السنة الأولى علوم رياضية	أولمبياد الرياضيات 2016 الفرض الثالث الجمعة 16 يناير 2015	السنة الدراسية: 2015/2014 (مدة الإنجاز 3 ساعات و نصف)

Exercise 1 (MAC.MO) — تمرين 1

Soient a, b et c des nombres réels strictement positifs tels que $abc=1$.

- Montrer que :

$$\left(a+\frac{1}{b}\right)^2+\left(b+\frac{1}{c}\right)^2+\left(c+\frac{1}{a}\right)^2 \geq 3(a+b+c+1)$$

- Pour quelles valeurs de a, b et c l'égalité a lieu ?

ليكن a و b و c أعدادا حقيقية موجبة قطعا بحيث $abc=1$

- بين أن : $\left(a+\frac{1}{b}\right)^2+\left(b+\frac{1}{c}\right)^2+\left(c+\frac{1}{a}\right)^2 \geq 3(a+b+c+1)$

- متى يكون التساوي ؟

Exercise 2 (Beller.MO) — تمرين 2

On considère la suite numérique $(a_n)_{n\in IN^*}$ définie par :

$a_1=1$, $a_2=2$, $a_3=3$ et $a_n=\dfrac{a_{n-1}\,a_{n-2}+7}{a_{n-3}}$ pour tout $n\geq 4$

Montrer que tous les termes de la suite $(a_n)_{n\in IN^*}$ sont des entiers relatifs,(i.e : $\forall n\in IN^*,\ a_n\in Z$)

لتكن المتتالية العددية $(a_n)_{n\in IN^*}$ المعرفة كما يلي :

$a_1=1$ و $a_2=2$ و $a_3=3$ و $a_n=\dfrac{a_{n-1}\,a_{n-2}+7}{a_{n-3}}$ لكل $n\geq 4$.

بين أن جميع حدود المتتالية $(a_n)_{n\in IN^*}$ هي أعداد صحيحة نسبية

(أي $\forall n\in IN^*\quad a_n\in Z$).

Exercise 3 (UKR.MO) — تمرين 3

Soient $ABCD$ un quadrilatère convexe et inscriptible. X et Y sont deux points appartenant respectivement aux diagonales $[AC]$ et $[BD]$ tel que le quadrilatère $ABXY$ soit un parallélogramme.
Montrer que les deux cercles circonscrits respectivement aux triangles BXD et CYA ont le même rayon.

$ABCD$ رباعي محدب و دائري، X و Y نقطتان تنتميان على التوالي إلى القطرين $[AC]$ و $[BD]$ بحيث يكون الرباعي $ABXY$ متوازي أضلاع.

بين أن الدائرة المحيطة بالمثلث BXD و الدائرة المحيطة بالمثلث CYA لهما نفس الشعاع.

هذه الصفحة هي نسخة تم إعادة تحريرها و ليست بنسخة أصلية