctionnement (configuration dans laquelle la poursuite du satellite est devenue impossible).

Des fonctions de service de ce système, l'étude proposée s'intéresse à la fonction FS1 : « ASSURER la liaison Navire-Satellite » dont la composition peut être illustrée par le diagramme F.A.S.T. représenté ci-dessous.



## A - ANALYSE FONCTIONNELLE ET STRUCTURELLE

### 1 Etude de la fonction FT1.1 : « CHOISIR un satellite »

➤ **Objectif:**

↳ élaborer une stratégie de choix de satellite.

**Question 1A :**

- En vous aidant des informations présentées sur le document « ANNEXE 2 », donner la valeur minimale de l'élévation  $EL(S)$  d'un satellite pour qu'il soit visible d'un point de la surface de la Terre. On pourra se placer dans le plan défini par les points  $O_T$ ,  $M$  et  $S$  en remarquant que ce plan coupe la sphère terrestre selon un cercle de rayon  $R_T$ .
- Sachant qu'une amplitude de  $10^\circ$  supplémentaire au dessus de la valeur minimale précédemment déterminée est nécessaire pour que la qualité de la liaison antenne-satellite ne soit pas altérée par divers phénomènes radio électriques ou obstacles, donner la valeur de l'élévation minimale  $EL_{\text{mini}}$  que doit posséder un satellite pour être déclaré utilisable.

Le tableau ci-dessous donne de chaque satellite d'une série retenue pour assurer la transmission des signaux, la longitude de stationnement. Cette série est supposée permettre la continuité de la liaison navire-satellite tout au long d'un parcours de type « tour du monde sans escale » (Europe, Cap de Bonne Espérance, Australie, Cap Horn, Europe).

Ce tableau fournit également l'élévation et l'azimut de chacun de ces satellites, calculés à l'aide des formules de localisation, lorsque le navire est supposé naviguer au large du Cap Horn et occupe la position de coordonnées :  $LONG(M) = -67^\circ$ ,  $LAT(M) = -56^\circ$ .

Codes satellites	Code 601	Code 603	Code 705	Code 604	Code 602	Code 804	Code 802	Code 703	Code 709
i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Longitude de stationnement du satellite $LONG_i(S)$	$325,5^\circ$	$335,5^\circ$	$342^\circ$	$60^\circ$	$62^\circ$	$64^\circ$	$174^\circ$	$177^\circ$	$304^\circ$
Elévation du satellite $Eli(S)$	$19,97^\circ$	$15,99^\circ$	$13,05^\circ$	$-27,38^\circ$	$-28,26^\circ$	$-29,12^\circ$	$-23,69^\circ$	$-22,24^\circ$	$25,44^\circ$
Azimut du satellite $Azi(S)$	$37,54^\circ$	$47,86^\circ$	$54,22^\circ$	$121,99^\circ$	$123,88^\circ$	$125,78^\circ$	$114,68^\circ$	$112,02^\circ$	$13,2^\circ$

**Question 2A :**

- A l'aide de la procédure définie par l'expansion de la macro étape M4 (voir document « ANNEXE 3 »), donner le code du satellite sélectionné pour la transmission en considérant que l'étape E4 est active et que le navire occupe la position géographique définie ci-dessus.

### 2 Etude du modèle cinématique associé au positionneur

➤ **Objectif:**

↳ justifier l'originalité de conception du positionneur.

Le principe cinématique du positionneur est schématisé sur les documents « ANNEXE 6 » et « ANNEXE 7 ».

Le support du positionneur est représenté par le solide **0** ou piédestal.

Le motoréducteur  $MR_1$ , dont le stator est encastré sur **0** entraîne en rotation le bras **1**, premier élément du parallélogramme déformable (A, B, C, D) composé des solides **0**, **1**, **2** et **3**.

Un second parallélogramme déformable (C, H, F, E) composé des solides **2**, **3**, **4** et **5** complète l'ensemble mu par  $MR_1$ .

Une rotation d'angle  $\alpha(t)$  du bras 1 par rapport au piédestal 0 autour de l'axe  $(A, \vec{j}_{05})$  provoque la rotation du même angle  $\alpha(t)$  du bras 5 par rapport à 0 autour de l'axe  $(G, \vec{j}_{05})$ .

Le motoréducteur  $MR_2$ , dont le stator est encastré sur 5 entraîne la rotation du bras 6 par rapport à 5 de l'angle  $\beta(t)$  autour de l'axe  $(G, \vec{i}_{56})$ .

L'étrier support du réflecteur parabolique 7 est en liaison pivot d'axe  $(G, \vec{j}_{67})$  avec le bras 6. L'animation de cette liaison est réalisée par un système mécanique de « copie de la valeur de l'angle  $\alpha(t)$  qui réalise à chaque instant :  $\gamma(t) = \alpha(t)$ . Le principe cinématique de ce système figure en détail sur le document « ANNEXE 7 ».

Ce dispositif de « copie » de la valeur  $\alpha(t)$  est situé dans le bras 5. Il est constitué d'une roue dentée de rayon primitif  $R$  encastrée sur le montant 2. Cette roue engrène avec la crémaillère 9, elle-même en liaison glissière de direction  $\vec{i}_{56}$  avec le bras 5.

Une autre roue dentée de même rayon primitif  $R$  est encastrée sur l'étrier support du réflecteur parabolique 7. Elle engrène avec la crémaillère 8, elle-même en liaison glissière de direction  $\vec{i}_{56}$  avec la manivelle 6.

Les deux crémaillères 8 et 9 sont en liaison pivot d'axe  $(G, \vec{i}_{56})$ .

### 2.1 Etude de la fonction FT 1.2.4 : « Fonctionner sans « point mort » »

Le dispositif schématisé ci-contre est un positionneur « classique » constitué d'un montage « à la Cardan ».

#### Question 3A :

- Montrer à l'aide de schémas et sans calcul que le montage « à la Cardan », ne peut assurer la poursuite d'un satellite se déplaçant dans un plan particulier qui sera précisé.

#### Question 4A :

- Proposer des moyens à mettre en œuvre sur ce dispositif au niveau de la Partie Commande et/ou de la Partie Opérative pour pallier cet inconvénient. L'utilisation de schémas est conseillée.

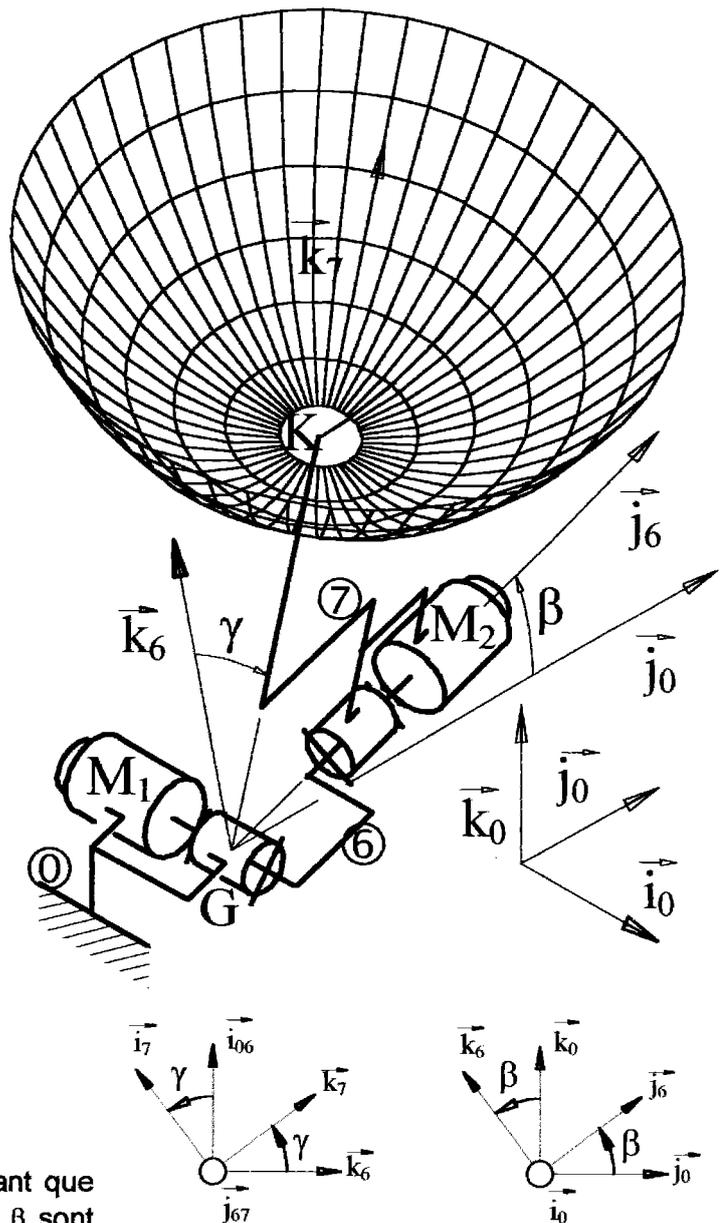
#### Question 5A :

- En vous aidant des informations présentées sur le document « ANNEXE 5 », Expliquer pourquoi le positionneur étudié ne présente pas cet inconvénient.

#### Question 6A :

- Pour le positionneur étudié, sachant que les domaines de variation de  $\alpha$  et  $\beta$  sont respectivement  $[-55^\circ, +55^\circ]$  et

$[-110^\circ, +110^\circ]$ , donner la forme de la surface balayable par le point K tel que  $\vec{GK} = a \vec{k}_7$ .



- Quel intérêt y a-t-il à ce que l'axe  $(G, \vec{k}_7)$  puisse se trouver au dessous du plan  $(G, \vec{i}_0, \vec{j}_0)$  représentant la surface du pont du navire ?

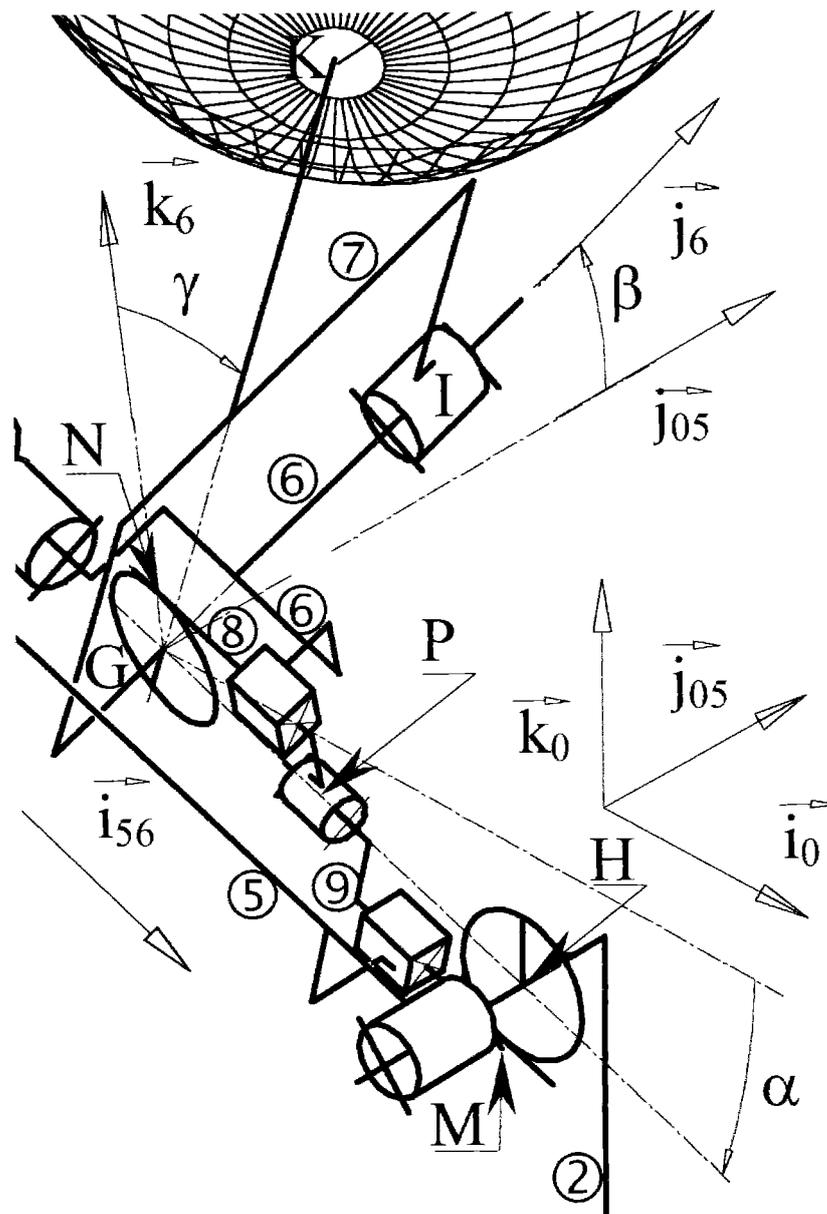
## 2.2 Etude du dispositif de recopie d'angle

Question 7A :

Montrer qu'à tout instant  $\gamma(t) = \alpha(t)$ .

Pour cela :

- Ecrire que la crémaillère 9 roule sans glisser sur la roue dentée 2 en M, tel que :  
 $\vec{HM} = -R \vec{k}_5$ .
- Ecrire que la crémaillère 8 roule sans glisser sur la roue dentée 7 en N, tel que :  
 $\vec{GN} = R \vec{k}_6$ .
- En déduire que  $\dot{\gamma} = \dot{\alpha}$ .
- A quelle condition aura-t-on  $\gamma(t) = \alpha(t)$  ?



## B - VERIFICATION DES PERFORMANCES

### 1 Performances nominales : Dimensionner les « axes »

⇒ Objectif:

↪ Calcul de prédétermination de l'actionneur MR<sub>2</sub>.

#### Hypothèses et données utiles

- Dans cette étude, le piédestal 0 sera considéré comme galiléen.
- L'accélération de la pesanteur est notée  $\vec{g} = -g \vec{k}_0$ .
- Les caractéristiques géométriques et inertielles sont détaillées sur le document « ANNEXE 8 ».
- Les actions mécaniques que délivre le motoréducteur MR<sub>2</sub> sur le solide 6, sont réductibles au torseur couple suivant :  $\{MR_2 \rightarrow 6\} : \left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ C_{MR2.156} \vec{i}_{56} \end{array} \right\}$  où C<sub>MR2</sub> est une fonction du temps.
- Les actions mécaniques que délivre le moteur électrique M<sub>2</sub> sur l'arbre d'entrée du réducteur R<sub>2</sub>, sont réductibles au torseur couple suivant :  $\{M_2 \rightarrow R_2\} : \left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ C_{MOT2.156} \vec{i}_{56} \end{array} \right\}$  où C<sub>MOT2</sub> est une fonction du temps.
- Sauf cas spécifique (voir ci-dessous), les liaisons du mécanisme sont considérées comme parfaites.
- La liaison pivot 5-6, utilisant des roulements à billes étanches, est telle que l'action mécanique qu'exerce 5 sur 6 comporte, outre les composantes d'inter-efforts habituelles, un couple de frottement visqueux  $\{5f \rightarrow 6\} : \left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ C_{fMR2.156} \vec{i}_{56} \end{array} \right\}$  où C<sub>fMR2</sub> = - f.β̇(t) avec f, coefficient de frottement visqueux.
- Le réducteur R<sub>2</sub> est un réducteur Harmonic Drive de rapport de réduction  $\mu = \frac{1}{101}$ .
- A chaque instant, γ(t) = α(t).

#### 1.1 Calculs préliminaires

Question 1B :

- Montrer que  $\vec{V}(G, 7/0) = \vec{0}$ .

Question 2B :

- Exprimer  $\vec{\Omega}_{7/0}$  par ses coordonnées Ω<sub>i</sub>, Ω<sub>j</sub> et Ω<sub>k</sub> respectivement sur les vecteurs  $\vec{i}_7, \vec{j}_7$  et  $\vec{k}_7$  de la base B<sub>7</sub>.

*Remarques : utiliser les notations globales Ω<sub>i</sub>, Ω<sub>j</sub> et Ω<sub>k</sub>, pour la suite des calculs.*

#### 1.2 Expression du couple C<sub>MR2</sub>

Question 3B :

Soit le système matériel Σ = {6U7U8}. Dans le but d'exprimer le couple en sortie du motoréducteur MR<sub>2</sub>, C<sub>MR2</sub> :

- Choisir à partir de l'application du Principe Fondamental de la Dynamique à  $\Sigma$  dans son mouvement par rapport à  $\mathbf{0}$ , une équation scalaire adaptée à l'objectif.
- Ecrire l'expression du couple du motoréducteur  $C_{MR2}$  en fonction des coordonnées des torseurs « dynamiques » et « d'actions mécaniques » adéquates sans développer aucun calcul.
- Développer les expressions précédentes en évitant de calculer toutes les coordonnées d'un vecteur pour n'en utiliser qu'une seule.
- Montrer que l'expression du couple de sortie du motoréducteur  $c_{MR2}$  peut se mettre sous la forme :

$$C_{MR2} = \frac{d}{dt}(K_1) + K_2 \cdot \dot{\alpha} + K_3 \cdot \sin(\beta) - C_{f_{MR2}}$$

Avec

- $K_1 = (A_7 \cdot \Omega_i \cdot \cos\alpha + C_7 \cdot \Omega_k \cdot \sin\alpha)$
- $K_2 = -A_7 \cdot \Omega_i \cdot \cos\beta \cdot \sin\alpha + B_7 \cdot \Omega_j \cdot \sin\beta + C_7 \cdot \Omega_k \cdot \cos\beta \cdot \cos\alpha$
- $K_3 = -a \cdot M_7 \cdot g \cdot \cos^2\alpha$

Où

- $\Omega_i = \vec{\Omega}(7/0) \cdot \vec{i}_7$
- $\Omega_j = \vec{\Omega}(7/0) \cdot \vec{j}_7$
- $\Omega_k = \vec{\Omega}(7/0) \cdot \vec{k}_7$

### 1.3 Choix des composants

Pour choisir sur catalogue les composants utiles de ce positionneur, l'utilisation d'un logiciel de calcul a permis de représenter les quantités  $C_{MR2}$  lorsque les deux « axes » étaient sollicités simultanément sur toute l'amplitude de leur déplacement possible avec les lois de commande représentée sur le document « ANNEXE 9 ».

Ces lois utilisent les valeurs maximales des vitesses et accélérations angulaires prévues au cahier des charges du constructeur, soit  $\dot{\alpha}_{Maxi} = \dot{\beta}_{Maxi} = 60^\circ/s$  et  $\ddot{\alpha}_{Maxi} = \ddot{\beta}_{Maxi} = 100^\circ/s^2$ .

Elles correspondent au mode de fonctionnement dit de « ralliement ».

Question 4B :

- Chaque « axe » est muni d'un réducteur de vitesse dont le rapport est  $\mu = \frac{1}{101}$ .  
A partir des résultats de la simulation (document « ANNEXE 9 ») et des pages de catalogues de constructeurs (document « ANNEXE 10 »), proposer, pour « l'axe  $\beta$  », un choix de moteur et de son frein à manque de courant.
- En recherchant la configuration géométrique la plus défavorable, vérifier simplement que ce frein permet de maintenir immobile le mécanisme en cas coupure d'alimentation du moteur.

Question 5B :

- Expliquer ce qui dans les calculs de prédétermination précédents ne vous paraît pas suffisamment réaliste, et quelles conséquences cela peut avoir sur les choix précédents de composants.

## 2 Performances nominales : Performances dynamiques de « l'axe $\beta$ »

### Objectifs:

☞ Justifier la présence d'une boucle de courant ;  
 ☞ vérifier que le modèle choisi permet de satisfaire aux conditions du cahier des charges du constructeur.

La structure « matérielle » de « l'axe asservi  $\beta$  » est composée de l'assemblage :  
 D'un moteur à courant continu AXEM ;  
 D'un réducteur Harmonic drive ;  
 D'une génératrice tachymétrique placée sur l'axe moteur ;  
 D'un codeur de position placé sur l'axe moteur ;  
 D'un frein à manque de courant.

**Les grandeurs physiques** (notations et/ou valeurs numériques) en jeu sont les suivantes :

Position angulaire de l'arbre de sortie du motoréducteur $M_{R2}$ / <b>5</b> :	$\beta(t)$
Position angulaire de l'arbre de sortie du moteur $M_2$ / <b>5</b> :	$\beta_{MOT}(t)$
Rapport de réduction du réducteur $R_2$ :	$\mu = 1/101$
Tension de commande du moteur :	$U(t)$
Intensité du courant de commande du moteur :	$I(t)$
Résistance totale d'induit :	$R = 0,43 \text{ Ohm}$
Inductance totale d'induit :	négligeable
Force contre-électromotrice (fcem) :	$E(t)$
Coefficient de couple du moteur :	$K_e$
Coefficient de fcem du moteur :	$K_t$
comme c'est souvent le cas, $K_e = K_t$ noté $K$ :	$K = 0,031 \text{ N.m/A}$
Couple moteur :	$C_{MOT2}(t)$
Couple de sortie du motoréducteur :	$C_{MR2}(t)$
Coefficient de frottement visqueux :	$f = 95 \cdot 10^{-3} \text{ Nm/rd/s.}$
Couple de frottement visqueux appliqué à l'arbre de sortie de $MR_2$ ;	$C_{fMR2} = -f \cdot \dot{\beta}(t).$

**Les équations d'évolution** des grandeurs physiques en régime transitoire sont les suivantes :

Loi d'Ohm dans le circuit d'induit :

$$(1) \quad U(t) = E(t) + R \cdot I(t)$$

Equations de l'électromagnétisme dans le moteur :

$$(2) \quad E(t) = K \cdot \dot{\beta}_{MOT}(t)$$

$$(3) \quad C_{MOT2}(t) = K \cdot I(t)$$

Equation « mécanique » provenant de la question 3B:

$$(4) \quad C_{MR2} = \frac{d}{dt} (K_1) + K_2 \cdot \dot{\alpha} + K_3 \cdot \sin(\beta) - C_{fMR2}$$

Avec

- $K_1 = \dot{\beta} (A_7 \cdot \cos^2 \alpha + C_7 \cdot \sin^2 \alpha) + \dot{\alpha} (A_7 - C_7) \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \sin \beta$
- $K_2 = -A_7 \cdot (U_i) + B_7 \cdot (U_j) + C_7 \cdot (U_k)$
- $K_3 = -a \cdot M_7 \cdot g \cdot \cos^2 \alpha$

Où

- $U_i = (\dot{\alpha} \cdot \sin \alpha \cdot \sin \beta + \dot{\beta} \cdot \cos \alpha) \cdot \cos \beta \cdot \sin \alpha$
- $U_j = \dot{\alpha} (1 + \cos \beta) \cdot \sin \beta$
- $U_k = (\dot{\beta} \cdot \sin \alpha - \dot{\alpha} \cdot \cos \alpha \cdot \sin \beta) \cdot \cos \beta \cdot \cos \alpha$

## 2.1 Mise en place d'un modèle linéaire pour l'équation « mécanique » (4).

L'équation différentielle (4) n'est pas linéaire et ses coefficients ne sont pas constants. L'étude qui va suivre a pour but de construire un modèle linéaire qui soit compatible avec le mode de fonctionnement dit « Poursuite Automatique », où :

- condition 1 : un seul axe est commandé à la fois ;
- condition 2 : la direction de l'axe radioélectrique varie peu autour de sa direction obtenue en mode « Ralliement ».

La première condition fait que  $\dot{\alpha} = 0$  et donc  $\alpha = \alpha_0$  lorsque « l'axe  $\beta$  » est commandé.

Question 6B :

- Transformer en conséquence l'équation (4) pour la mettre sous la forme

$$C_{MR2} = K_4 \cdot \ddot{\beta} + f \cdot \dot{\beta} + K_5 \cdot \sin(\beta) \quad (4.1)$$

où  $K_4$  et  $K_5$  sont des fonctions de  $\alpha_0$  que l'on explicitera.

**Remarque : ne pas utiliser ces expressions développées de  $K_4$  et  $K_5$  dans la suite.**

Soit  $\beta_0$ , une position obtenue par l'application du mode « Ralliement ». En mode « Poursuite Automatique », la valeur de  $\beta$  varie peu autour de  $\beta_0$  (condition 2).

Question 7B :

- En posant  $\beta = b_{\text{eta}} + \beta_0$  linéariser l'équation (4.1) qui devient (4.2) et relie les variables  $C_{MR2}$  et  $b_{\text{eta}}$ .

Soit un « point de fonctionnement » défini par les valeurs particulières  $C_{MR20}$  et  $b_{\text{eta}0}$ , respectivement de  $C_{MR2}$  et  $b_{\text{eta}}$ .

Question 8B :

- Ecrire la relation liant  $C_{MR20}$  et  $b_{\text{eta}0}$  en régime permanent.
- En posant  $b_{\text{eta}} = b_{\text{eta}0} + b_{R2}$  et  $C_{MR2} = C_{MR20} + c_{R2}$  transformer l'équation (4.2) qui devient (4.3), équation linéaire à coefficients constants qui relie les variables  $c_{R2}$  et  $b_{R2}$ .

Les équations de l'électromagnétisme (2) et (3) font, elles, intervenir les variables  $C_{M2}$  et  $\beta_M$  qui concernent le moteur seul.

Les variables qui leur correspondent après linéarisation autour du point de fonctionnement précédent sont notées respectivement  $c_{M2}$  et  $b_{M2}$ .

Question 9B :

- En considérant que les éléments constitutifs du moteur et du réducteur sont à masse nulle, transformer l'équation (4.3) qui devient (4.4), équation linéaire à coefficients constants qui relie les variables  $c_{M2}$  et  $b_{M2}$ .

## 2.2 Modèle linéaire du moteur seul

Les équations (1), (2) et (3) deviennent après linéarisation autour du « point de fonctionnement » précédent:

$$(1.1) \quad u(t) = e(t) + R \cdot i(t)$$

$$(2.1) \quad e(t) = K \cdot \dot{b}_{M2}(t)$$

$$(3.1) \quad c_{M2}(t) = K \cdot i(t)$$

Question 10B :

- Écrire, les conditions initiales étant nulles, les transformées de Laplace des équations (1.1), (2.1), (3.1) et (4.4) que l'on numérottera (1'), (2'), (3') et (4').

**Notations :** Pour une fonction scalaire  $f$  de la variable temporelle  $t$ , on notera  $F$  sa transformée de Laplace, dont la variable complexe sera notée  $p$  (ainsi :

$$c_{M2}(t) \xrightarrow{L} C_{M2}(p), \text{ et } b_{M2}(t) \xrightarrow{L} B_{M2}(p)).$$

**Question 11B :**

- A partir des équations de ( 1') à ( 4'), exprimer les fonctions de transfert ( $H_{e1}(p)$ ,  $H_{e2}(p)$ ,  $H_m(p)$  et  $H_c(p)$ ) du schéma-blocs 1 du document « ANNEXE 11 » en fonction des grandeurs physiques utiles, de  $K_4$ , de  $K_5$  et de la variable complexe  $p$ .

**Question 12B :**

- En discutant littéralement de la nature des pôles de  $H_m(p)$ , montrer que pour certaines configurations du positionneur, se présente une situation d'instabilité.

**2.3 Influence de la boucle de courant.**

Le moteur est muni d'un capteur de courant à effet Hall délivrant un volt par ampère ( $a = 1\Omega$ ). La nouvelle structure du système est modélisée par le schéma-blocs 2 du document « ANNEXE 11 ». Le comportement du variateur de vitesse est modélisé par un gain pur  $G_0$  (avec  $G_0 = 25$ ).

**Question 13B :**

- A partir du schéma-blocs 2, exprimer  $\frac{I(p)}{V_c(p)}$  en fonction des quantités  $H_{e1}$ ,  $H_{e2}$ ,  $H_m$ ,  $H_c$ ,  $G_0$  et  $a$ .

Un échelon unitaire de tension est appliqué à  $t = 0$  s en entrée du schéma-blocs :  $v_c(t) = u(t)$

$$\text{avec } u(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t < 0 \\ 1 & \text{si } t \geq 0 \end{cases}$$

**Question 14B :**

- Donner l'expression littérale de la valeur initiale  $VI_1(i)$  du courant d'induit  $i(t)$  dans ces conditions, puis faire l'application numérique.
- Donner l'expression littérale de la valeur initiale  $VI_2(i)$  du courant d'induit  $i(t)$  si la boucle de courant est débranchée. Réaliser l'application numérique.
- Conclure quant à l'intérêt de la boucle de courant dans le montage.

**2.4 Bouclage « en vitesse » : respect du cahier des charges.**

Le bouclage « en vitesse » est modélisé par le schéma-blocs 3 du document « ANNEXE 11 ». La sensibilité de la génératrice tachymétrique est  $k_{vit} = 0,06$  V/rd/s. Ainsi  $H_{vit} = 0,06.p$ . La boucle est munie d'un correcteur dont la fonction de transfert est

$$H_{cor\Omega}(p) = G_\Omega \cdot \frac{1 + \tau.p}{\tau.p}$$

**Question 15B :**

- Quels moyens seraient à mettre en œuvre pour valider ce correcteur en regard des conclusions de la question 12B ?

Le système est étudié dans la configuration pour laquelle la fonction de transfert  $\frac{V_c(p)}{B_{M2}(p)}$  est donnée par :

$$H_{mot}(p) = \frac{G}{a.p^2 + b.p + c} = \frac{42,05}{0,067.p^2 + 0,11.p + 1,39}$$

Sur le document réponse « DR1 » sont représentés les diagrammes de Bode de  $H(p) = \frac{V_c(p)}{V_\Omega(p)}$  et de  $H_{cor\Omega}(p) = G_{cr} \frac{1 + \tau.p}{\tau.p}$  pour  $G_\Omega = 1$  et  $\tau = 0,002$  s.

**Question 16B :**

- En déduire les diagrammes asymptotiques de  $\frac{\varepsilon_2(p)}{V_\Omega(p)}$  et l'allure des diagrammes réels.

- En déduire graphiquement la valeur de  $G_\Omega$ , notée  $G_{\Omega 55}$ , qui donnera à ce système une marge de phase de  $55^\circ$  comme le stipule le cahier des charges (voir document « ANNEXE 11 »).

**Question 17B :**

- Exprimer littéralement la fonction de transfert « en boucle fermée »  $H_{bf_\Omega} = \frac{\Omega_{M2}(p)}{\Omega_{M2c}(p)}$  pour  $G_\Omega = G_{\Omega 55}$ .
- Exprimer littéralement à l'aide du théorème de la valeur finale l'écart statique « en vitesse »  $\varepsilon_{ech_\Omega}(\infty)$ , écart en régime permanent entre l'entrée (en échelon unitaire de vitesse angulaire) et la réponse correspondante. Réaliser l'application numérique, comparer la valeur obtenue au cahier des charges et conclure.
- L'écart entre l'entrée (en rampe unitaire de vitesse angulaire) et la réponse correspondante est à chaque instant :

$$\varepsilon_{ramp_\Omega}(t) = 7,196 \cdot 10^{-5} \cdot t + 0,55 \cdot 10^{-5} + 0,0022 \cdot e^{(-290,53 \cdot t)} \sin(453,12 \cdot t) - 0,55 \cdot 10^{-5} e^{(-290,53 \cdot t)} \cos(453,12 \cdot t)$$

Sachant que la durée maximale d'accélération de l'axe est de 0,6s, quel sera l'écart maximal atteint entre l'entrée et la sortie à cet instant ?

Cette valeur vous paraît-elle compatible avec le cahier des charges ? (voir document « ANNEXE 11 »).

**2.5 Bouclage « en position » : respect du cahier des charges.**

Le bouclage « en position » est modélisé par le schéma-blocs 4 du document « ANNEXE 11 ». La sensibilité du capteur de position est de 1 V/rd. Ainsi  $k_{pos} = 1$  V/rd.

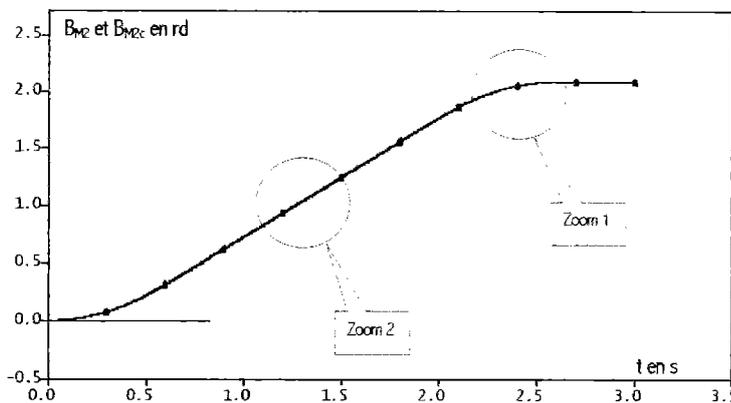
La boucle est munie d'un correcteur dont la fonction de transfert est  $H_{cor\beta}(p) = G_\beta$ .

Le diagramme de Black de  $H(p) = \frac{\varepsilon_I(p)}{U_\beta(p)}$  est représenté sur le document réponse « DR2 »

pour  $G_\beta = 8$ .

**Question 18B :**

- Déterminer graphiquement la nouvelle valeur de  $G_\beta$ , notée  $G_{\beta 45}$ , qui donnera à ce système une marge de phase de  $45^\circ$  comme le stipule le cahier des charges.

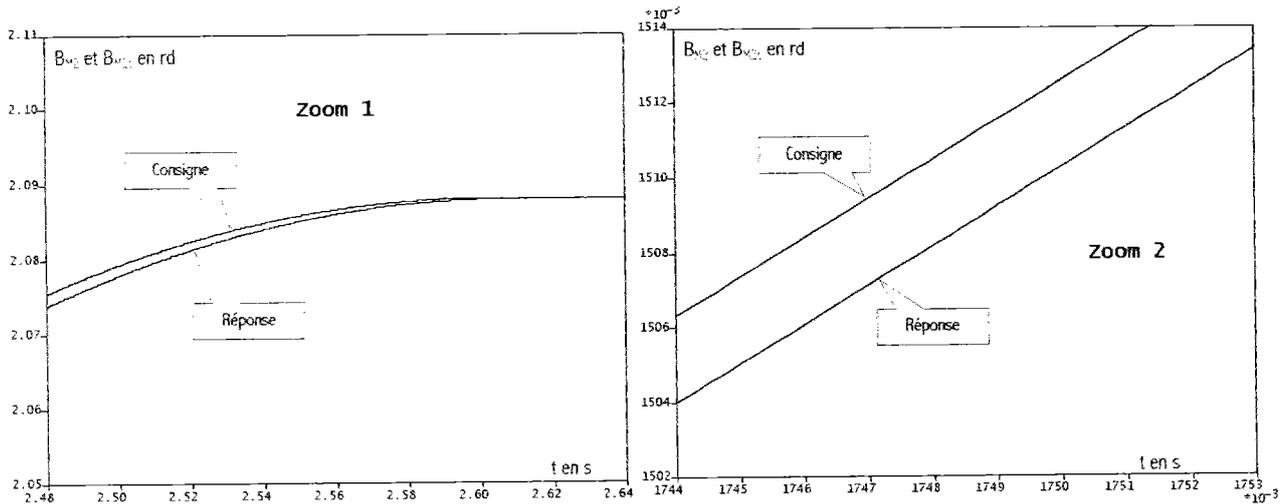


La réponse du système de gain  $G_{\beta 45}$  à une consigne de position correspondant à une consigne de vitesse « en trapèze » est donnée ci-contre.

**Question 19B :**

- Exprimer littéralement à l'aide du théorème de la valeur finale l'écart statique « en position »  $\varepsilon_{ech_\beta}(\infty)$ , écart en régime permanent entre l'entrée (en échelon unitaire de position angulaire) et la réponse correspondante. Réaliser l'application numérique, comparer la valeur obtenue au cahier des charges et conclure.
- Lire sur cette courbe et ses zooms l'écart de traînage « en position ». En déduire le retard de traînage.

- Comparer ces trois quantités précédentes aux spécifications du cahier des charges (voir document « ANNEXE 11 »). Conclure.



## C - PRODUCTION DE SOLUTION

➤ **Objectif:**  
 ↪ conception d'un banc d'essai.

*Avertissement : les réponses demandées dans cette partie font appel à un ensemble de connaissances relevant de la culture des Sciences Industrielles. Il est donc demandé aux candidats de les mobiliser afin de réaliser l'objectif qui leur est proposé.*

*Leur attention est attirée sur le fait qu'il n'y a pas unicité de solution au type de problème posé et que la qualité des réponses sera évaluée sur la pertinence des solutions proposées, sur la clarté de l'argumentaire développé ou des représentations utilisées, sur la maîtrise des outils de communication et enfin sur l'aptitude des candidats à imaginer des solutions à partir d'éléments étudiés au cours de leur scolarité en classe préparatoire.*

### Problématique

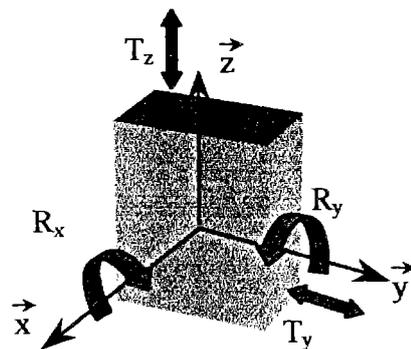
L'étude précédente a montré les limites des outils de modélisation mis à disposition de l'ingénieur. Lorsque certains comportements ou certaines performances sont difficilement prédictibles, il est nécessaire de passer par une phase d'essais permettant d'effectuer des mesures significatives. Dans le cas du système de positionnement étudié, pour d'évidentes raisons il n'est pas possible « d'embarquer » un laboratoire d'essai sur un voilier pour tester le matériel dans les conditions réelles d'utilisation. Les essais ont lieu à l'aide d'un banc de laboratoire reproduisant au mieux les conditions d'utilisation et sur lequel est fixé le positionneur étudié.

Des mesures effectuées en mer sur un navire du type de ceux auxquels ce positionneur est destiné ont permis de mesurer les amplitudes et pulsations des mouvements sollicitant le système.

### Principe du banc à concevoir

Une étude exhaustive des conditions de mer nécessiterait l'utilisation d'un banc permettant d'animer le positionneur de six degrés de liberté. Cette solution trop coûteuse est exclue et on retient le principe d'un banc à 4 degrés de liberté définis par la figure ci-contre. Au degrés de liberté d'un mouvement plan (ici  $T_z$ ,  $T_y$ ,  $R_x$ ) on adjoint la rotation  $R_y$ .

Le banc est prévu pour pouvoir fixer le positionneur selon deux orientations possibles se déduisant l'une de l'autre par une rotation de  $90^\circ$  autour d'un axe de direction  $\vec{z}$ .



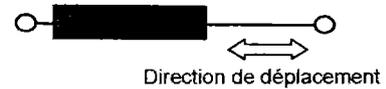
A ce stade de l'étude le choix de la technologie des actionneurs n'est pas arrêté, néanmoins la motorisation du banc sera conduite à l'aide d'actionneurs de type linéaire. Le choix du type (vérin électrique ou hydraulique) fera l'objet d'études complémentaires.

**Question 1C**

- Quels essais conduiriez-vous à l'aide de ce banc ? Précisez en la nature, les paramètres étudiés, les mesures effectuées, les éventuels appareillages complémentaires, etc.

**Question 2C**

- Donner le schéma de principe de la Partie Opérative du banc en utilisant les symboles normalisés des liaisons entre solides. L'implantation des actionneurs et leurs liaisons aux autres éléments des chaînes cinématiques apparaîtront sur le schéma. Le symbole ci-contre sera utilisé pour représenter chaque actionneur.



**Question 3C**

- Donner l'architecture fonctionnelle d'un axe numérisé bâti à partir de l'actionneur linéaire pour la technologie de votre choix (électrique ou hydraulique).

# Schéma synoptique du système

S23N

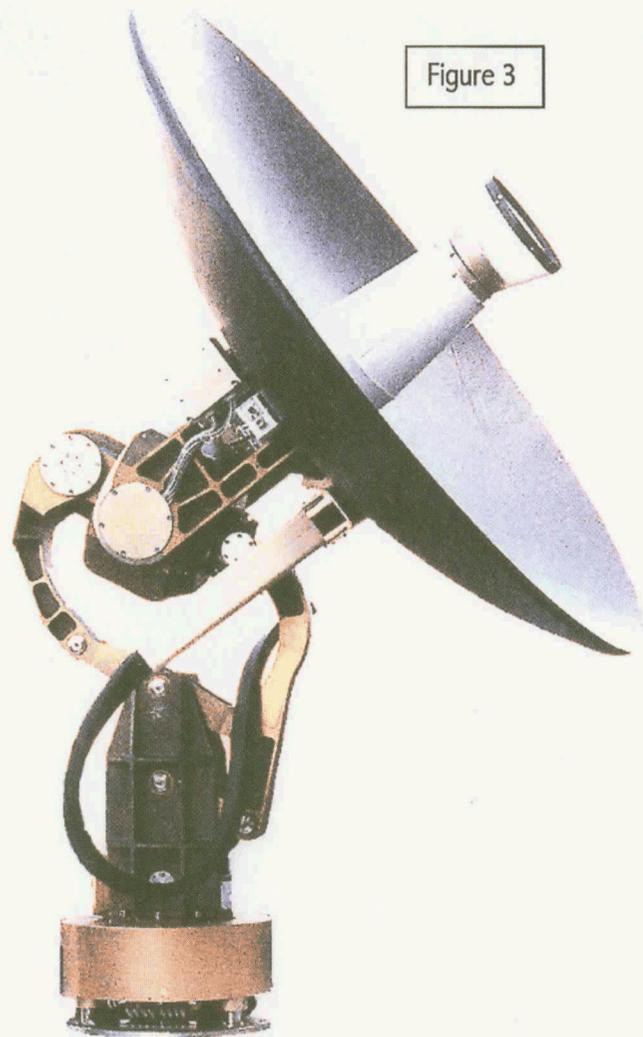
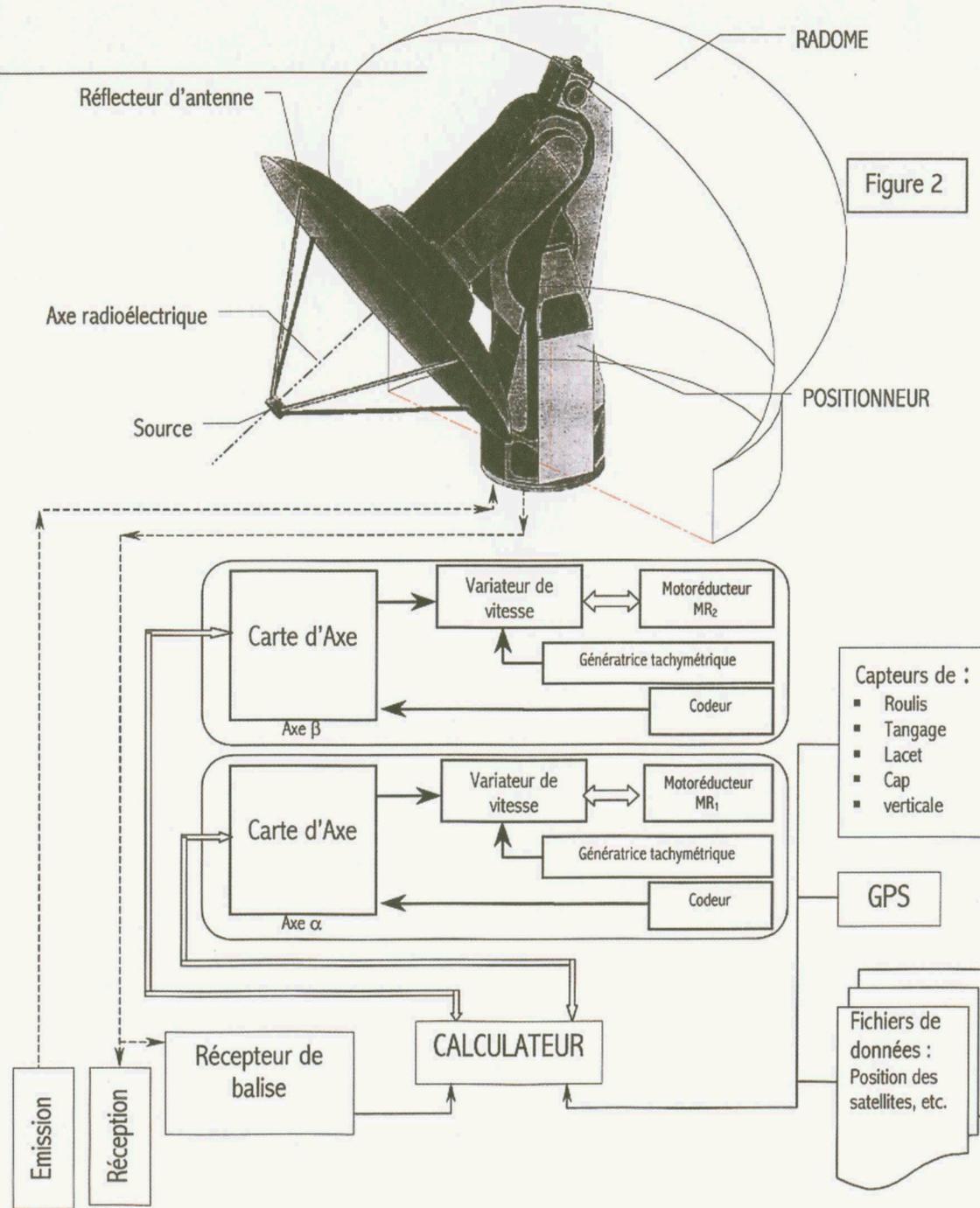


Figure 3



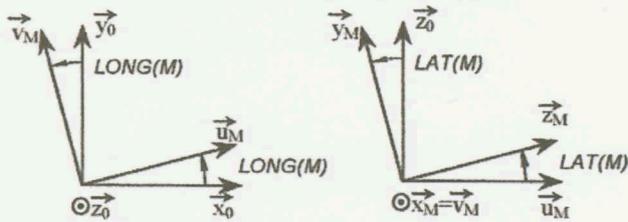
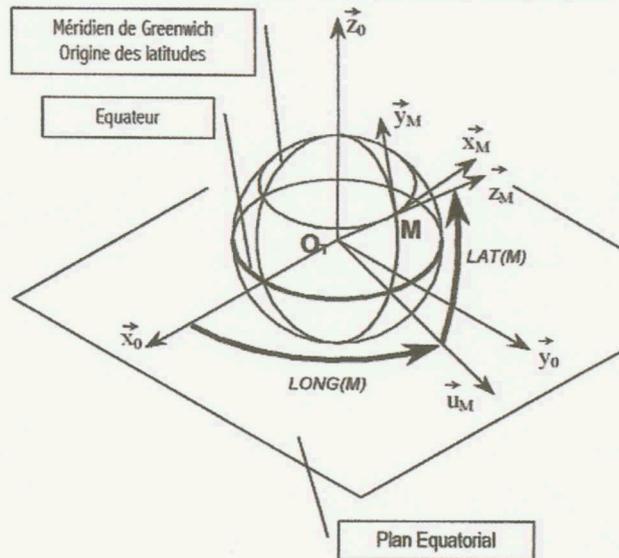
Annexe 1

J. 5051-B

# Répérages du navire et du satellite

## Repérage du navire M à la surface de la Terre

- Repère terrestre :  $(O_T; \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  avec  $(O_T, \vec{z}_0)$  axes des pôles, orienté du Sud vers le Nord ;
- Repère local en M :  $(M; \vec{x}_M, \vec{y}_M, \vec{z}_M)$  avec  
 $\vec{O}_T M = R_T \vec{z}_M$   $R_T$ : rayon terrestre ( $R_T = 6378$  km);  
 $\vec{x}_M$ : tangent au parallèle local en M ;  
 $\vec{y}_M$ : tangent au méridien local en M et orienté vers le Nord géographique.

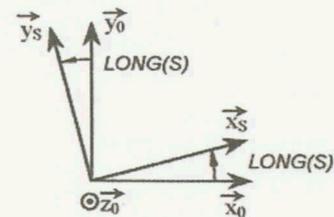
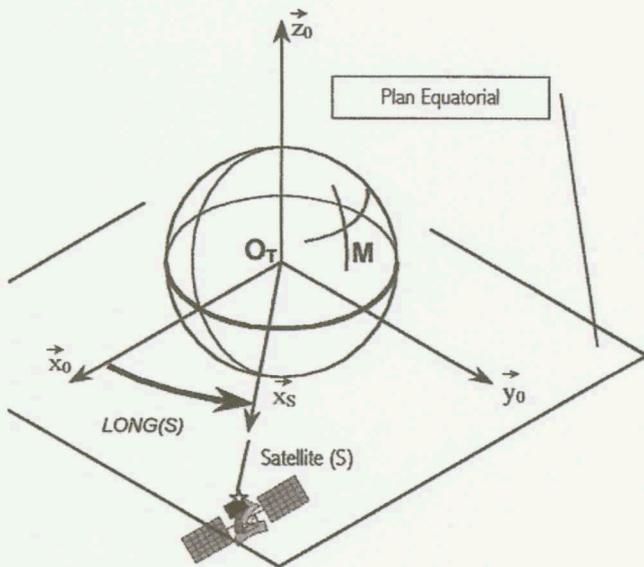


$LONG(M)$ : longitude du navire M  
 $(LONG(M) \in [0, 360^\circ])$   
 $LAT(M)$ : latitude du navire M  
 $(LAT(M) \in [-90^\circ, +90^\circ])$

## Repérage du Satellite Géostationnaire S dans le repère terrestre

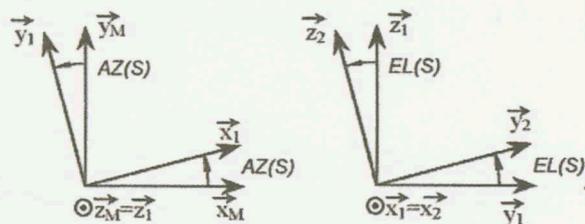
$\vec{O}_T S = R_K \vec{x}_S$   $R_K$ : rayon de l'orbite géostationnaire ( $R_K = 41164$  km);

$LONG(S)$ : longitude de stationnement du satellite

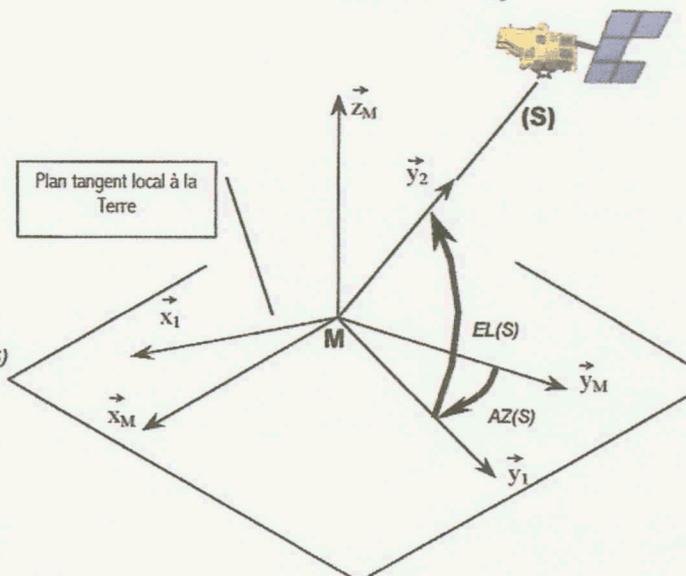


## Repérage du Satellite Géostationnaire S dans le repère local en M

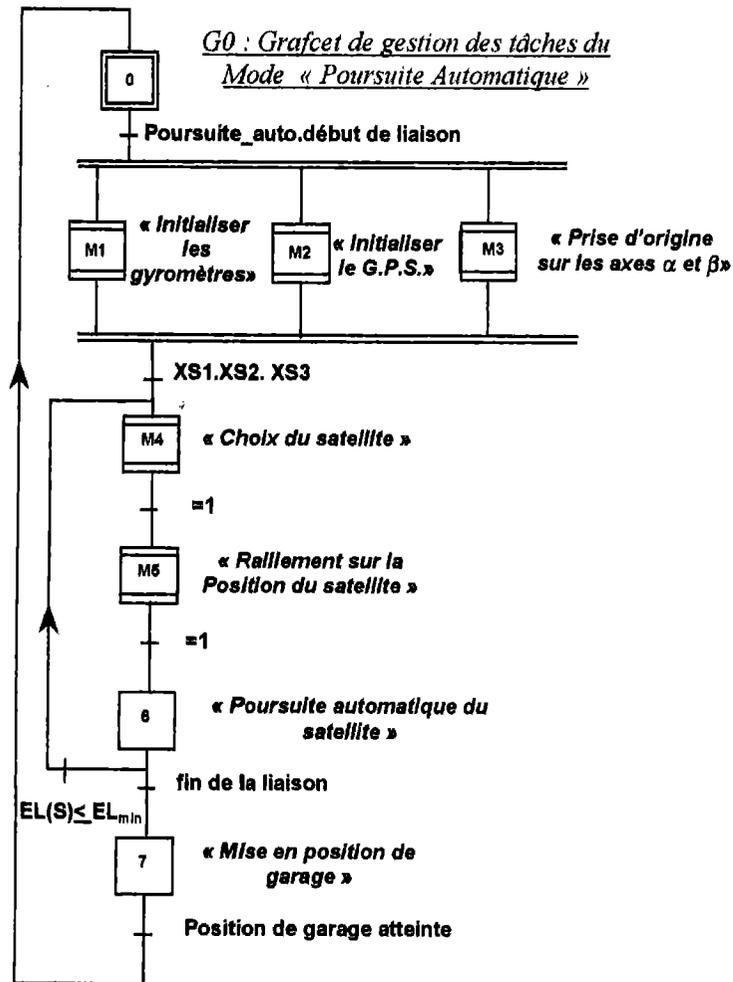
$\vec{M} S = L \vec{x}_2$  où L est la « distance » variable Navire-Satellite.



$EL(S)$ : élévation du satellite  
 $AZ(S)$ : azimut du satellite

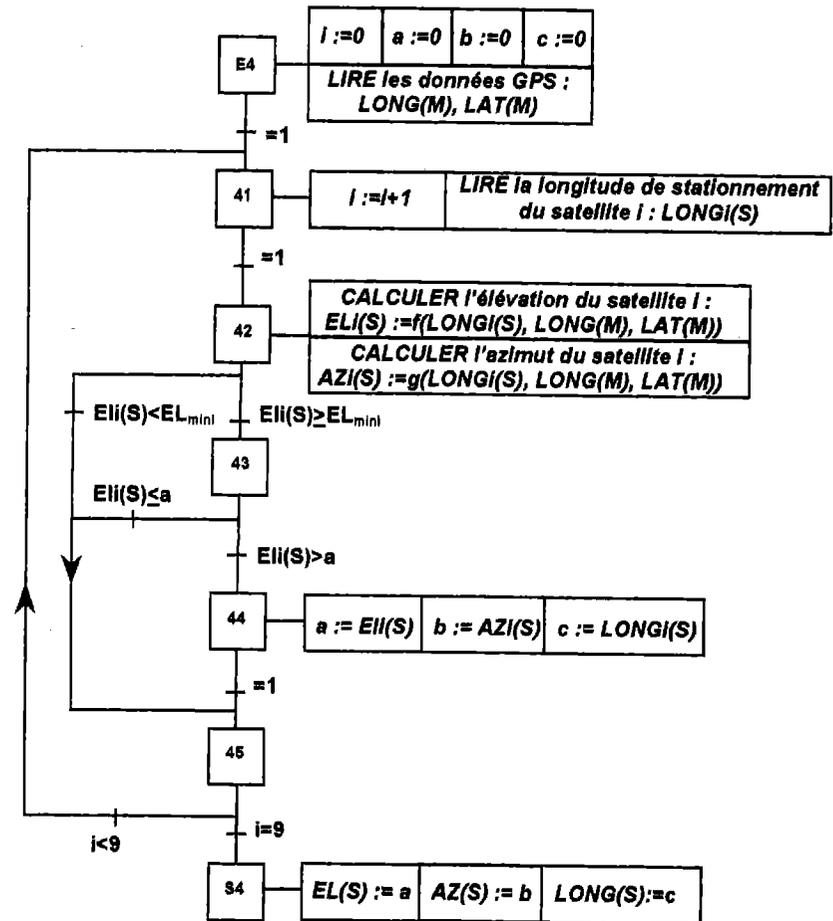


# M odèle de commande



M5 : macro étape où le positionneur oriente l'antenne vers le satellite choisi en utilisant les performances maximales des deux axes commandés simultanément. Les mouvements parasites du navire sont pris en compte pour élaborer les valeurs de  $\alpha$  et  $\beta$ .

## Expansion de la macro étape M4 « Choix du satellite »



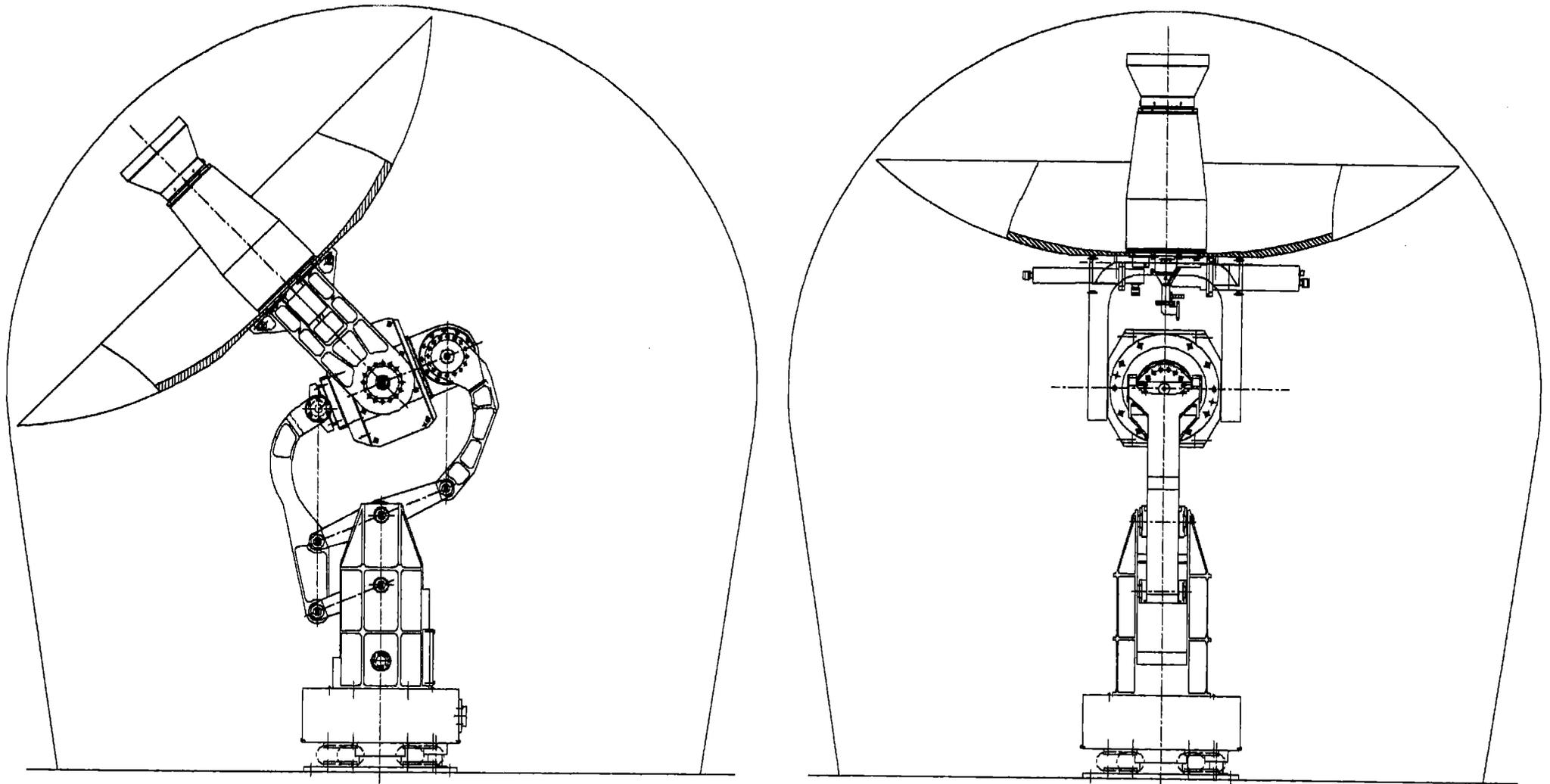
## Formules de Localisation

$$\sin[EL(S)] = \frac{R_k \cos[LAT(M)] \cos[LONG(M) - LONG(S)] - R_T}{\sqrt{R_k^2 + R_T^2 - 2 \cdot R_k \cdot R_T \cdot \cos[LAT(M)] \cos[LONG(M) - LONG(S)]}}$$

$$\cos[AZ(S)] = \frac{R_k \sin[LAT(M)] \cos[LONG(M) - LONG(S)]}{\cos[EL(S)] \sqrt{R_k^2 + R_T^2 - 2 \cdot R_k \cdot R_T \cdot \cos[LAT(M)] \cos[LONG(M) - LONG(S)]}}$$

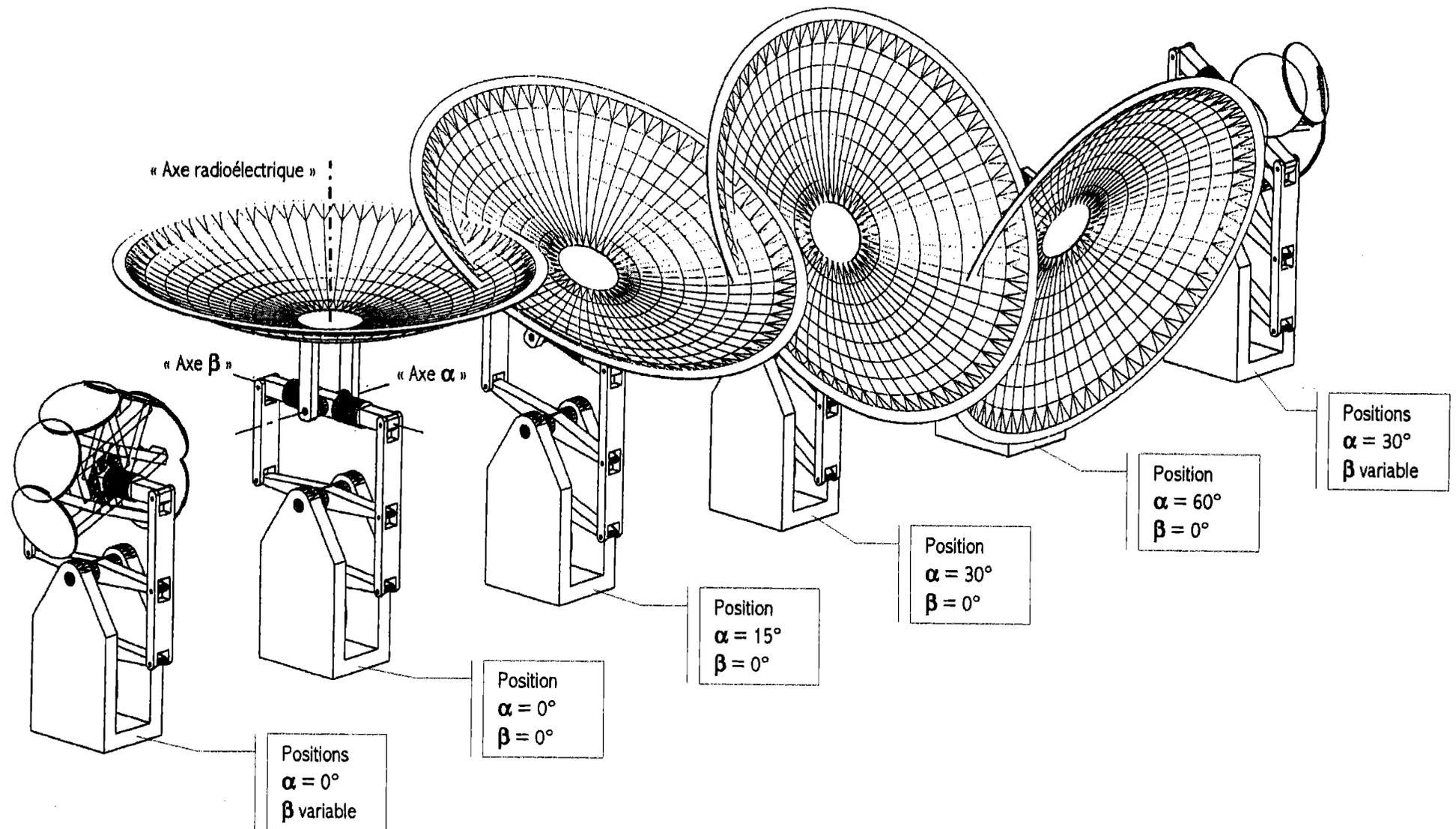
# **P**ositionneur : Partie Opérative (document ACC I&M)

---



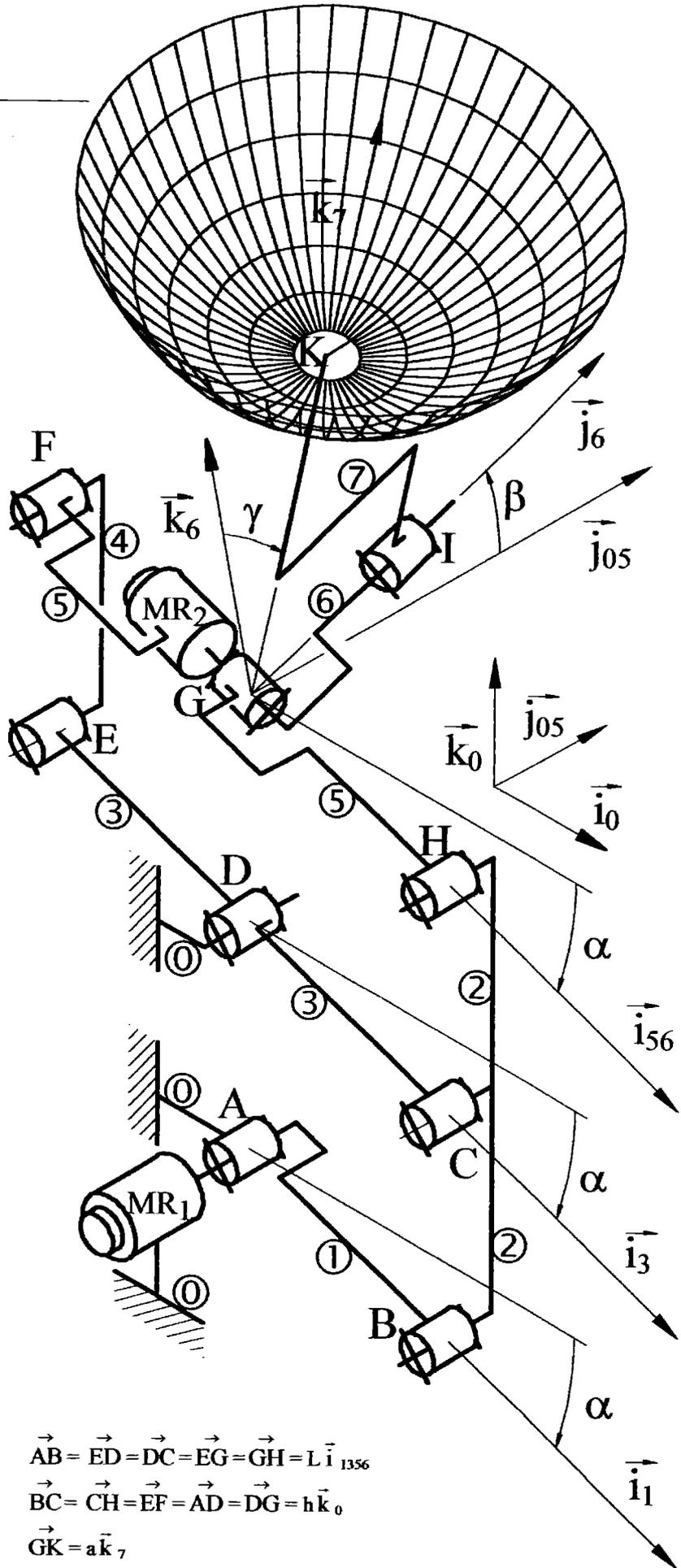
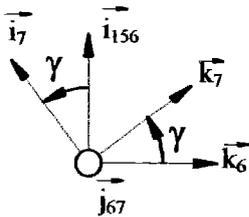
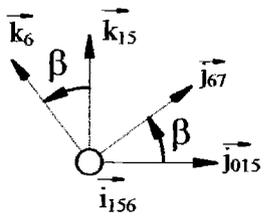
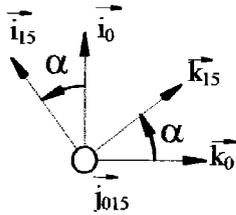
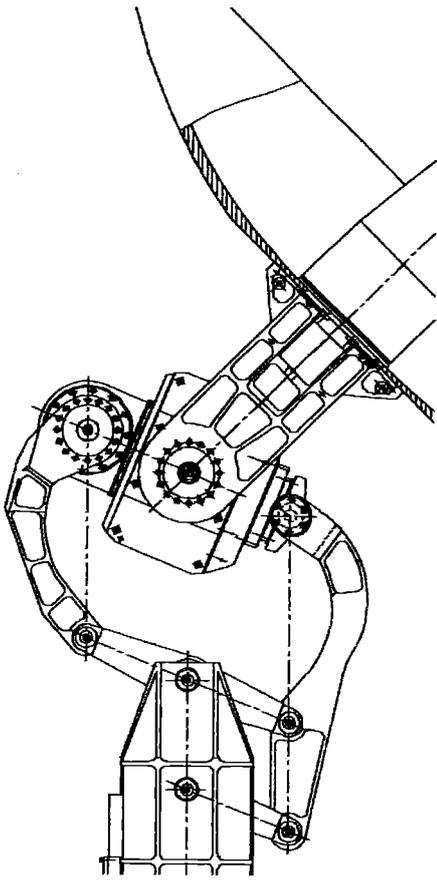
**Annexe 4**

# Diverses configurations du positionneur



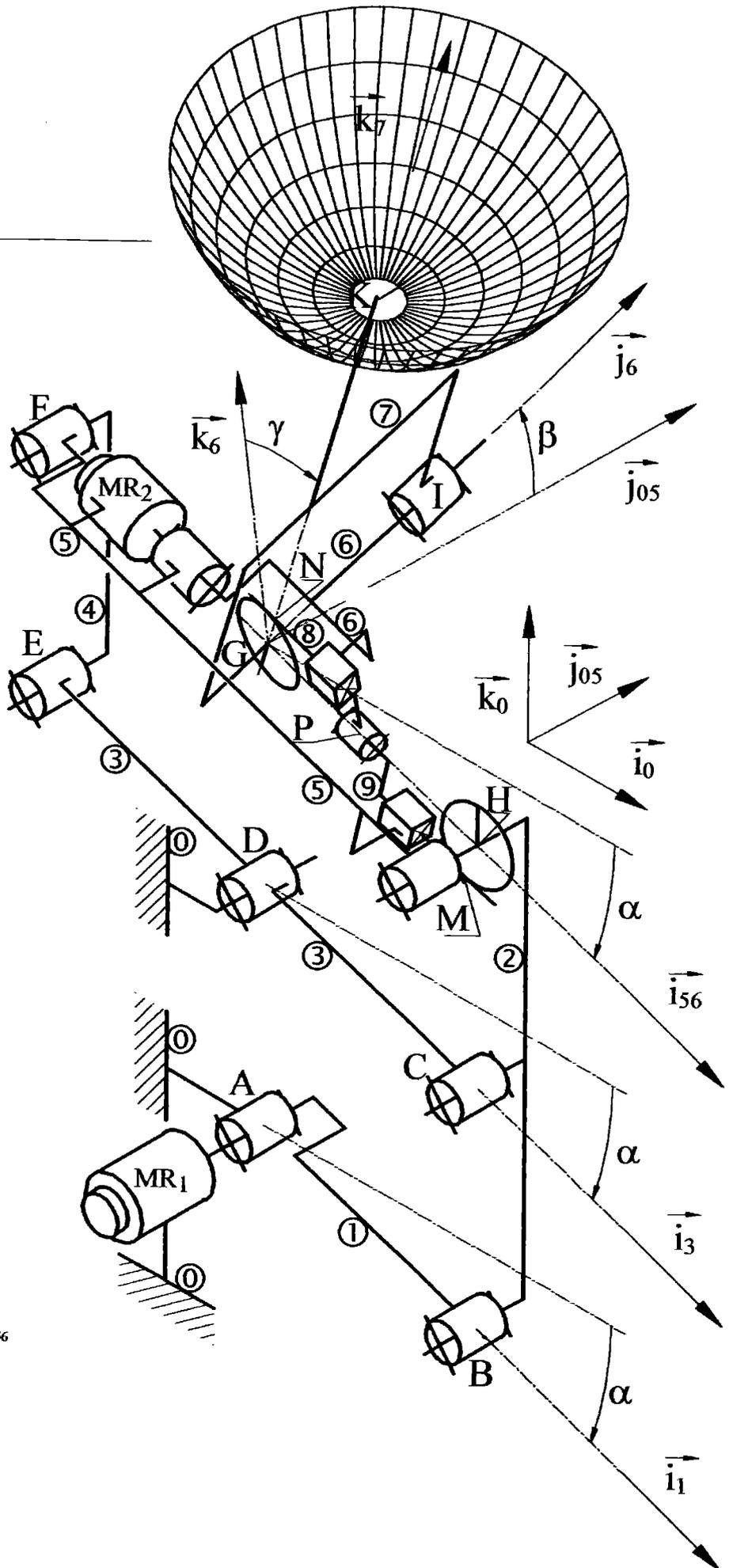
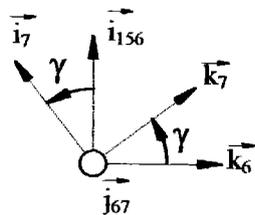
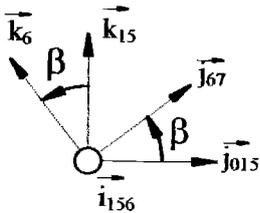
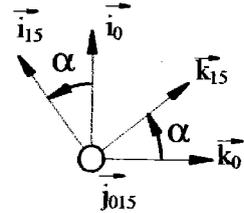
Annexe 5

# Schéma Cinématique 1



Annexe 6

# Schéma cinématique 2



$$\begin{aligned} \vec{AB} = \vec{ED} = \vec{DC} = \vec{FG} = \vec{GH} &= L \vec{i}_{1356} \\ \vec{BC} = \vec{CH} = \vec{EF} = \vec{AD} = \vec{DG} &= h \vec{k}_0 \\ \vec{GK} &= a \vec{k}_7 \end{aligned}$$

# Caractéristiques géométriques et inertielles

## SOLIDE 1

- Masse :  $M_1 = 15 \text{ kg}$ ;
- centre de gravité :  $G_1$  tel que  $\vec{AG}_1 = L/2 \vec{i}_1$  (où  $L = 0,4 \text{ m}$ ).

□ matrice d'inertie  $[I(A, 1)]$ : 
$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & B_1 \end{bmatrix}$$
 en A

dans la base  $(\vec{i}_1, \vec{j}_1, \vec{k}_1)$  avec  $B_1 = 0,21 \text{ kgm}^2$ ;

## SOLIDE 2

- Masse :  $M_2 = 10 \text{ kg}$ ;
- centre de gravité : C tel

que  $\vec{BC} = h \vec{k}_0$  (où  $h = 0,25 \text{ m}$ );

- matrice d'inertie  $[I(C, 2)]$ :

$$\begin{bmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & A_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
 en

C dans la base  $(\vec{i}_2, \vec{j}_2, \vec{k}_2)$  avec  $A_2 = 0,21 \text{ kgm}^2$

## SOLIDE 3

- Masse :  $M_3 = 6 \text{ kg}$ ;
- centre de gravité : D tel que

$\vec{AD} = h \vec{k}_0$ ;

□ matrice d'inertie  $[I(D, 3)]$ : 
$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & B_3 & 0 \\ 0 & 0 & B_3 \end{bmatrix}$$
 en D

dans la base  $(\vec{i}_3, \vec{j}_3, \vec{k}_3)$  avec  $B_3 = 0,32 \text{ kgm}^2$ .

## SOLIDE 4

- Masse :  $M_4 = 6 \text{ kg}$ ;
- centre de gravité :  $G_4$  tel que

$\vec{EG}_4 = h/2 \vec{k}_0$  (où  $h = 0,25 \text{ m}$ );

□ matrice d'inertie  $[I(E, 4)]$ : 
$$\begin{bmatrix} A_4 & 0 & 0 \\ 0 & A_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
 en

E dans la base  $(\vec{i}_2, \vec{j}_2, \vec{k}_2)$  avec  $A_4 = 0,21 \text{ kgm}^2$

## SOLIDE 5

- Masse :  $M_5 = 15 \text{ kg}$ ;
- centre de gravité : G tel que  $\vec{AG} = 2h \vec{k}_0$ ;
- matrice d'inertie  $[I(G, 5)]$ : 
$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & B_5 & 0 \\ 0 & 0 & B_5 \end{bmatrix}$$
 en G

dans la base  $(\vec{i}_5, \vec{j}_5, \vec{k}_5)$  avec  $B_5 = 0,79 \text{ kgm}^2$ ;

## SOLIDE 6

- Masse et caractéristiques inertielles négligées devant celles du solide 7.

## SOLIDE 7

- Masse :  $M_7 = 15 \text{ kg}$ ;
- centre de gravité : K tel que  $\vec{GK} = a \vec{k}_7$  (où  $a = 0,3 \text{ m}$ );

- matrice d'inertie  $[I(G, 7)]$ :

$$\begin{bmatrix} A_7 & 0 & 0 \\ 0 & B_7 & 0 \\ 0 & 0 & C_7 \end{bmatrix}$$
 en G dans la

base  $(\vec{i}_7, \vec{j}_7, \vec{k}_7)$  avec  $A_7 = B_7 = 1,37 \text{ kgm}^2$ , et  $C_7 = 0,24 \text{ kgm}^2$ .

## SOLIDE 8

- Masse et caractéristiques inertielles négligées.

## SOLIDE 9

- Masse et caractéristiques inertielles négligées.

## SOLIDE 0

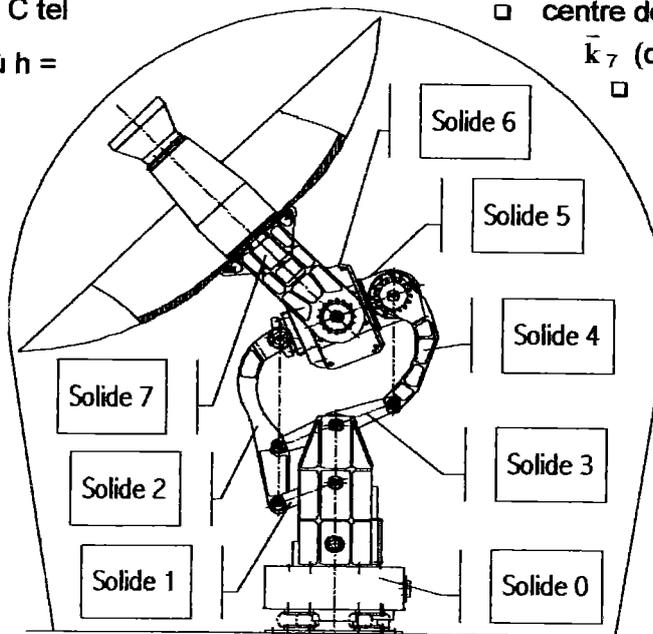
- Masse :  $M_0 = 12 \text{ kg}$ ;
- centre de gravité : D tel que  $\vec{AD} = h_0 \vec{k}_0$  (où  $h_0 = 0,18 \text{ m}$ ).

## MOTO-REDUCTEUR MR<sub>1</sub>

- Masse et caractéristiques inertielles négligées.

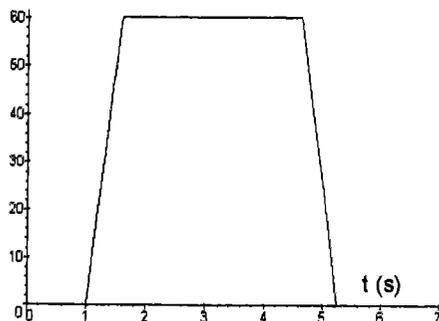
## MOTO-REDUCTEUR MR<sub>2</sub>

- Masse et caractéristiques inertielles négligées.

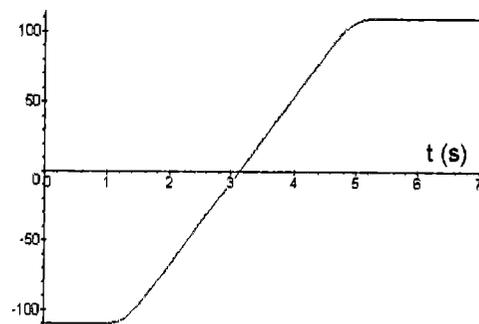


# ois de commandes en mode « ralliement » et résultat : couple $C_{MR2}$

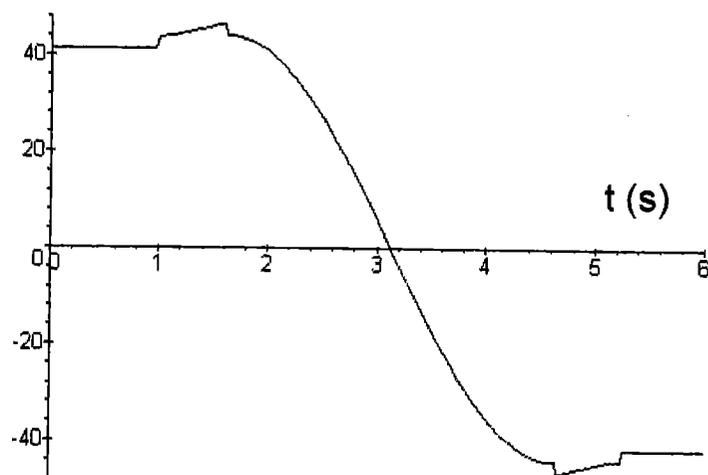
$d\beta/dt$  (deg/s)



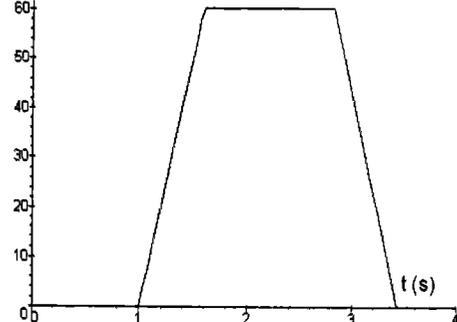
$\beta$  (deg)



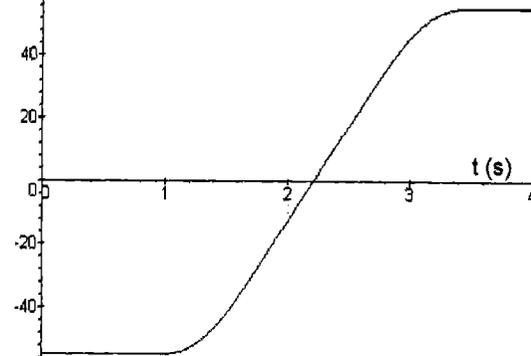
$C_{MR2}$  (Nm)



$d\alpha/dt$  (deg/s)

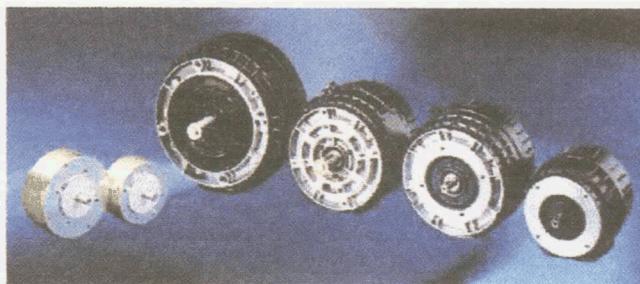


$\alpha$  (deg)



Annexe 9

# Caractéristiques des servomoteurs AXEM



## Caractéristiques AXEM Type F 9 - 12

Caractéristiques (1) 40°C ambiant Facteur de forme $s \leq 1,02$	Marquage	Couple nominal	Vitesse nominale	Puissance utile nom.	Tension nominale	Courant nominal	Couple maximal cycle S3 (50 ms, 1%) F.E.M. par 1000 $\text{min}^{-1}$ (25°C)	Couple par ampère (25°C)	Résistance aux bornes	Moment d'inertie	Constante de temps mécanique	Constante de temps thermique disque	Constante de temps thermique carcasse	Charge axiale maximale admissible	Charge radiale* maximale admissible	Massa	
Symboles	Mn	Nn	Pn	Un	Io	C imp.	Ke	Kt	R	J	$\tau_m$	$\tau_{thd}$	$\tau_{thc}$	Fa **	Fr **	M	
Unités	Nm	tr/min	W	V	A	Nm	V	Nm/A	$\Omega$	$10^{-5}$ $10^{-2}$	ms	s	min	daN	daN	kg	
F 9 M4 R	CE	0,14	4800	70	22	6,4	1,15	3,1	0,03	1,1	3,5	39,6	52	25	2,5	14	1,1
F 9 M2	CE	0,282	3000	88	14	11	1,73	3,1	0,03	0,43	2,9	13,2	21	16	2,5	14	2,3
F 9 M4	CE	0,346	3000	108	26	6,7	3,45	6,2	0,059	1,1	3,5	10,2	21	16	2,5	14	2,3
F 9 M4 H	CE	0,537	3000	168	35	6,5	4,9	9,2	0,088	1,1	3,4	4,5	21	16	2,5	14	2,8
F 12 M4 R	CE	0,42	4800	210	37	8	2,9	6,2	0,059	0,93	15	3706	37	22	2,5	14	2,9
F 12 M2	CE	0,61	3000	190	24	11,7	4,3	6	0,057	0,47	10,5	14	30	24	2,5	14	3,85
F 12 M4	CE	0,77	3000	240	43	7,7	8,6	12	0,115	0,93	15	10	30	24	2,5	14	3,85
F 12 M4 H	CE	1,1	3000	345	61	7,2	13	18	0,172	0,93	16	4,7	30	24	2,5	14	5

## Caractéristiques AXEM Type MC 13 - 17 - 19

Caractéristiques (1) 40°C ambiant Facteur de forme $s \leq 1,02$	Marquage	Couple nominal	Vitesse nominale	Puissance utile nom.	Tension nominale	Courant nominal	Couple maximal cycle S3 (50 ms, 1%) F.E.M. par 1000 $\text{min}^{-1}$ (25°C)	Couple par ampère (25°C)	Résistance aux bornes	Moment d'inertie	Constante de temps mécanique	Constante de temps thermique disque	Constante de temps thermique carcasse	Charge axiale maximale admissible	Charge radiale* maximale admissible	Massa	
Symboles	Mn	Nn	Pn	Un	Io	C imp.	Ke	Kt	R	J	$\tau_m$	$\tau_{thd}$	$\tau_{thc}$	Fa **	Fr **	M	
Unités	Nm	tr/min	W	V	A	Nm	V	Nm/A	$\Omega$	$10^{-5}$ $10^{-2}$	ms	s	min	daN	daN	kg	
MC 13 S	CE	1,2	3000	375	64	7,6	8,5	17,5	0,167	1,5	23,5	12,6	45	41	13	35	4
MC 17 H	CE	1,8	3000	565	102	6,9	14	30	0,286	1,8	79	17,2	52	34	35	60	6,5
MC 17 B	CE	1,2	3200	400	23,5	24	12	6	0,057	0,175	79	40	35	32	35	60	6,5
MC 19 P	CE	3,2	3000	1000	83	14,5	24,4	25,5	0,244	0,46	100	7,4	36	34	35	60	9,7
MC 19 P <sup>(2)</sup>	CE	5,1	3000	1600	87	22,2	24,4	25,5	0,244	0,46	100	7,4	29	15	35	60	9,7
MC 19 S	CE	3,2	3000	1000	165	7,3	24,4	51	0,488	1,6	100	6,5	36	34	35	60	9,7
MC 19 S <sup>(2)</sup>	CE	5,1	3000	1600	171	11,1	24,4	51	0,488	1,6	100	6,5	29	15	35	60	9,7
MC 19 B	CE	2,8	3000	880	23,5	46	24,4	7	0,067	1,6	100	11	36	34	35	60	9,7

(1) Caractéristiques données pour servomoteur non isolé thermiquement

(2) Ventilation forcée 10 l / sec

\* à mi longueur de l'arbre

\*\* charges FA et Fr non cumulables

## Frein de maintien à manque de courant (le frein bloque l'arbre moteur à l'arrêt)

Moteur	Couple de maintien		Puissance	Inertie	Masse
	Frein à aimant	Frein à ressort			
	Nm	Nm			
F9-F12	-	1,5	11	1	0,47
MC13	2	-	12	2,3	0,3
MC17 - MC19	5	-	16	6,5	0,6

# Boucles de commande du moteur $M_2$

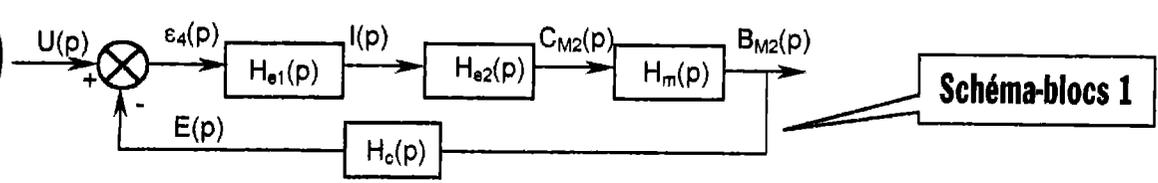


Schéma-blocs 1

	Critère	Niveau
Boucle « de vitesse »	Marge de phase	$55^\circ$
	Ecart statique	$<0,1^\circ/s$
	Ecart de traînage	$<0,15^\circ/s$
Boucle « de position »	Marge de phase	$45^\circ$
	Ecart statique	$<0,1^\circ$
	Retard de traînage	$<0,05\text{ s}$

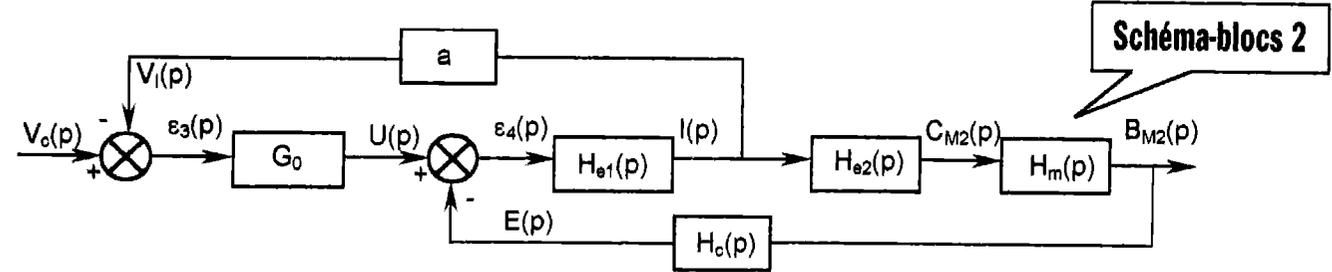


Schéma-blocs 2

Cahier des charges des caractéristiques dynamiques de « l'axe  $\beta$  »

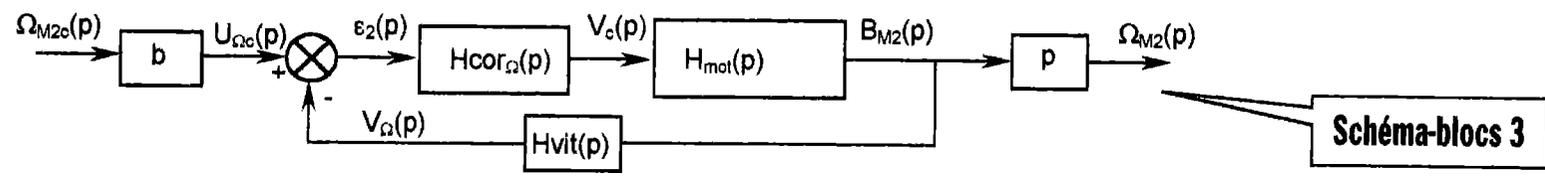


Schéma-blocs 3

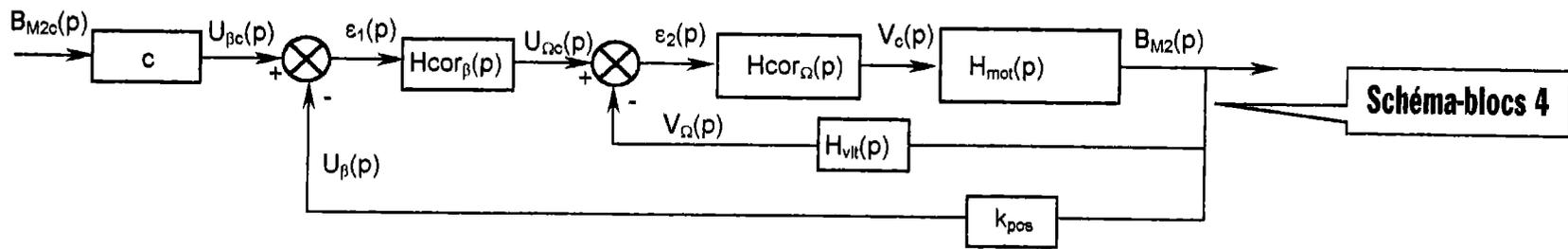


Schéma-blocs 4

Intitulé épreuve : .....

Nom : ..... Prénom : ..... Né(e) le : .....

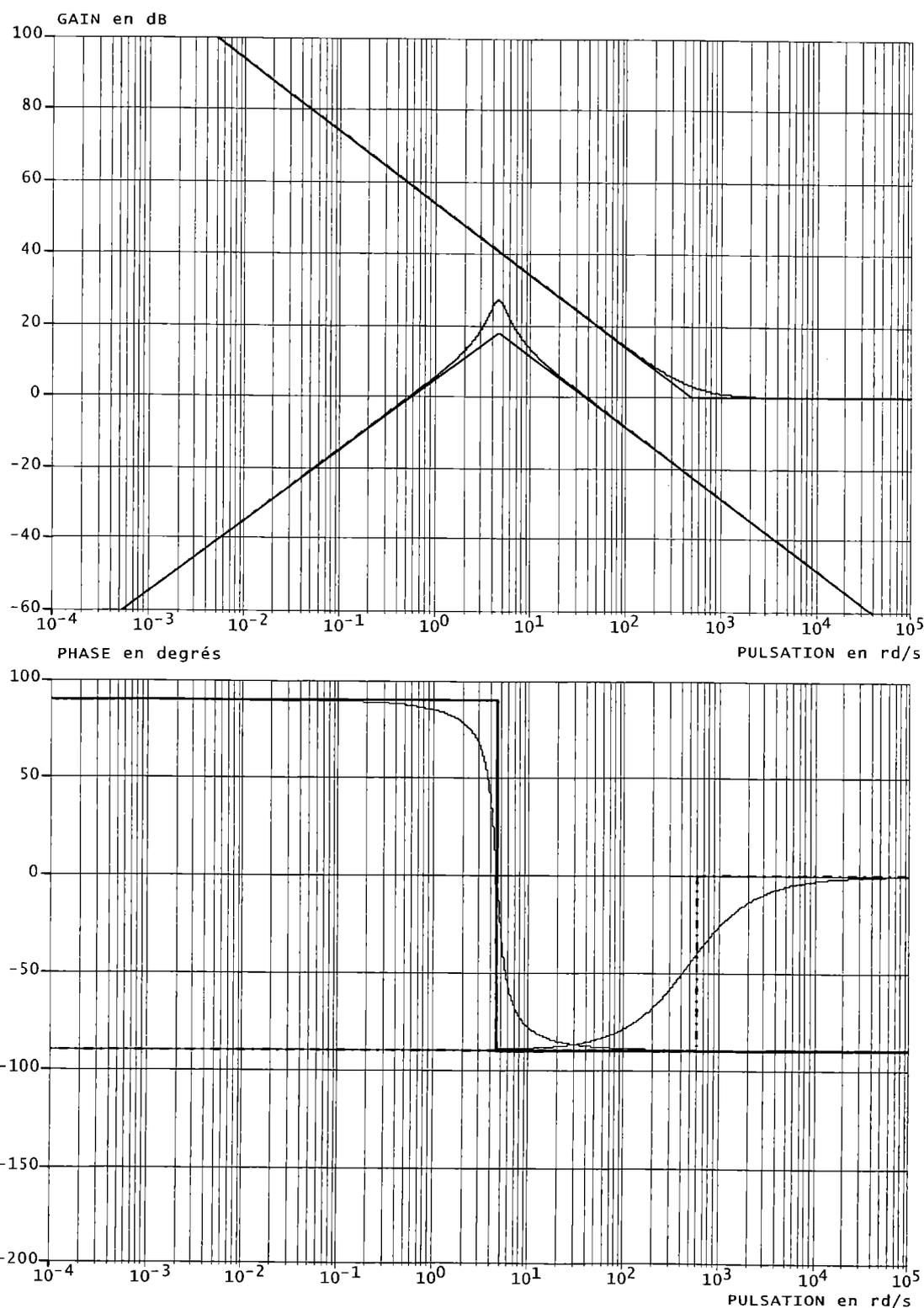
N° de centre d'écrit :

N° de table :

S23N

J. 5051-C

# Réponses harmoniques



DR 1

Intitulé épreuve : .....

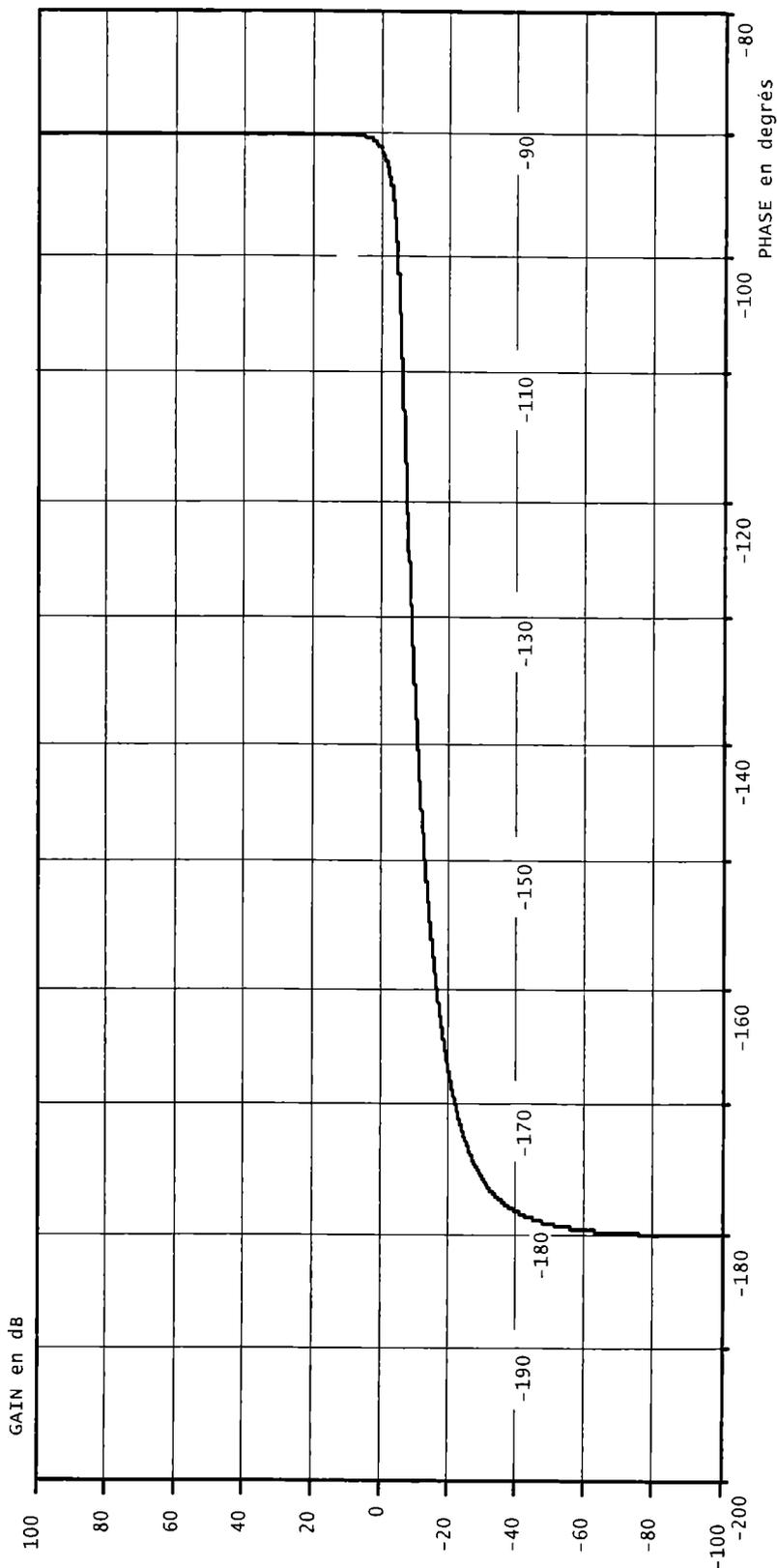
Nom : ..... Prénom : ..... Né(e) le : .....

N° de centre d'écrit :

N° de table :

S23N

J. 5051-D



DR 2