

AGITATEUR MEDICAL

O6 – Construction graphique de $\vec{V}_{G_c,3/0}$ (Voir le Document Réponse page suivante)

• On construit $\vec{V}_{O_2,1/0}$ sachant que : $\vec{V}_{O_2,1/0} = \vec{\Omega}_{1/0} \wedge \overrightarrow{O_1O_2}$, avec $\omega_{1/0} = -12 \text{ rd/s}$
 $\vec{V}_{O_2,2/0} = \vec{V}_{O_2,1/0}$ avec : $\|\vec{V}_{O_2,2/0}\| = 300 \text{ mm/s} \rightarrow$ graphiquement : 30 mm .

• On construit $\vec{V}_{B,3/0}$ sachant que :

$$* \vec{V}_{B,3/0} \perp \overrightarrow{O_3B} \quad , \quad \text{en effet : } \vec{V}_{B,3/0} = \vec{\Omega}_{3/0} \wedge \overrightarrow{O_3B}$$

$$* \vec{V}_{B,3/0} = \vec{V}_{B,2/0}$$

* On exploite l'**équiprojectivité** du champ des vitesses de la bielle **2** dans son mouvement plan par rapport au bâti **0** :

$$\vec{V}_{B,2/0} \cdot \overrightarrow{BO_2} = \vec{V}_{O_2,2/0} \cdot \overrightarrow{BO_2} \Leftrightarrow \overrightarrow{BK} = \overrightarrow{O_2H}$$

• On trace le triangle des vitesses du bras **3** dans son mouvement par rapport au bâti **0** , ce qui permet de trouver graphiquement $\vec{V}_{A,3/0}$.

On constate que : $\|\overrightarrow{O_3G_c}\| = \|\overrightarrow{O_3A}\|$,

par conséquent on construit $\vec{V}_{G_c,3/0}$ tel que $\vec{V}_{G_c,3/0} \perp \overrightarrow{O_3G_c}$

Sur l'épure, à $\|\vec{V}_{G_c,3/0}\| \rightarrow 40 \text{ mm}$, par conséquent :

$\ \vec{V}_{G_c,3/0}\ = 400 \text{ mm/s}$
--

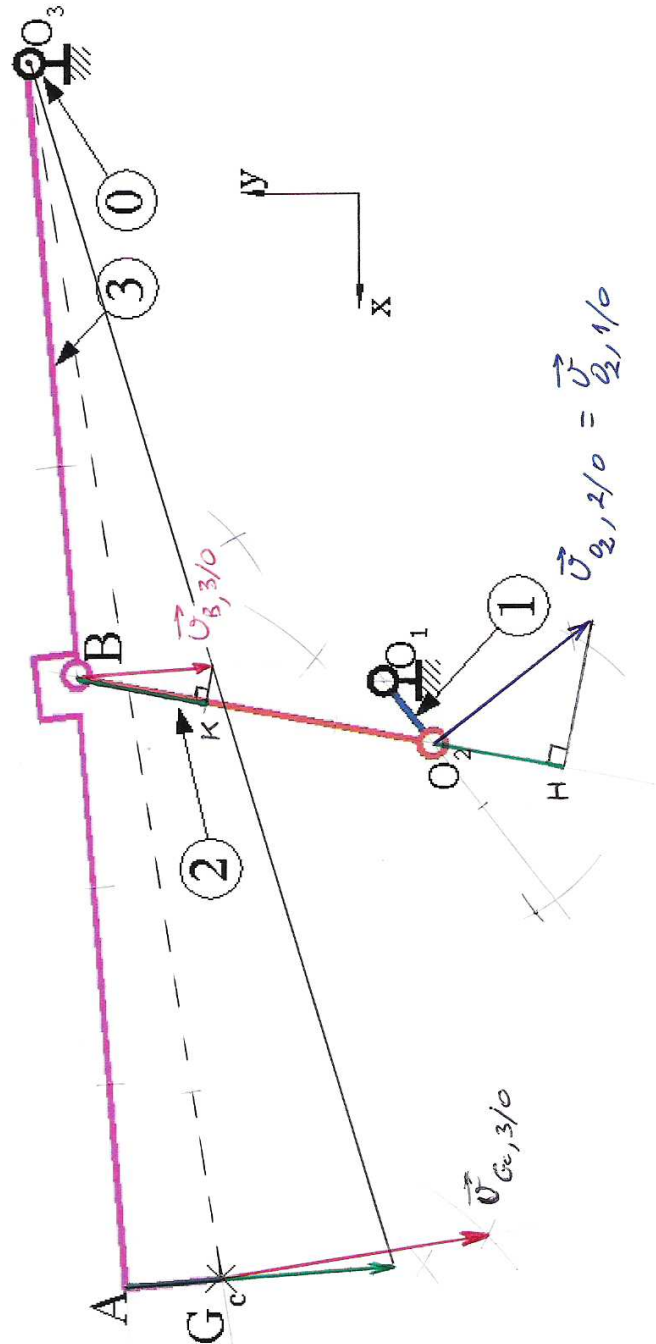
AGITATEUR MEDICAL

DOCUMENT REPONSE

Question 6 :

échelle cinématique :
1mm correspond à 10 mm/s

$\|\vec{V}_{G_c,3/0}\| = 400 \text{ mm/s}$



Tournez la page S.V.P.

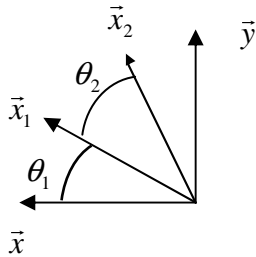
AGITATEUR MEDICAL

CINEMATIQUE ANALYTIQUE

Q7 – Détermination de la loi d'entrée-sortie du modèle du mécanisme

- a – Fermeture géométrique

$$\overrightarrow{O_1O_2} + \overrightarrow{O_2B} + \overrightarrow{BO_3} + \overrightarrow{O_3O_1} = \vec{0} \Leftrightarrow e \cdot \vec{x}_1 + b \cdot \vec{x}_2 - L \cdot \vec{x}_3 + c \cdot \vec{x} - d \cdot \vec{y} = \vec{0} \quad (I)$$



$$(I) \Leftrightarrow \begin{cases} e \cdot C\theta_1 + b \cdot C(\theta_1 + \theta_2) - L \cdot C\theta_3 + c = 0 & (a) \\ e \cdot S\theta_1 + b \cdot S(\theta_1 + \theta_2) - L \cdot S\theta_3 - d = 0 & (b) \end{cases}$$

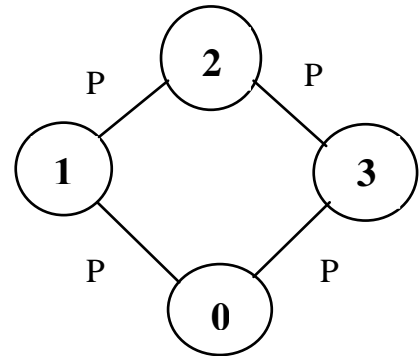
Légende : $C = \cos$; $S = \sin$

Nota : Je ferais personnellement, une figure plane dans une vue selon $-\vec{z}$, ce qui autorise une analyse plus conventionnelle.

- b – Fermeture cinématique

Les vecteurs sont exprimés par leurs composantes dans la base $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$

$$\bullet \{V_{1/0}\}_{O_1} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \omega_{1/0} & 0 \end{Bmatrix}_{O_1} \text{ avec } \omega_{1/0} = \dot{\theta}_1$$



$$\bullet \{V_{2/1}\}_{O_2} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \omega_{2/1} & 0 \end{Bmatrix}_{O_2} \text{ avec } \omega_{2/1} = \dot{\theta}_2$$

$$\text{Or } \vec{V}_{O_1,2/1} = \vec{V}_{O_2,2/1} + \overrightarrow{O_1O_2} \wedge \vec{\Omega}_{2/1} \Rightarrow \{V_{2/1}\}_{O_1} = \begin{Bmatrix} 0 & e \cdot \omega_{2/1} \cdot S\theta_1 \\ 0 & -e \cdot \omega_{2/1} \cdot C\theta_1 \\ \omega_{2/1} & 0 \end{Bmatrix}_{O_1}$$

$$\bullet \{V_{3/2}\}_B = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \omega_{3/2} & 0 \end{Bmatrix}_B \text{ avec } \omega_{3/2} = -\dot{\theta}$$

AGITATEUR MEDICAL

Or $\vec{V}_{O_1,3/2} = \vec{V}_{B,3/2} + \overrightarrow{O_1B} \wedge \vec{\Omega}_{3/2} \Rightarrow$

$$\{V_{3/2}\}_{O_1} = \left\{ \begin{array}{cc} 0 & [e \cdot S\theta_1 + b \cdot S(\theta_1 + \theta_2)] \cdot \omega_{3/2} \\ 0 & -[e \cdot C\theta_1 + b \cdot C(\theta_1 + \theta_2)] \cdot \omega_{3/2} \\ \omega_{3/2} & 0 \end{array} \right\}_{O_1}$$

$$\bullet \{V_{3/0}\}_{O_3} = \left\{ \begin{array}{cc} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \omega_{3/0} & 0 \end{array} \right\}_{O_3} \text{ avec } \omega_{3/0} = \dot{\theta}_3 \Rightarrow \{V_{3/0}\}_{O_1} = \left\{ \begin{array}{cc} 0 & d \cdot \omega_{3/0} \\ 0 & c \cdot \omega_{3/0} \\ \omega_{3/0} & 0 \end{array} \right\}_{O_1}$$

Fermeture de la boucle :

$$\{V_{0/3}\}_Q + \{V_{3/2}\}_Q + \{V_{2/1}\}_Q + \{V_{1/0}\}_Q = \{0\} \quad (II)$$

$(II) \Leftrightarrow \begin{cases} -\omega_{3/0} + \omega_{3/2} + \omega_{2/1} + \omega_{1/0} = 0 & (1) \\ -d \cdot \omega_{3/0} + [e \cdot S\theta_1 + b \cdot S(\theta_1 + \theta_2)] \cdot \omega_{3/2} + e \cdot \omega_{2/1} \cdot S\theta_1 = 0 & (2) \\ -c \cdot \omega_{3/0} - [e \cdot C\theta_1 + b \cdot C(\theta_1 + \theta_2)] \cdot \omega_{3/2} - e \cdot \omega_{2/1} \cdot C\theta_1 = 0 & (3) \end{cases}$

Remarque : On constate que le rang du système d'équations scalaires cinématiques vaut $r_c = 3$, or le nombre total d'inconnues cinématiques est $N_C = 4$; on retrouve donc la mobilité cinématique $m_c = 1$ et le degré d'hyperstatisme $h = m_c + 6 - N_C = 3$.

- c - Loi d'entrée-sortie

Il est préférable de reprendre la fermeture géométrique, on déduit du système des équations scalaires :

$$(a) : b \cdot C(\theta_1 + \theta_2) = L \cdot C\theta_3 - e \cdot C\theta_1 - c$$

$$(b) : b \cdot S(\theta_1 + \theta_2) = L \cdot S\theta_3 - e \cdot S\theta_1 + d$$

On élève chacune de ces expressions au carré :

$$b^2 \cdot C^2(\theta_1 + \theta_2) = L^2 \cdot C^2\theta_3 + e^2 \cdot C^2\theta_1 + c^2 - 2eL \cdot C\theta_1 \cdot C\theta_3 - 2cL \cdot C\theta_3 + 2ec \cdot C\theta_1$$

$$b^2 \cdot S^2(\theta_1 + \theta_2) = L^2 \cdot S^2\theta_3 + e^2 \cdot S^2\theta_1 + d^2 - 2eL \cdot S\theta_1 \cdot S\theta_3 + 2dL \cdot S\theta_3 - 2ed \cdot S\theta_1$$

AGITATEUR MEDICAL

On additionne membre à membre :

$$b^2 = L^2 + e^2 + c^2 + d^2 - 2eL \cdot C(\theta_1 - \theta_3) + 2L \cdot (d \cdot S\theta_3 - c \cdot C\theta_3) - 2e \cdot (d \cdot S\theta_1 - c \cdot C\theta_1)$$

On dérive cette relation par rapport au temps :

$$0 = 0 + eL \cdot (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_3) \cdot S(\theta_1 - \theta_3) + L \cdot \dot{\theta}_3 \cdot (d \cdot C\theta_3 + c \cdot S\theta_3) - e \cdot \dot{\theta}_1 \cdot (d \cdot C\theta_1 + c \cdot S\theta_1)$$

$$L \cdot [e \cdot S(\theta_1 - \theta_3) - d \cdot C\theta_3 - c \cdot S\theta_3] \cdot \dot{\theta}_3 = e \cdot [L \cdot S(\theta_1 - \theta_3) \cdot c \cdot S\theta_1 - d \cdot C\theta_1] \cdot \dot{\theta}_1$$

$$\frac{\dot{\theta}_3}{\dot{\theta}_1} = \frac{e \cdot L \cdot \sin(\theta_1 - \theta_3) - c \cdot \sin \theta_1 - d \cdot \cos \theta_1}{L \cdot e \cdot \sin(\theta_1 - \theta_3) - d \cdot \cos \theta_3 - c \cdot \sin \theta_3}$$

O8 – Loi d'entrée-sortie approchée

$\theta_3 \in [-7^\circ ; 7^\circ]$, on fait les approximations suivantes : $\cos \theta_3 \approx 1$ et $\sin \theta_3 \approx 0$ et on a alors :

$$\sin(\theta_1 - \theta_3) \approx \sin \theta_1$$

$$\frac{\dot{\theta}_3}{\dot{\theta}_1} = \frac{e \cdot (L - c) \cdot \sin \theta_1 - d \cdot \cos \theta_1}{e \cdot \sin \theta_1 - d}$$

Nota : L'expression simplifiée dans l'énoncé présente une erreur de signe .

DYNAMIQUE

O9 – Expression littérale approchée du moment d'inertie I_{O3z} de l'ensemble {1}

Plaque (1)

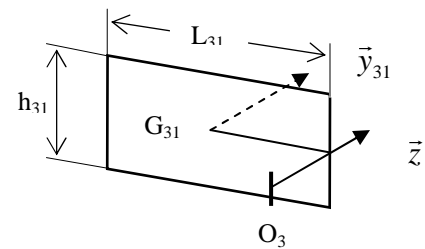
$$I_{O3z}^1 = I_{G31y31}^1 + m_{31} \cdot \left(\frac{L_{31}}{2}\right)^2 \quad \text{Théo. de Huyghens}$$

$$I_{O3z}^1 = \frac{m_{31}}{12} (L_{31}^2 + h_{31}^2) + m_{31} \cdot \left(\frac{L_{31}}{2}\right)^2$$

$$I_{O3z}^1 = \frac{m_{31}}{12} (4 \cdot L_{31}^2 + h_{31}^2)$$

$$I_{O3z}^1 = \frac{m_{31}}{3} L_{31}^2 \left(1 + \frac{h_{31}^2}{4 \cdot L_{31}^2}\right) \quad \text{or} \quad \frac{h_{31}^2}{4 \cdot L_{31}^2} < \frac{1}{36} \ll 1 \quad \text{donc}$$

$$I_{O3z}^1 \approx \frac{m_{31}}{3} L_{31}^2$$



AGITATEUR MEDICAL

Plaque (2)

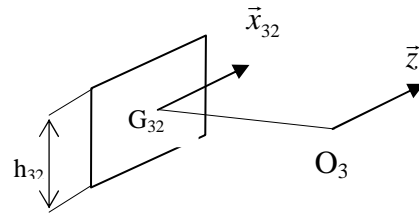
Hypothèses : $e_3 \ll h_{32}$; $G_{32}O_3 \approx L_{31}$

$$I_{O_3z}^2 = I_{G_{32}x_{32}}^2 + m_{32} \cdot L_{31}^2 \quad \text{Théo. de Huyghens}$$

$$I_{O_3z}^2 = \frac{m_{32}}{12} \cdot (h_{32}^2 + e_3^2) + m_{32} \cdot L_{31}^2 \approx \frac{m_{32}}{12} \cdot h_{32}^2 + m_{32} \cdot L_{31}^2$$

$$I_{O_3z}^2 = m_{32} \cdot L_{31}^2 \cdot \left(1 + \frac{h_{32}^2}{12 \cdot L_{31}^2} \right)$$

$$\frac{h_{32}^2}{12 \cdot L_{31}^2} < \frac{1}{432} \ll 1 \quad \text{donc} \quad \boxed{I_{O_3z}^2 \approx m_{32} \cdot L_{31}^2}$$



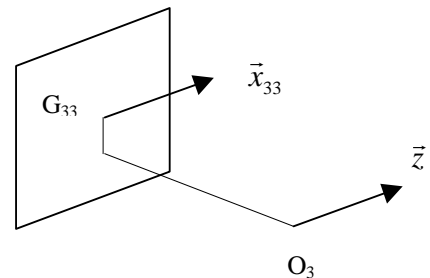
Plaque (3)

$$I_{O_3z}^3 = I_{G_{33}x_{33}}^3 + m_{33} \cdot (x^2 + y^2)$$

Dans l'expression de $I_{G_{33}x_{33}}^3$ on néglige le terme

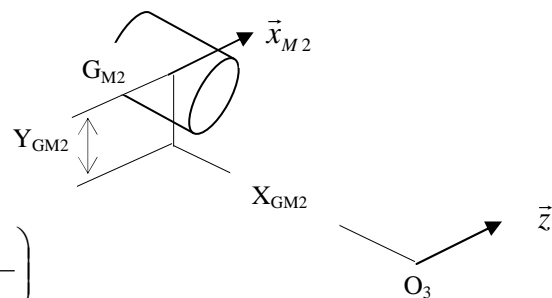
en e_3^2 devant celui en h_{33}^2 ; de même dans $m_{33} \cdot (x^2 + y^2)$ on néglige le terme en y^2 devant celui en x^2 .

Il vient donc : $\boxed{I_{O_3z}^3 \approx m_{33} \cdot d_{33}^2}$, en effet : $x \# d_{33}$.



Cylindre (M2)

$$I_{O_3z}^{M2} = \frac{m_2}{12} \left(3 \cdot \frac{D_{M2}^2}{4} + h_{M2}^2 \right) + m_2 \cdot (x_{GM2}^2 + y_{GM2}^2)$$



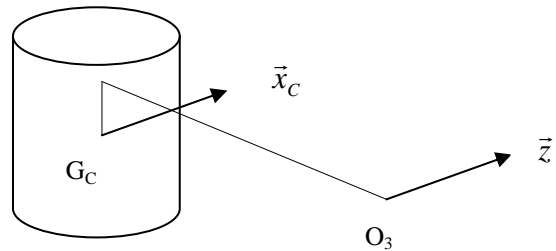
$$I_{O_3z}^{M2} = m_2 \cdot x_{GM2}^2 \cdot \left(1 + \frac{y_{GM2}^2}{x_{GM2}^2} + \frac{D_{M2}^2}{16 \cdot x_{GM2}^2} + \frac{h_{M2}^2}{12 \cdot x_{GM2}^2} \right)$$

$$1 + \frac{y_{GM2}^2}{x_{GM2}^2} + \frac{D_{M2}^2}{16 \cdot x_{GM2}^2} + \frac{h_{M2}^2}{12 \cdot x_{GM2}^2} \approx 1 + \frac{1}{25} + \frac{1}{16 \cdot 25} + \frac{1}{12 \cdot 9}$$

On fait donc l'approximation suivante : $\boxed{I_{O_3z}^{M2} = m_2 \cdot x_{GM2}^2}$

AGITATEUR MEDICAL

Ensemble ©



$$I_{O3z}^C = \frac{m_{cr}}{12} \left(3 \cdot \frac{D_{cr}^2}{4} + h_{cr}^2 \right) + m_{cr} \cdot (x_{Gc}^2 + y_{Gc}^2)$$

$$I_{O3z}^C = m_{cr} \cdot x_{Gc}^2 \cdot \left(1 + \frac{y_{Gc}^2}{x_{Gc}^2} + \frac{D_{cr}^2}{16 \cdot x_{Gc}^2} + \frac{h_{cr}^2}{12 \cdot x_{Gc}^2} \right)$$

$$1 + \frac{y_{Gc}^2}{x_{Gc}^2} + \frac{D_{cr}^2}{16 \cdot x_{Gc}^2} + \frac{h_{cr}^2}{12 \cdot x_{Gc}^2} < 1 + \frac{1}{13^2} + \frac{1}{16 \cdot 16} + \frac{1}{12 \cdot 25}$$

On fait donc l'approximation suivante :

$$I_{O3z}^C \approx m_{cr} \cdot x_{Gc}^2$$

Conclusion : $I_{O3z} = 2 \cdot I_{O3z}^1 + I_{O3z}^2 + I_{O3z}^3 + I_{O3z}^{M2} + I_{O3z}^C$

$$I_{O3z} \approx \frac{2}{3} \cdot m_{31} \cdot L_{31}^2 + m_{32} \cdot L_{31}^2 + m_{33} \cdot d_{33}^2 + m_2 \cdot x_{G_{M2}}^2 + m_{cr} \cdot x_{Gc}^2$$

O10 – Expression littérale du couple moteur C_m

On applique le théorème de l'énergie cinétique à l'ensemble {1} :

$$\frac{d}{dt} E_C(\{1\}/R_0) = P(\bar{1} \rightarrow 1/R_0) + P_{int}$$

Actions mécaniques extérieures à l'ensemble {1} :

- Action du stator de M1 sur le rotor : couple de moment $C_m(t) \cdot \vec{z}$
 \Rightarrow Puissance galiléenne : $\underline{P(Sta. \rightarrow Rot./R_0) = C_m \cdot \dot{\theta}_1}$
- Actions de liaison de **0** sur **3** et de **0** sur **1** (Hyp. : liaisons parfaites)
 \Rightarrow Puissance galiléenne : $\underline{P(0 \rightarrow 3/R_0) = 0}$
 $\underline{P(0 \rightarrow 1/R_0) = 0}$

- Action de la pesanteur sur l'ensemble {1}

Puissance galiléenne

$$P(pes. \rightarrow 1/R_0) = -mg \cdot \vec{y} \cdot \vec{V}_{G,\{1\}/R_0} = -mg \cdot \vec{y} \cdot x_G \cdot \dot{\theta}_3 \cdot \vec{y}_3 = -mg \cdot x_G \cdot \dot{\theta}_3 \cdot \cos \theta_3$$

AGITATEUR MEDICAL

Hyp. : θ_3 voisin de zéro $\Rightarrow \cos\theta_3 \approx 1$

$$\Rightarrow \underline{P(\text{pes.} \rightarrow 1/R_0) = -mg \cdot x_G \cdot \dot{\theta}_3}$$

$$\text{Conclusion : } \underline{P(\bar{1} \rightarrow 1/R_0) = C_m \cdot \dot{\theta}_1 - mg \cdot x_G \cdot \dot{\theta}_3}$$

Actions mécaniques intérieures à l'ensemble {1} ou puissance des actions mutuelles de liaison

L'hypothèse liaisons parfaites $\Rightarrow \underline{P_{int} = 0}$

Le mouvement de l'ensemble {1}/ R_0 étant une rotation d'axe fixe (O_3, \vec{z}), il vient :

$$\underline{E_C(\{1\}/R_0) = \frac{1}{2} \cdot I_{O_3z} \cdot \dot{\theta}_3^2}$$

T.E.C. : $I_{O_3z} \cdot \dot{\theta}_3 \cdot \ddot{\theta}_3 = C_m \cdot \dot{\theta}_1 - mg \cdot x_G \cdot \dot{\theta}_3$

$$C_m = \frac{1}{\dot{\theta}_1} \cdot (I_{O_3z} \cdot \ddot{\theta}_3 + mg \cdot x_G) \cdot \dot{\theta}_3$$

Q11 – Tableau des valeurs du couple moteur C_m à différents instants

On exploite, à cet effet les courbes représentatives de $\dot{\theta}_3$ et du produit $\dot{\theta}_3 \cdot \ddot{\theta}_3$ en fonction du temps, fournies en annexe (attention à partir d'ici, on considère que $\dot{\theta}_1 = +12$ contrairement à la question Q6)

$$C_m \approx 0,05 \cdot \dot{\theta}_3 \cdot \ddot{\theta}_3 + 1 \cdot \dot{\theta}_3$$

t (s)	$\dot{\theta}_3$ (rd.s ⁻¹)	$\dot{\theta}_3 \cdot \ddot{\theta}_3$ (rd ² .s ⁻³)	C_m (N.m)
0,1	-1,6	5	-1,35
0,15	-1,4	-14	-2,1
0,25	0	0	0
0,35	1,4	14	2,1

Q12 – Fonctionnement du moteur M1

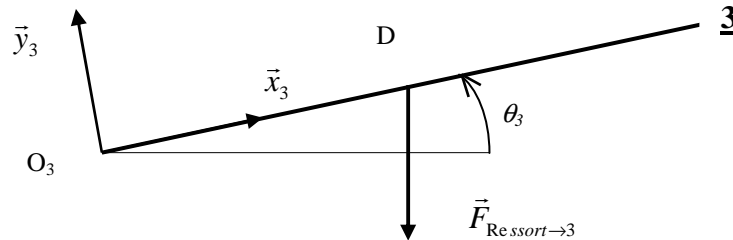
M1 fonctionne dans les quadrants : **1** en **MOTEUR**
4 en **FREIN**

AGITATEUR MEDICAL

Q13 – Présence du ressort – Nouvelle expression du couple moteur C_m

Nouvelle action mécanique extérieure à l'ensemble {1} : Action du ressort

Cas $\theta_3 > 0$ Vue suivant $(-\vec{z})$

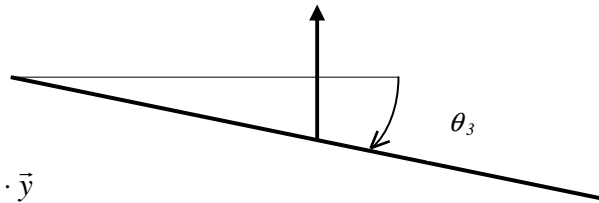


$$\vec{F}_{Ressort \rightarrow 3} = -k \cdot x_D \cdot \sin \theta_3 \cdot \vec{y} \approx -k \cdot x_D \cdot \theta_3 \cdot \vec{y}$$

$$\vec{V}_{D,3/0} = \vec{\Omega}_{3/0} \wedge \vec{O_3D} = \dot{\theta}_3 \cdot \vec{z} \wedge x_D \cdot \vec{x}_3 = x_D \cdot \dot{\theta}_3 \cdot \vec{y}_3 \approx x_D \cdot \dot{\theta}_3 \cdot \vec{y}$$

Puissance de l'action du ressort : $P(\text{ressort} \rightarrow 3/R_0) = -k \cdot x_D^2 \cdot \theta_3 \cdot \dot{\theta}_3$

Cas $\theta_3 < 0$ Vue suivant $(-\vec{z})$



$$\vec{F}_{Ressort \rightarrow 3} = k \cdot x_D \cdot |\sin \theta_3| \cdot \vec{y}$$

Or $|\sin \theta_3| = -\sin \theta_3 \Rightarrow \vec{F}_{Ressort \rightarrow 3} = -k \cdot x_D \cdot \sin \theta_3 \cdot \vec{y} \approx -k \cdot x_D \cdot \theta_3 \cdot \vec{y}$

Conclusion : \forall le signe de θ_3 la puissance de l'action du ressort vaut :

$$P(\text{ressort} \rightarrow 3/R_0) = -k \cdot x_D^2 \cdot \theta_3 \cdot \dot{\theta}_3$$

Le théorème de l'énergie cinétique appliqué à l'ensemble {1} donne :

$$I_{O_{3z}} \cdot \dot{\theta}_3 \cdot \ddot{\theta}_3 = C_m \cdot \dot{\theta}_1 - mg \cdot x_G \cdot \dot{\theta}_3 - k \cdot x_D^2 \cdot \theta_3 \cdot \dot{\theta}_3$$

On en déduit :

$$C_m = \frac{1}{\dot{\theta}_1} \cdot (I_{O_{3z}} \cdot \ddot{\theta}_3 + mg \cdot x_G + k \cdot x_D^2 \cdot \theta_3) \cdot \dot{\theta}_3$$

Q14 – Bénéfices apportés par le ressort

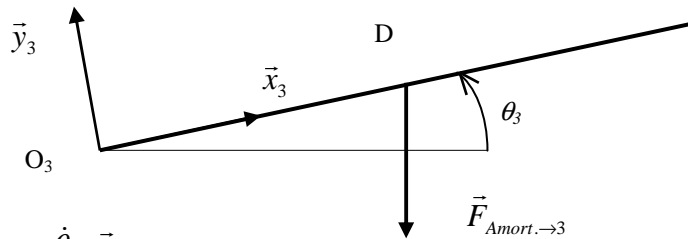
AUCUN,

la machine M1 fonctionne toujours en **FREIN** quand $\theta_3 \downarrow$ et en **MOTEUR** quand $\theta_3 \uparrow$.

De plus le couple maxi est sensiblement le même.

AGITATEUR MEDICAL

Q15 - Présence du ressort et d'un amortisseur – Troisième expression du couple moteur



Rappel : $\vec{V}_{D,3/0} \approx x_D \cdot \dot{\theta}_3 \cdot \vec{y}$

Donc : $\vec{F}_{Amort. \rightarrow 3} = -C \cdot x_D \cdot \dot{\theta}_3 \cdot \vec{y}$

$$\Rightarrow P(Amot. \rightarrow 3 / R_0) = \vec{F}_{Amort. \rightarrow 3} \cdot \vec{V}_{D,3/0} = -C \cdot x_D^2 \cdot \dot{\theta}_3^2$$

Par conséquent, il vient :

$$C_m = \frac{1}{\dot{\theta}_1} \cdot (I_{O3z} \cdot \ddot{\theta}_3 + mg \cdot x_G + k \cdot x_D^2 \cdot \theta_3 + C \cdot x_D^2 \cdot \dot{\theta}_3) \cdot \dot{\theta}_3$$

Q16 – Choix de la solution répondant aux exigences souhaitées

Solution avec **ressort** et **amortisseur unidirectionnel**, car $C_m > 0$ (M1 fonctionne dans le premier quadrant) et $C_{m,Max} \approx 3,2 \text{ N.m}$, alors qu'avec les deux autres solutions proposées $C_{m,Max} \approx 6,5 \text{ N.m}$.

ETUDE DE LA REGULATION EN TEMPERATURE DE L'ENCEINTE

Q 17 – Signification du sommateur situé en amont du bloc de transfert de la chambre

Prise en compte de la **perturbation** que représente l'énergie calorifique q_p perdue ou reçue par la chambre.

Q 18 – Identification de la F.T.B.O. (Voir le Document Réponse page suivante)

La réponse à l'échelon de tension :

- présente une tangente horizontale à l'origine,
- est aperiodique amorti.

Par conséquent la forme proposée, fonction de transfert du **second ordre** avec pôles **réels négatifs** est pertinente.

De toute évidence $G = 1/2$

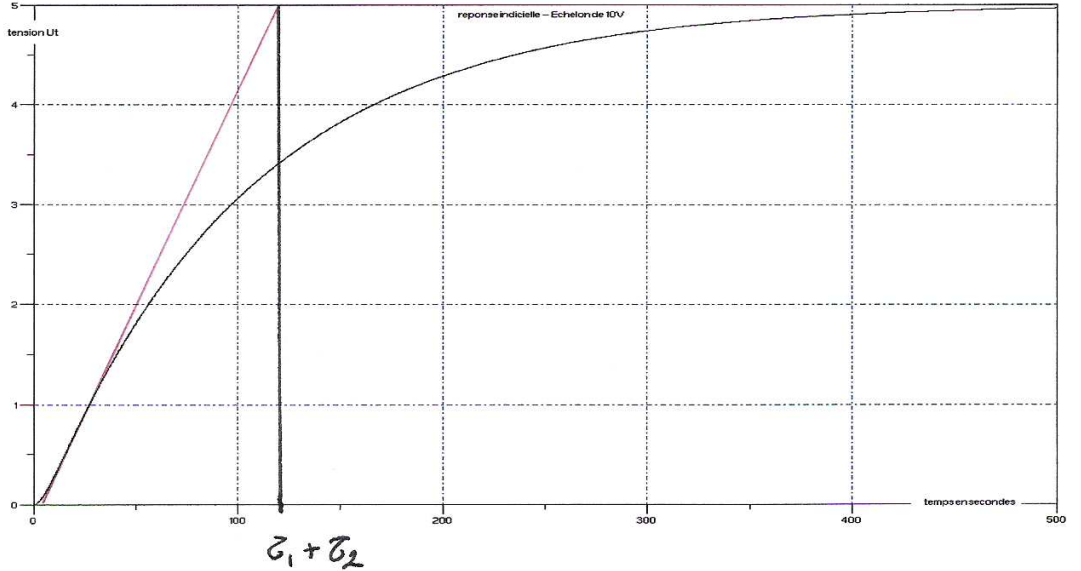
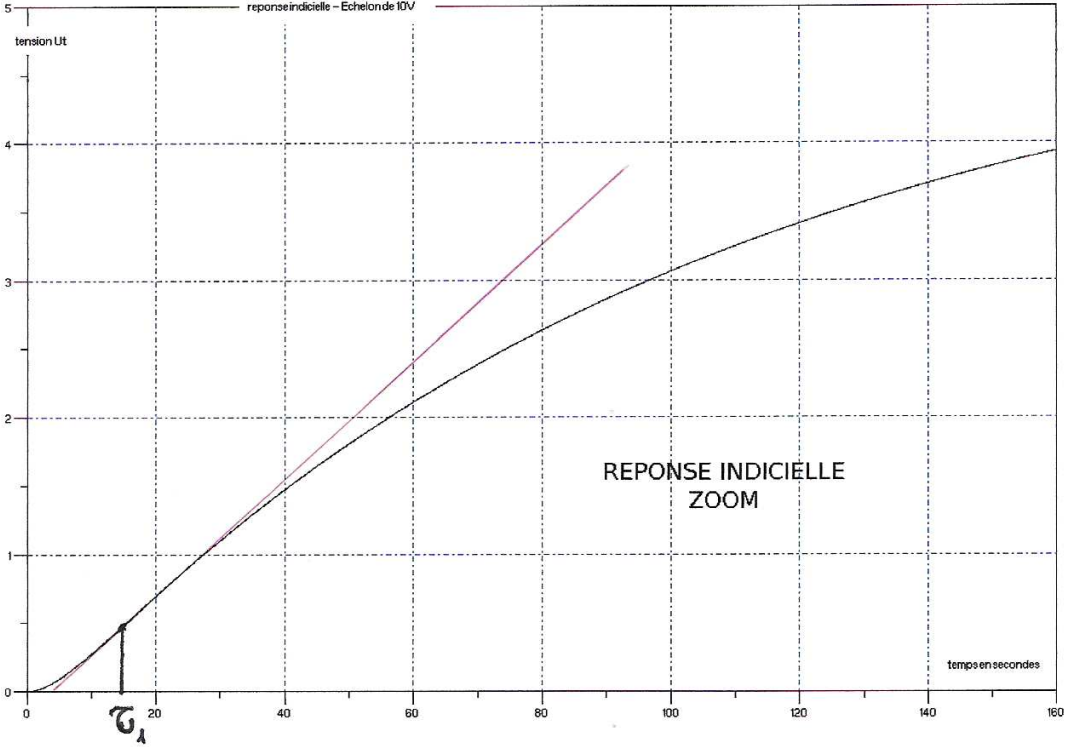
En exploitant la remarque " Si $\tau_1 \ll \tau_2$ on peut approximer τ_1 comme l'intersection..." on relève :

- $\tau_1 \approx 5 \text{ s}$
- $\tau_1 + \tau_2 \approx 120 \text{ s} \Rightarrow \tau_2 \approx 115 \text{ s}$

AGITATEUR MEDICAL

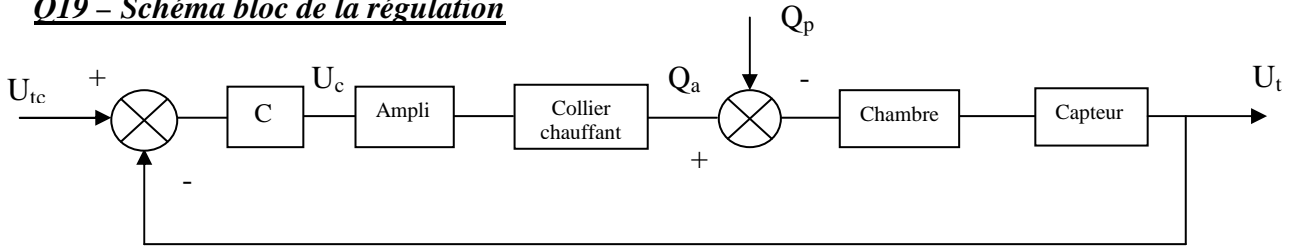
DOCUMENT REPONSE

Question 18 - Réponse indicielle et Zoom



AGITATEUR MEDICAL

Q19 – Schéma bloc de la régulation



Q20 – Temps de réponse du système régulé

$$H_{bf}(p) = \frac{U_t(p)}{U_{tc}(p)} = \frac{H_{bo}(p)}{1 + H_{bo}(p)} \quad \text{car le retour est unitaire.}$$

$$H_{bf}(p) = \frac{\frac{1}{3}}{1 + \frac{105}{1,5} \cdot p + \frac{500}{1,5} \cdot p^2}$$

D'où l'on déduit :

- la pulsation propre ω_n telle que : $\omega_n^2 = \frac{1,5}{500} = 30 \cdot 10^{-4} \Rightarrow \omega_n = 5,5 \cdot 10^{-2} \text{ rd/s}$

- le facteur d'amortissement ξ tel que : $\frac{2 \cdot \xi}{\omega_n} = 70 \Rightarrow \xi = 1,92 \neq 2$

L'abaque « Temps de réponse réduit pour second ordre » retourne :

$\omega_n \cdot t_{5\%} \approx 12 \Rightarrow t_{5\%} = 218 \text{ s}$ **Incompatible** avec le cahier des charges (Montée en température rapide : 3 mn maximum).

Q21 – Ecart de position – Ecart de traînage

$$\text{Fonction de transfert de classe 0 (zéro)} \Rightarrow \begin{cases} \varepsilon_p = \frac{1}{1 + G_{FTBO}} \\ \varepsilon_v = \infty \end{cases}$$

$\varepsilon_p = 0,66 \quad 66 \%$ **Incompatible** avec le cahier des charges.

Q22 – Diagrammes de Bode de la F.T.B.O.

On procède par superposition : $H_{bo}(j\omega) = H_1(j\omega) \cdot H_2(j\omega) = \frac{0,5}{1 + j \cdot 5\omega} \cdot \frac{1}{1 + j \cdot 100\omega}$

Pulsations de brisure $\omega_1 = 0,2 \text{ rd/s}$; $\omega_2 = 0,01 \text{ rd/s}$

AGITATEUR MEDICAL

$$\text{Qd } \omega \rightarrow 0 \quad H_{bo} \approx \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} G \approx -6\text{dB} \\ \varphi \approx 0 \end{cases}$$

$$G = -6\text{dB} - 10 \cdot \text{Log}(1 + 25 \cdot \omega^2) - 10 \cdot \text{Log}(1 + 10^4 \cdot \omega^2)$$

$$\varphi = -\text{Arc tan}(5 \cdot \omega) - \text{Arc tan}(100 \cdot \omega)$$

ω (rd/s)	0,01	0,1	1
G (dB)	- 9	- 27	- 60
φ (°)	- 48	- 111	- 169

Valeurs du gain, de la phase à différentes pulsations

Tracé des lieux asymptotiques et réels : Voir le Document Réponse page suivante

Q23 – Marges de gain, de phase

Marge de gain : $\underline{M_G = \infty}$

Marge de phase : $\underline{M_\varphi = 180^\circ}$

Q 24 – Réglage du correcteur Proportionnel assurant la stabilité et optimisant les performances du système

Il faut écarter la solution consistant à régler K afin que le lieu de transfert en B.O. soit tangent au contour fermé à $2,3 \text{ dB}$, car alors le facteur d'amortissement devient inférieur à 1 , ($0,4$ pour un second ordre et le dépassement est environ de 25%) ce qui entraînera un dépassement lors la montée en température (Non respect du C.d.C.)

On règle K de telle sorte que $\xi \geq 1$; la réponse indicielle est alors **apériodique critique** ou **apériodique amorti**.

$$H_{bo}(\omega) = \frac{0,5 \cdot K}{1 + 105 \cdot p + 500 \cdot p^2}$$

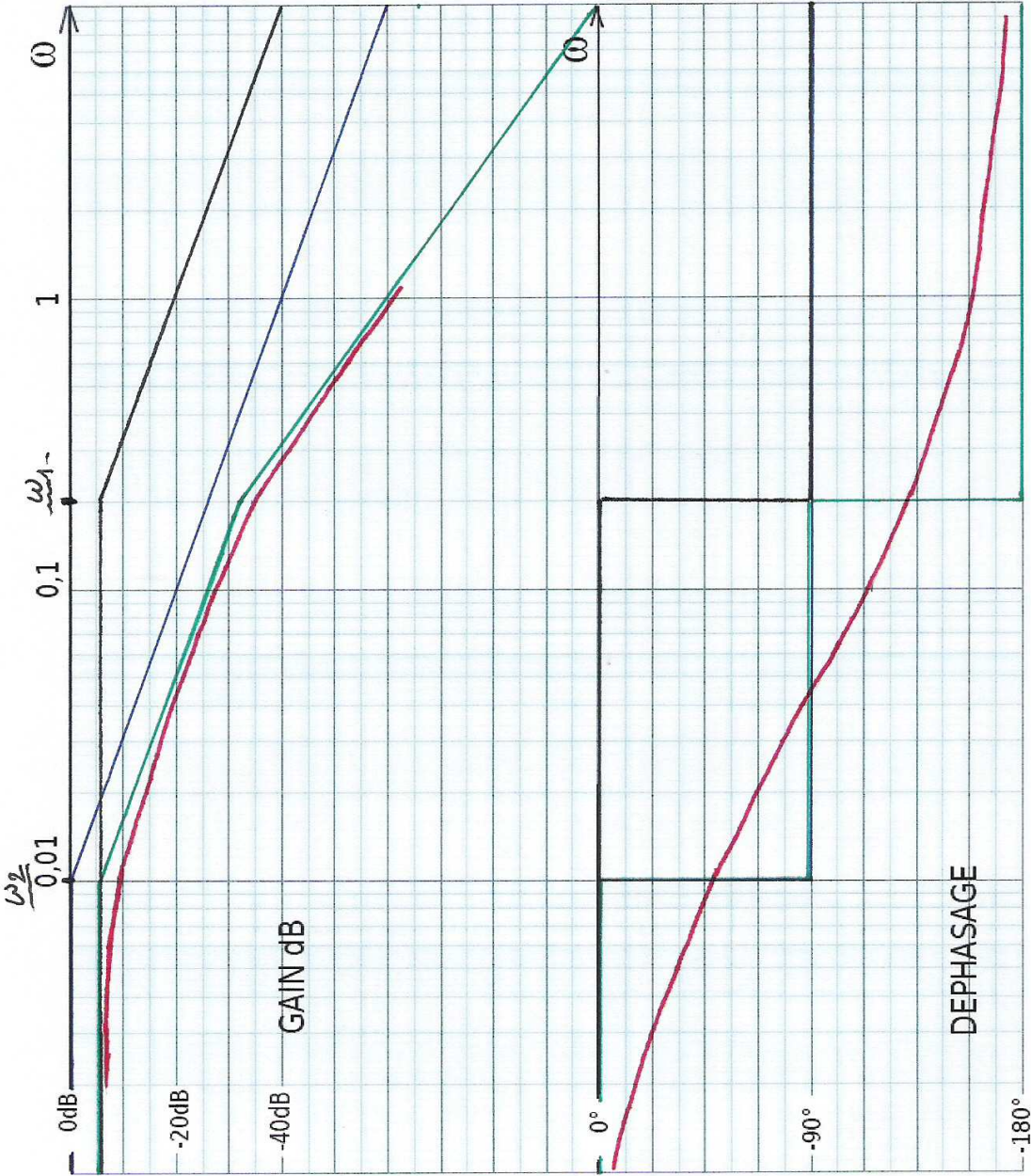
$$H_{bf}(p) = \frac{U_i(p)}{U_{tc}(p)} = \frac{H_{bo}(p)}{1 + H_{bo}(p)} \quad \text{car le retour est unitaire.}$$

$$H_{bf}(p) = \frac{\frac{0,5 \cdot K}{1 + 0,5 \cdot K}}{1 + \frac{105}{1 + 0,5 \cdot K} p + \frac{500}{1 + 0,5 \cdot K} p^2}$$

AGITATEUR MEDICAL

DOCUMENT REPONSE

Question 22 : Tracé de Bode



Tournez la page S.V.P.

AGITATEUR MEDICAL

Pulsation propre : $\omega_n = \sqrt{\frac{1 + 0,5 \cdot K}{500}}$

Facteur d'amortissement, il est tel que : $\frac{2 \cdot \xi}{\omega_n} = \frac{105}{1 + 0,5 \cdot K}$,

$$\Rightarrow \xi = \frac{105}{2 \cdot \sqrt{500} \cdot \sqrt{1 + 0,5 \cdot K}}$$

Condition de **non dépassement** : $\xi \geq 1 \Leftrightarrow K \leq 9,02$

On choisit **$K = 9$** alors **$\xi \approx 1$** la réponse indicielle est **apériodique critique**.

Par conséquent, sur le diagramme de Black, **on translate** le lieu de transfert en B.O. **dans la direction verticale** de 20 Log 9, c'est-à-dire d'environ **19 dB**.

Q 25 – Eléments de performances, temps de réponse à 5 %, écarts de position et de traînage

Voir le Document Réponse à la dernière page (Courbe repérée H_{b02})

La marge de gain est inchangée : **$M_G = \infty$**

On relève : **$M_\varphi = 90^\circ$**

La stabilité est assurée.

Pulsation propre : $\omega_n = \sqrt{\frac{1 + 0,5 \cdot 9}{500}} = \sqrt{\frac{5,5}{500}} \approx 0,1 \text{ rd/s}$

L'abaque « Temps de réponse réduit pour second ordre » retourne :

$\omega_n \cdot t_{5\%} \approx 5 \Rightarrow t_{5\%} = \mathbf{50 \text{ s}}$ **Compatible** avec le cahier des charges (Montée en température rapide : 3 mn maximum).

Fonction de transfert de classe 0 (zéro) $\Rightarrow \begin{cases} \varepsilon_p = \frac{1}{1 + G_{FTBO}} \\ \varepsilon_v = \infty \end{cases}$

$\varepsilon_p = 0,18$ 18 % Incompatible avec le cahier des charges.

Q26 – Tension en entrée de l'amplificateur, tension d'alimentation du collier chauffant lorsque l'échelon de tension de consigne U_{tc} est de 5 V

A 17° C correspond $U_c = 0 \text{ V}$, donc $U_t = 0 \text{ V}$.

Si $U_{tc} = 5 \text{ V} \Rightarrow \mathbf{U_c = 45 \text{ V}}$. ($U_c = K \cdot \varepsilon$)

Alors **$U_a = 450 \text{ V}$** Il y aura **saturation de l'ampli** et donc augmentation du temps de réponse.

AGITATEUR MEDICAL

Q 27 – Choix d'un correcteur à action P.I. – Réglage de ce correcteur

$$C(p) = \frac{K}{T_i p} (1 + T_i p)$$

Le réglage du correcteur se fait **par compensation du pôle le plus lent**. Méthode qui consiste à choisir la constante de temps T_i du correcteur égale à **la constante de temps la plus grande** du système à corriger. On réglera le gain K du correcteur afin que **la réponse indicielle ne présente pas de dépassement** (on choisit $\xi = 1$). Le choix de T_i devant satisfaire le C.d.C. (Montée en température rapide : 3 mn maximum).

La F.T.B.O. s'écrit alors : $H_{bo}(\omega) = \frac{0,5 \cdot K}{T_i \cdot p + 500 \cdot p^2}$

La F.T.B.F. s'écrit alors : $H_{bf}(\omega) = \frac{1}{1 + \frac{T_i}{0,5 \cdot K} \cdot p + \frac{500}{0,5 \cdot K} \cdot p^2}$

La pulsation propre (non amortie) vaut alors : $\omega_n = \frac{1}{10} \cdot \sqrt{\frac{K}{10}}$

Le facteur d'amortissement vaut alors : $\xi = \frac{T_i}{10 \cdot \sqrt{10 \cdot K}}$

On choisit $\xi = 1$ la réponse indicielle est apériodique critique.

Alors : $K = 10^{-3} \cdot T_i$

On a toujours : $\omega_n \cdot t_{5\%} \approx 5$ puisque $\xi = 1$

Tableau des valeurs de K , ω_n , $t_{5\%}$ en fonction du choix de T_i

T_i	K	ω_n	$t_{5\%}$	Commentaires
5 s	$25 \cdot 10^{-3}$	$5 \cdot 10^{-3}$ rd/s	1 000 s	A rejeter
<u>100 s</u>	10	0,1 rd/s	<u>50 s</u>	A RETENIR

Tracé du lieu de transfert de la F.T.B.O. dans le plan de Black :

$$H_{bo}(j\omega) = \frac{5}{j \cdot 100\omega \cdot (1 + j \cdot 5\omega)}$$

Gain : $G = -26 \text{ dB} - 20 \cdot \text{Log} \omega - 10 \cdot \text{Log}(1 + 25 \cdot \omega^2)$

Argument : $\varphi = -90^\circ - \text{Arc tan}(5\omega)$

ω (rd/s)	0,01	0,1	0,2	1
G (dB)	14	- 7	- 15	- 40
φ (°)	- 93	- 117°	- 135	- 169

Valeurs du gain, de la phase à différentes pulsations

AGITATEUR MEDICAL

Compte tenu de la forme de la F.T.B.O. , le lieu de transfert présente deux asymptotes verticales d'équations $\varphi = -90^\circ$ et $\varphi = -180^\circ$.

Voir le Document Réponse à la dernière page (Courbe repérée H_{b03})

La marge de gain est inchangée : $\underline{M_G = \infty}$

On relève : $\underline{M_\varphi \approx 77^\circ}$

La stabilité est assurée.

Q 28 – Nouvel écart de position

Le système est de **classe 1** \Rightarrow $\underline{\epsilon_p = 0}$

AGITATEUR MEDICAL

DOCUMENT REPOSE

Question 24 - Tracé de Black

