المنطق 3

تمريـــن

باستعمال الرموز المنطقية أكتب النصوص التالية :

1. لكل عدد طبيعي n يوجد عدد طبيعي k بحيث : $n=2k$ أو $n=2k+1$
2. لكل عدد حقيقي x يوجد عدد نسبي p بحيث : $p \le x < p+1$
3. f دالة مكبورة
4. f دالة مصغورة
5. f دالة تقبل قيمة قصوى مطلقة في x_0
6. f دالة تقبل قيمة دنيا مطلقة في x_0

تمريـــن

أعط نفي العبارات التالية :

1. $\left(\forall (x,y)\in \mathbb{R}^2\right) : (x+y)^2 \neq x^2+y^2$
2. $\left(\forall x \in \mathbb{R}^+\right)\ x^2 \ge x$
3. $(\forall x \in \mathbb{R})(\exists a \in \mathbb{R})\ x^2+ax+a^2=0$
4. $(\forall x \in \mathbb{R})\ x>0 \Rightarrow \sqrt{x} \le x$
5. $(\forall x \in \mathbb{R})\left(\forall y \in \mathbb{R}^*\right)\ x \le y \Rightarrow \frac{x}{y} \le 1$
6. $\left(\forall (a,b)\in \mathbb{R}^2\right)\ a \le b \Rightarrow a^2 \le b^2$

تمريـــن

ليكن x و y من $\mathbb{R}$ بين أن :

1. $x \neq 1$ و $y \neq 1 \Rightarrow x+y-xy \neq 1$
2. $x \neq y \Rightarrow (x-1)(y+1) \neq (x+1)(y-1)$

تمريـــن

نعتبر العبارة : $P:(\exists x \in \mathbb{R})\ x>1 \Rightarrow 1+x^2>2$

1. حدد نفي العبارة
2. هل P صحيحة أم خاطئة ؟ علل جوابك

تمريـــن

1. بين أن :

$\forall (a,b)\in \mathbb{R}^+\times\mathbb{R}^+ \quad : a+b=0 \Rightarrow a=b=0$

2- استنتج حلول المعادلة : $\sin x+\cos y=2$

تمريـــن

x و y عنصران من IR^+ نضع a=x+y بين أن :

$\sqrt{4x+1}+\sqrt{4y+1} \le 2(a+1)$

تمريـــن

n عدد طبيعي بين أن :

$\sqrt{n^2+\sqrt{4n^2+\sqrt{16n^2+8n+3}}} \notin IN$

x وy عددان حقيقيان بين أن :

$2\sqrt{x+2}+\sqrt{y-6}=\frac{x+y+1}{2} \Rightarrow x=2 \text{و} y=7$

تمريـــن

♣ بين أن $p \Rightarrow \left(\overline{p} \Rightarrow q\right)$ استلزام صحيح

♣ x و y عددان حقيقيان بين أن :

$\left|\sqrt{1+x^2}-\sqrt{1+y^2}\right| \le |x-y|$

♣ بين بالخلف أن الدالة $f(x)=x+\frac{1}{x^2+1}$ غير مكبورة

♣ ليكن x عنصر من $\mathbb{R}$ بين أن :

$x^3+x-2 \le 0 \Rightarrow x \le 1$

♣ ليكن x وy من $\mathbb{R}$ وبحيث $|x| \le \frac{1}{2}$ و $|y| \le 1$

بين أن $\left|4x^2y-y-x\right| \le \frac{17}{16}$

تمريـــن

بين أن

$\left(\forall n \in \mathbb{N}^*\right)\ 1\times2+2\times3+....+n(n+1)=\frac{n(n+1)(n+2)}{3}$

بين بالترجع أن $\left(\forall n \in \mathbb{N}^*-\{1,2\}\right):\left(1+\frac{1}{n}\right)^n < n$

$\left(\forall n \in \mathbb{N}^*\right)$ " $3\times5^{2n-1}+2^{3n-2}$ يقسم 17"

ليكن α حلا للمعادلة $x+\frac{1}{x}=3$ و $\alpha>1$ بين أن

$\left(\forall n \in \mathbb{N}^*\right):\alpha^{n+1}+\frac{1}{\alpha^{n+1}}=3\left(\alpha^n+\frac{1}{\alpha^n}\right)-\left(\alpha^{n-1}+\frac{1}{\alpha^{n-1}}\right)$

استنتج أن $\left(\forall n \in \mathbb{N}^*\right)\ \alpha^n+\frac{1}{\alpha^n} \in \mathbb{N}$

تمريـــن

نضع $E=\mathbb{R}-\{-1\}$

بين أن لكل عددين x و y من E لدينا :

$(xy+x+y) \in E$

a و b عددان حقيقيان نعتبر العبارة :

$P : \left[(\forall x \in \mathbb{R}) : a \le x \Rightarrow b<x\right] \Rightarrow b \le a$

أ- أعط الاستلزام المضاد للعكس

ب- بين أن P عبارة صحيحة