

S2I

CONCOURS CENTRALE•SUPÉLEC

Calculatrices autorisées

2011

PSI

Production électrique et régulation du réseau français

4 heures

I Organisation du réseau électrique européen

I.A – Introduction

Depuis la première ligne électrique construite en 1883 dans la Creuse, l'énergie électrique s'est considérablement répandue au cours du 20^{e} siècle jusqu'à devenir indispensable dans notre société moderne. Le tiers de l'énergie mondiale consommée est aujourd'hui électrique. La qualité et la disponibilité de l'énergie électrique sont devenues un enjeu social et économique majeur.

La difficulté essentielle dans la distribution électrique provient de l'incapacité à stocker cette énergie en grande quantité. Il faut ajuster en permanence la production à la consommation, elle-même relativement aléatoire.



Figure 1 Illustration du réseau électrique français

En France, trois entreprises majeures participent à la chaîne de production et de distribution électrique :

- Alstom, qui conçoit et réalise des unités de production électrique, notamment la turbine à vapeur étudiée ci-après;
- EDF, qui exploite les unités de production et distribue l'énergie aux clients français;

RTE, qui exploite le réseau haute tension, gère les échanges aux frontières et régule la production électrique.
 Ces entreprises sont garantes de la qualité du réseau électrique, c'est-à-dire :

- de la stabilité de la fréquence et de la tension sur le réseau (de forts écarts de fréquence peuvent conduire à des dysfonctionnements des appareillages, chez les particuliers comme les industriels);
- de la sûreté du réseau (un trop grand écart entre consommation et production électrique conduit à un délestage : le courant est coupé sur des zones géographiques entières).



Système de production électrique

Figure 2 Diagramme SADT A-0 du système de production électrique

La stabilité du courant étant d'autant meilleure que le réseau est grand, les pays européens ont élaboré un seul et unique réseau synchrone européen, facilitant l'échange d'énergie entre pays. En moyenne, 450 GW sont produits et consommés en Europe, dont 60 GW pour la France.

I.B – Régulation du réseau

Le réseau électrique européen est constitué de sites producteurs et de sites consommateurs, reliés par un maillage de lignes électriques. La France compte chaque jour une centaine de sites de production en activité, exploitant différentes sources d'énergie primaire : le thermique nucléaire (76%), le thermique à flamme (le charbon, le gaz, le pétrole, soit 10,5%) et les énergies renouvelables (l'hydraulique, l'éolien et le solaire, soit 13,5%).

Pour la majeure partie de la production, l'énergie primaire est d'abord convertie en énergie mécanique de rotation, puis convertie en énergie électrique par un *alternateur*. La synchronisation de l'ensemble des éléments producteurs à la fréquence du réseau permet de les considérer comme **cinématiquement liés** : l'ensemble des alternateurs de tous les sites de production ont exactement la même vitesse de rotation, qui correspond à la fréquence du réseau peut donc être modélisé par un seul arbre en rotation à la fréquence f, supportant tous les alternateurs.

L'Europe est découpée en zones géographiques (correspondant approximativement aux pays) pouvant fonctionner de façon autonome en cas de défaillance grave du réseau européen. Des règles d'échange entre zones permettent un fonctionnement global cohérent. Le sujet se limite au fonctionnement d'une seule zone géographique : la France.

Pour assurer une adéquation permanente et instantanée entre la production et la consommation, une régulation élaborée est nécessaire, localement sur les sites de production et globalement au niveau national (figure F).

La régulation primaire permet d'adapter instantanément la production à la consommation, moyennant une petite variation de la fréquence. Une partie seulement des sites de production participe à la régulation primaire, correspondant à 10% de la production totale. Il n'y a pas de moyen direct de mesurer la consommation. Lorsqu'une augmentation de la charge se produit, la fréquence sur le réseau va diminuer. Chaque site « *réglant* » mesure cette variation de fréquence et ajuste sa production en quelques dizaines de secondes.

Après stabilisation de la fréquence, il restera néanmoins un écart avec la fréquence nominale, proportionnel à l'écart entre la consigne de production nationale et la consommation nationale. Il s'agit du <u>statisme</u> du réseau. Pour que l'ensemble des régulations primaires assure une régulation cohérente du réseau, toutes les machines participant à la régulation doivent se comporter de façon quasi-identique pour éviter des transferts de puissance transitoires entre sites de production, qui pourraient déstabiliser le réseau.

La régulation secondaire vise à rétablir la fréquence nominale de 50 Hz en ajustant la consigne de production nationale. Un *centre de conduite* national assure cette régulation, qui s'opère sur une échelle de temps de quelques centaines de secondes. Il définit les consignes de puissance à produire pour chaque site, à partir de la mesure de la fréquence du réseau, des prévisions de consommation et des contrats d'exportation.

Les régulations primaire et secondaire sont utilisées quotidiennement pour s'adapter aux petites variations de consommation permanentes, mais sont dimensionnées pour pouvoir faire face à un incident majeur comme la perte brutale d'un site de production, soit 1,5 GW au maximum. Ce type d'incident ne doit pas conduire à un délestage.

II Analyse système et validation des performances sur mesures expérimentales

Un graphe partiel des interacteurs du système de production électrique est proposé figure 3, en phase d'incident sur une source de production. Un extrait du cahier des charges est proposé tableau 1.



Figure 3 Diagramme des interacteurs

Q 1. À partir de la figure 2, compléter le diagramme SADT niveau A0 figure D en précisant les flux (vous indiquerez la signification de chaque flux), les moyens et en faisant apparaître les boucles de régulation (on utilisera le rouge pour les flux d'énergie, le vert pour les flux d'information).

La figure E montre l'évolution de la fréquence, mesurée expérimentalement, suite à l'îlotage d'une unité de production (découplage du réseau pour l'arrêt de la production), soit un déséquilibre d'environ 900 MW entre production et consommation.

\mathbf{N}°	Expression	Critère	Niveau
FP1	Transformer l'énergie primaire et distribuer l'énergie électrique de	Puissance produite	Puissance moyenne : 60 GW, Puissance maximale : 90 GW
	qualité aux clients	Stabilité de la régulation de fréquence du réseau	49,82 Hz < $f < 50,18$ Hz, Marges de stabilité $MG > 33$ dB, $M\varphi > 60^\circ$
		Précision de la régulation de fréquence du réseau	Système précis (50 Hz) et insensible à une perturbation de charge constante
		Temps maximal de retour à moins de 20 mHz de la fréquence nominale de 50 Hz	900 s
FC1	Limiter les coûts de production	Rendement de l'outil de production	> 30%
FC2	Assurer une disponibilité maximale de l'outil de production	Durée de vie des installations	40 ans

Tableau 1 Cahier des charges partiel

 ${\bf Q}~{\bf 2}.$ Indiquer quels critères du cahier des charges peuvent être évalués à l'aide de cette courbe et s'ils sont satisfaits.

III Validation des performances associées à la FP1 : Qualité de l'énergie électrique

— Objectif -

Élaborer un modèle du comportement dynamique du réseau afin de valider les performances associées à la FP1 (**partie III.C**). Ce modèle nécessite au préalable d'étudier les asservissements de fréquence et de puissance de chaque site de production (**partie III.B**), en s'appuyant sur une modélisation de l'outil de production : la turbine vapeur (**partie III.A**).

Le comportement dynamique global du réseau dépend d'une part du comportement des sites de production, et d'autre part des régulations mises en œuvre (figure \mathbf{F}). Les sites de production sont de natures très diverses et il n'est pas question dans le cadre de cette étude d'en proposer une modélisation exhaustive. Aussi, un seul site représentatif sera étudié et servira de base au modèle global.

La majeure partie de l'énergie électrique produite étant d'origine thermique, le site de production envisagé dans cette étude est une centrale thermique à flamme (figure 4) produisant en régime nominal 260 MW. Une chaudière à charbon dégage la chaleur utilisée pour produire de la vapeur. Des *turbines à vapeur* assurent la détente du cycle thermodynamique, et produisent l'énergie mécanique. Un alternateur lié à l'arbre des turbines convertit l'énergie mécanique en énergie électrique.



Figure 4 Principe de fonctionnement d'une centrale thermique à flamme

Une partie commande régule la production électrique par l'intermédiaire de la soupape. Un modèle de régulation est indiqué sur le schéma bloc **figure C**.

La partie suivante vise à proposer un modèle de l'outil de production avant d'envisager la régulation du site.

III.A – Modélisation de l'association soupape – turbine

— Objectif -

Déterminer les points de fonctionnement de l'association {soupape – turbine}, puis proposer un modèle de ces deux composants par linéarisation autour du point de fonctionnement nominal.

Le débit massique q de vapeur en entrée de turbine est déterminé par l'ouverture x de la soupape et les conditions (considérées constantes) de pression et température de la vapeur en sortie de chaudière.

La soupape, soumise à une différence de pression $p_0 - p_{chau}$ (p_{chau} est la pression en sortie de chaudière, p_0 en entrée de turbine HP) peut être modélisée par un étranglement réglable.

Un abaque de fonctionnement, liant la pression d'entrée p_0 et le débit massique q, pour différentes ouvertures de soupape x est donné figure A. Cette figure indique de plus la courbe caractéristique du fonctionnement de la turbine.

Q 3. Par construction graphique, déterminer les points de fonctionnement de l'association {soupape – turbine} correspondant aux ouvertures de soupape x_i données. Reporter ces points de fonctionnement sur le graphique du document réponse figure **B** (débit q fonction de l'ouverture x de la soupape).

En régime nominal, le débit d'alimentation de la turbine est de $q_n = 191 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$. On s'intéressera à un fonctionnement autour de ce régime nominal ($p_n = 165 \text{ bar}$; $q_n = 191 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$).

Q 4. Dans ces conditions, proposer un modèle simple de comportement de la soupape. Déterminer l'expression littérale de la fonction de transfert associée à la soupape, puis effectuer l'application numérique.





Figure 5 Caractéristique de fonctionnement (puissance - debit) de la turbine



Au cours de la régulation, la turbine est soumise à de petites variations de débit massique d'alimentation autour du point de fonctionnement nominal, pour lequel le rendement est optimal. La courbe de comportement stationnaire est présentée figure 5.

Chaque échelon de débit massique en consigne conduit, sans dépassement, à l'établissement de l'équilibre cinématique et thermodynamique après un régime transitoire non oscillant d'une durée d'environ $t_{r5\%} = 18$ s.

Q 5. Proposer un modèle de comportement simple de la turbine autour du régime nominal. Préciser les valeurs numériques des paramètres introduits.

III.B – Régulation d'une machine de production

— Objectif

Analyser et valider la régulation primaire d'une centrale thermique. Après avoir établi un modèle linéaire de la régulation de la turbine (III.B.1), les correcteurs des deux boucles de régulation de puissance (III.B.2) et de fréquence (III.B.3) seront successivement dimensionnés pour respecter le cahier des charges.

On s'intéresse désormais à la régulation de la turbine à vapeur connectée au réseau électrique, dont un modèle de régulation est indiqué sur le schéma bloc figure 7, page 6.

L'abaque figure 6 pourra être utilisé par les candidats pour argumenter les réponses aux questions.

Les notations suivantes sont utilisées dans le schéma bloc, le symbole Δ représentant la variation de la variable après linéarisation au voisinage du point de fonctionnement :

 $- P_c$: consigne de puissance;

- f_c : consigne de fréquence ;

- -x: ouverture de la soupape;
- -q: débit massique de vapeur;
- P_m : puissance effectivement produite par la machine;
- P_{cht} : puissance consommée par la charge, c'est-à-dire par les clients sur le réseau;
- f : fréquence effective sur le réseau.

La consigne de puissance P_c est supposée établie à une valeur nominale $P_{0t} = 260$ MW, mais peut subir des petites variations ΔP_c autour de P_{0t} de la part de la centrale de commande lorsque la consommation diffère des prévisions.

De même, la puissance effectivement produite par la turbine et la puissance consommée par la charge (par les clients) seront voisines de P_{0t} mais fluctuent en permanence.

La fréquence effective sur le réseau est voisine de $f_0 = 50$ Hz, mais évolue au gré des petites différences entre production et consommation.

Le cahier des charges de la régulation du réseau (tableau 1) permet de décliner un cahier des charges pour la régulation de chaque machine, dont un extrait est donné tableau 2.

Fonction de service	Critère	Niveau	
Réguler la puissance produite	Stabilité	Stable	
	Précision	Erreur nulle en réponse à un échelon de puissance	
Participer à la régulation de	Stabilité	$MG > 10 \text{ dB et } M\varphi > 20^{\circ}$	
fréquence	Précision	Erreur nulle en réponse à un échelon de fréquence	
	Rapidité	Temps de réponse à un échelon : $t_{r5\%} = 40 \text{ s}$	
	Sensibilité aux perturbations de charge	Sensible aux perturbations constantes, de façon à respecter un <i>statisme</i> de 4%	

 Tableau 2
 Cahier des charges partiel pour un site de production

III.B.1) Modèle linéaire du fonctionnement au voisinage d'une situation nominale

La soupape, la turbine et le réseau ont des comportements non linéaires. L'utilisation d'outils théoriques linéaires pour l'étude du système nécessite au préalable une linéarisation du problème au voisinage de la position nominale stationnaire.

Q 6. Compléter en rouge les pointillés de la figure C en indiquant les valeurs numériques des grandeurs physiques dans la situation nominale.

III.B.2) Régulation en puissance de la turbine

On considère le schéma bloc de la figure 7. La turbine est régulée d'une part en puissance (boucle interne) et d'autre part en fréquence (boucle externe). On s'intéresse dans cette partie à la régulation de puissance uniquement.

Données : $K_S = 2.5 \times 10^2 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}, K_T = 1.34 \times 10^6 \text{ W} \cdot \text{s} \cdot \text{kg}^{-1}, f_0 = 50 \text{ Hz}, P_{0t} = 260 \text{ MW}$ et $\tau = 6 \text{ s}.$

On adopte dans un premier temps un correcteur intégral pur, dont la fonction de transfert s'écrit : $C(p) = \frac{K_I}{n}$.

Q 7. Déterminer la fonction de transfert $H_P(p) = \frac{\Delta P_m(p)}{\Delta P_{cs}(p)}$ sous forme canonique et déterminer, en justifiant votre réponse, si cette boucle de régulation est stable et précise. Déterminer l'expression littérale et numérique de K_I minimisant le temps de réponse à 5% de la boucle interne de régulation de puissance. En déduire ce temps de réponse à 5%. En comparant à la rapidité de la turbine seule, la boucle interne de régulation améliore-t-elle la rapidité?

	Précision	Rapidité	Stabilité
Boucle ouverte			
Correction P			
Correction I			
Correction PI			

 Tableau 3
 Exemple de tableau de synthèse

On choisit désormais un correcteur proportionnel-intégral dont

la fonction de transfert s'écrit sous la forme $C(p) = K_P \left(1 + \frac{1}{T_I p}\right).$

Q 8. Déterminer la fonction de transfert $H_P(p) = \frac{\Delta P_m(p)}{\Delta P_{cs}(p)}$ sous forme canonique et déterminer, en justifiant votre réponse, si cette boucle de régulation est stable et précise.

Conclure par une synthèse, sous la forme du tableau 3 à recopier sur la copie, des avantages et inconvénients d'un fonctionnement en boucle ouverte, en boucle fermée avec correction proportionnelle, en boucle fermée avec

correction intégrale et en boucle fermée avec correction proportionnelle intégrale, sur les critères de précision, rapidité et stabilité de la régulation en puissance.

Le coefficient de correction proportionnelle K_P doit satisfaire la condition $K_P K_S K_T = 1$ pour ne pas dégrader la durée de vie des turbines. De même, nous verrons par la suite que T_I doit rester voisin de τ .

Q 9. Montrer que dans ces conditions, la fonction de transfert $H_P(p)$ peut être approchée par une fonction de transfert simplifiée dont on précisera les paramètres.

III.B.3) Régulation complète de la turbine

On s'intéresse dans cette partie à la régulation complète (figure 7).



Figure 7 Schéma bloc de la régulation en puissance et fréquence d'une turbine à vapeur

On admet que la fonction de transfert $H_P(p) = \frac{\Delta P_m(p)}{\Delta P_{cs}(p)}$ s'écrit sous la forme $H_P(p) = \frac{T_I p + 1}{T_I \tau p^2 + 2T_I p + 1}$. On donne les constantes $T_a = 10$ s et $K_{ri} = 10^8$ W · s.

Q 10. En appliquant le critère de Routh, déterminer une condition sur T_I (littérale et numérique) pour que la régulation de fréquence soit stable.

La figure 8 montre les deux diagrammes de Bode asymptotiques de la fonction de transfert en boucle ouverte $\frac{\Delta f}{\varepsilon_f}$ dans les deux cas où $T_I < \tau$ et $T_I > \tau$. Justifier à partir du graphique s'il vaut mieux choisir $T_I < \tau$ ou $T_I > \tau$.



Figure 8 Diagrammes de Bode asymptotiques de la fonction de transfert en boucle ouverte dans les deux cas où $T_I < \tau$ (traits pointillés) et $T_I > \tau$ (trait continu)

Q 11. En assimilant le tracé de Bode réel du gain à son asymptote, calculer la marge de phase. Conclure sur les critères de stabilité et de précision du cahier des charges (on considérera $T_I = 20$ s).

Pour permettre aux multiples centrales de production d'accorder leurs régulations, on impose à chaque unité un statisme de 4%, c'est-à-dire qu'à convergence, pour des perturbations et consignes constantes, la fréquence doit diminuer proportionnellement à l'écart entre la charge et la consigne de production : $\frac{\Delta f}{f_0} = \lambda \frac{\Delta P_c - \Delta P_{cht}}{P_{0t}}$ où $\lambda = 0.04$.

Q 12. Déterminer l'expression littérale et numérique de K_{ri} permettant de vérifier le critère de sensibilité aux perturbations du cahier des charges.

On admet que cette nouvelle valeur de K_{ri} , que nous utiliserons par la suite, conserve la stabilité.

Q 13. En utilisant l'expression approchée : $H_P(p) \simeq \frac{1}{6p+1}$, vérifier le critère de rapidité du cahier des charges.

CC BY-NC-SA

III.C – Régulation du réseau français

– Objectif -

Proposer un modèle simplifié pertinent (III.C.1), puis dimensionner le correcteur permettant de satisfaire les exigences du cahier des charges (III.C.2).

Le parc de production français présente en moyenne une centaine de sites en fonctionnement chaque jour, pour une puissance moyenne de $P_0 = 60$ GW. Pour des raisons de rendement, on préfère faire fonctionner 90% des centrales de production à leur régime nominal, sans les faire participer à la régulation primaire et secondaire. Une partie des centrales seulement réalise ces régulations, correspondant à 10% de la puissance totale, soit $P_{R0} = 6 \text{ GW}.$

Le schéma bloc de la figure F (document réponse) décrit le principe des deux régulations primaire et secondaire :

- la régulation primaire est pilotée sur chaque site de production, en mesurant la fréquence du réseau et en corrigeant la consigne de puissance (reçue du centre de conduite) de la valeur du statisme. Le temps de réponse à 5% est de l'ordre de quelques dizaines de secondes;
- la régulation secondaire est pilotée depuis le centre de conduite national, qui détermine les consignes de puissance pour chaque site de production en fonction de la fréquence mesurée sur le réseau, des échanges aux frontières et des contrats d'exportation. Le temps de réponse est de l'ordre de quelques centaines de secondes.

On considèrera par la suite que les échanges aux frontières et les contrats d'exportation sont nuls, pour limiter le cadre de l'étude.

Lors de la régulation, le centre de conduite ne modifie pas les consignes des machines non régulées qui restent à leurs valeurs nominales de rendement maximal.

La régulation du réseau doit satisfaire au cahier des charges fourni sur le tableau 1.

III.C.1) Modèle du parc de production en une seule machine équivalente

La figure F distingue les machines non réqulées en fréquence, au nombre de m environ égal à 90, et les machines régulées en fréquence, au nombre de n environ égal à 10. Toutes ces machines s'associent pour produire la puissance $P_0 = 60$ GW dans la situation nominale.

On note :

- P_{cNR} la puissance consigne totale des machines non régulées (NR);
- P_{cR} la puissance consigne totale des machines régulées (R);
- P_{ch} la puissance consommée, égale à $P_0 = 60$ GW dans la situation nominale;
- P_{front} et P_{exp} les puissances aux frontières et à l'exportation, considérées toujours nulles dans toute l'épreuve. La perte d'un site de production peut être assimilée à une surcharge brutale de la puissance consommée, de 1.5 GW au maximum.

Après linéarisation du comportement de chaque composant autour de la situation nominale, on adopte le comportement suivant pour chaque bloc :

- correcteur secondaire : $\frac{\alpha}{r}$;

- statisme réseau :
$$\frac{P_0}{\lambda f_0}$$
 où $\lambda = 0.04$;

statisme machine : $\frac{P_{R0i}}{\lambda f_0}$ où P_{R0i} est la puissance nominale fournie par la machine régulée (i);

- machine régulée (i) : $H_{Ri}(p) = H_R(p)$;
- machine non régulée $(i) : H_{NRi}(p);$

- inertie du réseau :
$$\frac{1}{P_0 T_a p}$$
, où $T_a = 10$ s.

Les machines assurant la régulation ayant des comportements similaires vis-à-vis du réseau (condition nécessaire à la bonne cohérence des régulations), on supposera que leurs fonctions de transferts sont identiques : $H_{Ri}(p) =$ $H_R(p).$

Q 14. Simplifier le schéma bloc global du réseau (figure F), en considérant uniquement les variations autour de la situation nominale, en complétant les grandeurs physiques et les blocs de la figure G du document réponse.

III.C.2) Validation des performances

Le schéma bloc modélisant le réseau (trouvé à la question précédente) est adapté sous la forme du schéma bloc de la figure 9 qui sera désormais utilisé.

On adopte pour la machine équivalente régulée en puissance la fonction de transfert : $H_P(p) = \frac{1}{1 + T_P n}$ où $T_P = 6 \, \text{s.}$

Q 15. Déterminer si la régulation assure une fréquence à convergence de 50 Hz malgré une variation de charge d'amplitude constante.



Figure 9 Modélisation de la régulation du réseau français

Q 16. Calculer la valeur de α permettant à la régulation secondaire de satisfaire la marge de gain du cahier des charges du réseau donné tableau 1.

On admet qu'après calculs, la fonction de transfert complète en boucle fermée s'écrit

$$\frac{\Delta f}{\Delta P_{exp}} = \frac{3.3 \times 10^{-11}}{6\,400\,p^3 + 1\,100\,p^2 + 270\,p + 1} \qquad (\text{SI})$$

Les pôles du dénominateur peuvent être calculés numériquement et valent : $p_1 = -3.8 \times 10^{-3} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$, $p_2 = (-8.1 \times 10^{-2} + 0.18 i) \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ et $p_3 = (-8.1 \times 10^{-2} - 0.18 i) \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$.

Q 17. Déterminer la rapidité de l'asservissement (pour l'entrée ΔP_{exp}) et conclure quant au respect de ce critère du cahier des charges.



Figure 10 Simulation numérique, sur 100 et 1000 secondes, d'une perte de 1,5 GW

Le modèle obtenu est implanté dans un simulateur. La figure 10 montre l'évolution de la variation de fréquence suite à un incident sur une unité de production, soit un déséquilibre de 1,5 GW entre production et consommation.

Q 18. Indiquer quels critères du cahier des charges peuvent être évalués à l'aide de ces courbes et s'ils sont satisfaits.

IV Validation des performances de la fonction de service FC1 : Optimisation du rendement

— Objectif

Caractériser la géométrie de la ligne de détente assurant un rendement optimal. Après avoir tracé la veine de vapeur et justifié la nécessité d'une association de plusieurs corps de détente (**IV.A**), la géométrie des aubes sera étudiée pour les étages de détente 3 et 11 (**IV.B** et **IV.C**).

Une turbine à vapeur est une machine tournante destinée à convertir l'énergie de la vapeur, caractérisée par sa vitesse et son enthalpie, en énergie mécanique afin d'entraîner un alternateur (figure 11).

Une turbine à vapeur comprend plusieurs étages constitués chacun d'un aubage fixe et d'un aubage mobile assurant deux fonctions :

la détente de la vapeur dans l'aubage fixe qui correspond à la conversion de l'enthalpie en énergie cinétique;

— la conversion de l'énergie cinétique en énergie mécanique de rotation de la machine dans l'aubage mobile. Le rendement de la turbine dépend directement de la géométrie des aubes. L'aubage fixe (fixé au stator) doit imposer la vitesse optimale à l'entrée des aubes mobiles (fixées au rotor). Ces dernières doivent imposer une vitesse axiale en sortie d'étage.



Figure 11 Paramétrage de l'étage étudié



Figure 12 La turbine étudiée (on ne visualise ici que le rotor comportant les étages mobiles des différents corps)

On étudie ici la turbine de la figure 12. On se propose d'évaluer les caractéristiques géométriques assurant les critères de rendement et de durée de vie du cahier des charges donné dans le tableau 1.

IV.A – Profil de la veine de vapeur

Justifier l'allure de la veine et mettre en évidence la nécessité de plusieurs corps Basse Pression (BP).

Dans la turbine, la vapeur s'écoule quasiment axialement.

Par conservation de la matière, le débit massique q se conserve.

On note V la norme de la vitesse, par rapport au référentiel terrestre, de la vapeur dans une section S de la turbine. On fait l'hypothèse (vérifiée expérimentalement) qu'au passage d'un étage à un autre, la vitesse de la vapeur V est axiale et vaut V_0 (constante).

On note v le volume massique de la vapeur dans cette section S. Au cours de l'écoulement, le volume massique augmente : une même quantité de matière occupe plus de place. Dans la turbine étudiée, le volume massique de vapeur passe de $v_e = 0.0245 \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$ en entrée du corps Haute Pression (HP) à $v_s = 36 \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$ en sortie du corps BP. La section d'entrée vaut $S_e = 0.1 \text{ m}^2$.

Q 19. Donner l'expression du débit massique q. Dessiner l'allure de la section au cours de l'écoulement. Calculer la section de sortie S_s . Dans quelle mesure ce résultat justifie-t-il l'architecture de la turbine présentée figure 4?

IV.B – Profils des aubes fixes et mobiles - Étage 3 - Aubes courtes

— Objectif -

Déterminer la géométrie des aubes de façon à optimiser le rendement, dans le cas d'une aube courte de tête de corps.

[—] Objectif -

La vapeur issue de la chaudière entre dans la turbine dans un corps Haute Pression (HP) constitué de 12 étages. Elle est ensuite réchauffée avant de passer dans un premier corps Moyenne Pression (MP) constitué de 2×14 étages, puis est véhiculée dans deux corps Basse Pression (BP) de 2×6 étages chacun (voir figure 4).

On étudie ici le $3^{i\dot{e}me}$ étage du corps HP de la turbine à vapeur.

On rappelle que l'aubage fixe précède l'aubage mobile. On note S_0 la section d'entrée de l'aubage fixe, S_1 la section de sortie de l'aubage fixe et d'entrée de l'aubage mobile, et S_2 la section de sortie d'aubage mobile (figures 11 et H).

Hypothèses :

- Les aubes étant peu élancées, on néglige l'évolution radiale de la vitesse de la vapeur.
- On considère qu'il y a conservation du débit massique entre l'entrée et la sortie des aubages fixe et mobile.
- On admettra que la vitesse absolue d'entrée d'aubage mobile est la même que la vitesse absolue de sortie d'aubage fixe.

Notations utilisées (figure 11) :

- R_g le référentiel terrestre supposé galiléen, auquel on associe le repère $(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ avec \vec{x} orienté suivant l'axe de rotation de la turbine;
- $R_m = (O, \vec{x}, \vec{e_r}, \vec{e_\theta})$ le repère local, attaché au rotor de la turbine;
- $-\vec{V_0}$ la vitesse absolue d'entrée de la vapeur dans l'aubage fixe $\vec{V_0} = \vec{V}$ (vapeur en S_0/R_a);
- $-\vec{V_1}$ la vitesse absolue de sortie de la vapeur de l'aubage fixe : $\vec{V_1} = \vec{V}$ (vapeur en S_1/R_q);
- \vec{V}_2 la vitesse absolue de sortie de la vapeur de l'aubage mobile : $\vec{V}_2 = \vec{V}$ (vapeur en S_2/R_q);

$$-V_i = ||\vec{V_i}||;$$

- $-\alpha_1 = (\vec{V_1}, \vec{e_{\theta}})$, l'angle entre $\vec{V_1}$ et le vecteur orthoradial;
- $\alpha_2 = (\vec{V_2}, \vec{e_{\theta}}),$ l'angle entre $\vec{V_2}$ et le vecteur orthoradial;
- $D_{moy} = 0.8$ m le diamètre moyen des aubes de l'étage 3;
- $\vec{U} = \vec{V}(P_{moy}, R_m/R_g) = U_{moy}.\vec{e_{\theta}}$ la vitesse d'entraînement de la turbine, prise en un point P_{moy} au niveau du diamètre moyen D_{moy} ;
- $-\ \xi_{moy}=\frac{U_{moy}}{V_1}$ le rapport d'efficacité $\left(\xi_{moy}=0,5~{\rm dans}~{\rm la}~{\rm partie}~{\rm IV.B}\right);$
- $\vec{W_1}$ la vitesse relative de la vapeur par rapport à l'aube mobile, en entrée d'aubage mobile $\vec{W_1} = \vec{V}$ (vapeur en S_1/R_m), prise au niveau du diamètre moyen D_{moy} ;
- \vec{W}_2 la vitesse relative de la vapeur par rapport à l'aube mobile, en sortie d'aubage mobile $\vec{W}_2 = \vec{V}$ (vapeur en S_2/R_m), prise au niveau du diamètre moyen D_{moy} ;
- $W_i = ||\vec{W}_i||;$
- N le nombre d'aubes de l'aubage mobile;
- $-\omega = 50 \ {\rm tr} \cdot {\rm s}^{-1}$ la vitesse de rotation de l'arbre du rotor de la turbine, pour assurer une fréquence de 50 Hz à l'alternateur.

On trouvera sur le document réponse (figure H) le profil de l'étage 3 (HP).

L'optimisation du rendement se traduit dans cet étage par un rapport d'efficacité $\xi_{moy} = 0.5$.

Q 20. Déterminer U_{moy} en fonction de ω et D_{moy} . Effectuer l'application numérique et reporter le vecteur \vec{U} sur le document réponse (figure H). Calculer V_1 .

IV.B.1) Aubage fixe

On considère que l'écoulement de vapeur correspond à une transformation réversible. Le premier principe de la thermodynamique appliqué à un volume de vapeur, entre deux sections A et B, s'écrit alors

$$W_{A \to B} + \Delta Q = \Delta \left(h + \frac{V^2}{2} \right)$$

où $W_{A\to B}$ est le travail massique fourni par les aubes à la vapeur et ΔQ l'apport massique de chaleur. La transformation est supposée adiabatique car la constante de temps des échanges thermiques est très grande devant le temps d'évolution des quantités thermodynamiques de la vapeur.

Dans le cas de l'étage 3, toute la variation d'enthalpie a lieu dans l'aubage fixe.

La soupape impose la vitesse de vapeur en entrée d'aubage fixe $V_0 = 50 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Lors de la conception de la turbine, la chute enthalpique totale dans le corps HP est imposée à $\Delta h_{HP} = -360 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$.

Q 21. En appliquant le premier principe de la thermodynamique au volume de vapeur contenu entre les sections S_0 et S_1 , déterminer littéralement puis numériquement la variation d'enthalpie massique au passage de l'aubage fixe $\Delta h_{0\to 1}$. En déduire le nombre d'étages du corps HP, en considérant une équirépartition de la chute enthalpique entre les étages.

Q 22. Exprimer le débit massique q_1 à la sortie de l'aubage fixe en fonction de α_1 , v_1 , S_1 et V_1 . En considérant $S_1 \simeq S_0$, déterminer littéralement α_1 en fonction de v_0 , v_1 , V_0 et V_1 . Effectuer l'application numérique avec les volumes massiques $v_0 = 0.0264 \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$ et $v_1 = 0.0285 \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$. Reporter le vecteur vitesse $\vec{V_1}$ sur le document réponse (figure H).

IV.B.2) Aubage mobile

On admettra que la norme de la vitesse relative de la vapeur par rapport à l'aubage mobile est constante (par application directe du premier principe de la thermodynamique) : $W_1 = W_2$.

On suppose en outre que la vitesse relative de la vapeur par rapport à l'aube tangente le profil en entrée et sortie d'aube mobile.

Q 23. Sur le document réponse (figure H), tracer les vecteurs vitesses $\vec{W_1}$ et $\vec{W_2}$ et déterminer la vitesse $\vec{V_2}$. Justifier les constructions. Évaluer l'angle α_2 entre $\vec{V_2}$ et $\vec{e_{\theta}}$. Conclure quant à la vitesse absolue de la vapeur en entrée des étages suivants.

Les résultats obtenus dans cette partie ont permis de valider la géométrie de l'aube de tête de l'étage 3 du corps HP proposée en figure H.

IV.C – Profils des aubes mobiles - Étage 11 - Aubes longues

— Objectif -

Déterminer le profil d'une aube mobile d'un étage quelconque de façon à optimiser le rendement, dans le cas d'une aube longue de fin de corps.

On s'intéresse dans cette partie au $11^{i\text{ème}}$ étage de la veine HP de la turbine à vapeur. Pour l'étude de cet étage, il est nécessaire de tenir compte de l'influence de l'élancement de l'aube. Les paramètres définis précédemment deviennent donc des fonctions de la position radiale r.

On conserve les notations de la partie précédente.

On donne :

- $D_b = 0.894$ m le diamètre de base des aubes de l'étage 11;
- $D_t = 1,024$ m le diamètre de tête des aubes de l'étage 11.

On note :

- $-U(\frac{D_b}{2})$ la norme de la vitesse d'entraînement de la turbine de l'étage 11 au niveau de la base de l'aube mobile;
- $-U(\frac{D_t}{2})$ la norme de la vitesse d'entraînement de la turbine de l'étage 11 au niveau de la tête de l'aube mobile;
- $-v_i$ le volume massique de la vapeur dans la section S_i ;
- $-\xi(r) = \frac{U(r)}{V_1(r)}$ le rapport d'efficacité.

On trouvera sur le document réponse (figure I) la ligne moyenne du profil des aubes fixe et mobile.

On admet que les vitesses de vapeur en entrée de l'aubage fixe et en sortie de l'aubage mobile sont axiales et valent $V_0 = 50 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ (voir figure I).

Q 24. Tracer sur le document réponse (figure I) les vecteurs vitesses $\vec{V_2}$ et $\vec{W_2}$ en *B* pour chaque niveau de l'aube. Justifier les constructions.

Une optimisation du rendement global de l'étage impose l'évolution du coefficient d'efficacité selon la loi

$$\xi(r)=2,1(r-\frac{0,894}{2})+0,48$$

On donne : $v_0 = 0.0565 \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$ et $v_1 = 0.0638 \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$

Q 25. Par un raisonnement analogue à celui mené dans les questions 20, 22 et 23, déterminer $V_1(\frac{D_b}{2})$, $V_1(\frac{D_t}{2})$ puis $\alpha_1(\frac{D_b}{2})$ et $\alpha_1(\frac{D_t}{2})$ (présenter les résultats numériques sous la forme du tableau 4). Représenter les vecteurs vitesses $\vec{V_1}(\frac{D_b}{2})$ et $\vec{V_1}(\frac{D_t}{2})$ sur le document réponse (figure I) en A, puis déterminer graphiquement $\vec{W_1}(\frac{D_b}{2})$ et $\vec{W_1}(\frac{D_t}{2})$.

 ${\bf Q}~{\bf 26}.$ En analysant l'évolution radiale de la section, caractériser en un mot la géométrie spatiale de l'aube mobile.

V Validation des performances associées à la fonction de service FC2 : Durée de vie de l'outil de production

V.A – Vérification de la tenue des aubes

— Objectif

Déterminer l'action mécanique globale exercée par la vapeur sur une aube mobile et déterminer le nombre d'aubes afin de préserver la durée de vie.

On s'intéresse dans cette partie à l'étage 11(HP). Comme cela a été vu précédemment (**partie IV.C**), pour des raisons de rendement, la géométrie de l'aube mobile évolue radialement.

19	avril	2011	18:16	
÷ 0			10.10	

	D_b	D_t
$V_1\left(\frac{D_i}{2}\right) \left[\mathbf{m} \cdot \mathbf{s}^{-1}\right]$		
$\alpha_1(\frac{D_i}{2})$ [deg]		
$W_1(\frac{D_i}{2}) [\mathrm{m \cdot s^{-1}}]$		

Tableau 4Exemple detableau de synthèse

On rappelle que l'évolution radiale du rapport $\xi(r) = \frac{U(r)}{V_1(r)}$ suit la loi suivante :

$$\xi(r) = 2.1(r - \frac{0.894}{2}) + 0.48$$

et que la vitesse axiale de la vapeur est constante à l'entrée et à la sortie de l'étage, soit $\vec{V}_2(r) = \vec{V}_0(r) = V_0 \vec{x}$. On étudie ici une section d'aube à un rayon r quelconque. Le critère de durée de vie du cahier des charges se décline en un critère de tenue des aubes, et se traduit par la quantification :

 $-\,$ du couple maximal à la base de chaque aube mobile : $C^{max}\leqslant 12,5$ N \cdot m,

-~ de l'effort maximal orthoradial exercé sur chaque aube : $F^{max}\leqslant 280$ N.

Ainsi, dans un premier temps, on cherche à exprimer *l'effort linéique* F(r) exercé par la vapeur sur l'aube mobile : $F(r) = \vec{F}_{fluide \to 1 aube mobile}(r).\vec{e_{\theta}}.$

On note $R_{1 aube}$ la résultante globale orthoradiale exercée par la vapeur sur une aube mobile :

$$R_{1 aube} = \vec{R}_{fluide \to 1 aube mobile}.\vec{e_{\theta}}$$

On définit le couple exercé par la vapeur sur une aube mobile de l'étage 11(HP) :

$$C_{1 aube} = \vec{M}(C, fluide \to 1 aube mobile).\vec{x}$$

où C est à la base de l'aube, tel que $\overrightarrow{OC} = \frac{D_b}{2} \vec{e_r}$.

On considère le régime permanent de l'écoulement de vapeur, et que l'écoulement se fait à débit constant, soit $q_1 = q_2 = q$.

Un bilan de quantité de mouvement appliqué au volume de fluide $\Sigma(r)$ (figure 13) situé entre deux aubes mobiles à la hauteur r et d'épaisseur dr permet d'obtenir l'équation suivante :

$$\sum \vec{F}_{ext}.\vec{e_{\theta}} = \frac{q}{N} \left(\frac{2dr}{D_t - D_b}\right) (\vec{V_2} - \vec{V_1}).\vec{e_{\theta}}$$

où $\sum \vec{F}_{ext} \cdot \vec{e_{\theta}}$ est la projection sur $\vec{e_{\theta}}$ de la résultante des actions mécaniques extérieures à $\Sigma(r)$.

Q 27. Après avoir effectué le bilan des actions mécaniques exercées sur $\Sigma(r)$, exprimer $\sum \vec{F}_{ext} \cdot \vec{e_{\theta}}$ et appliquer la relation issue du bilan de quantité de mouvement pour obtenir l'expression littérale de F(r) en fonction de $q, V_1(r)$ et $\alpha_1(r)$.

Q 28. Donner, sans développer les calculs, l'expression de l'effort global $R_{1 aube}$ et du couple $C_{1 aube}$, exercé par la vapeur sur une aube mobile de l'étage 11(HP), en fonction de F(r), D_b et D_t .

Une évaluation numérique des expressions précédentes aboutit à $N R_{1 aube} = 25$ kN et $N C_{1 aube} = 1,6$ kN · m où l'on rappelle que N est le nombre d'aubes mobiles de l'étage 11 étudié.

Q 29. Déterminer N afin de vérifier le cahier des charges en terme de durée de vie. On tiendra compte d'un coefficient de sécurité de $k_s = 1,1$ et l'on choisira un nombre d'aubes pair.

V.B – Validation du critère d'équilibrage



Malgré le soin apporté à la fabrication des aubes, la position du centre de gravité de chacune présente une certaine dispersion par rapport à la position théorique. À 50 tr \cdot s⁻¹, le défaut d'équilibrage statique résultant du montage des pales génère des vibrations.

Pour simplifier le problème, on se limite au seul défaut de variation du rayon r_i du centre de gravité de chaque pale, dont la valeur théorique vaut $\frac{D_m}{2} = 0,4795$ m et l'écart par rapport à la valeur théorique est compris entre -1 mm et 1 mm. On considère un rotor de turbine supportant 150 pales par étage pour 12 étages.

Le moyeu, de masse $m_m = 13$ tonnes, est équilibré. On suppose que les pales ont toutes la même masse $m_i = 1$ kg et qu'elles sont parfaitement orientées angulairement.

Q 30. Proposer un protocole d'assemblage permettant de limiter le défaut d'équilibrage statique.

Estimer l'ordre de grandeur du défaut d'équilibrage statique attendu après montage, ainsi que l'effort du balourd résultant. Conclure en appréciant l'importance de la valeur obtenue.

L'optimisation réelle du montage compense les défauts d'équilibrages statique et dynamique de l'arbre complet.

• • • FIN • • •



Figure 13 Vue d'une coupe du volume isolé $\Sigma(r)$

Concours Centrale-Supélec 2011









Système de production électrique

Figure D SADT A0 à compléter (limité à 2 sources d'énergie primaire)



Figure E Évolution de la fréquence suite à l'îlotage d'une unité de production de 900 MW à t = 0





Figure F Schéma bloc de la régulation primaire et secondaire du réseau français



 ${\bf Figure} \ {\bf G} \quad {\rm Mod}{\rm \acute{e}lisation} \ {\rm simplifi}{\rm \acute{e}e} \ {\rm de} \ {\rm la} \ {\rm r\acute{e}gulation} \ {\rm du} \ {\rm r\acute{e}seau}$





Échelle : 1 cm = 50 m \cdot s⁻¹



