السنة الأولى علوم رياضية	أولمبياد الرياضيات 2015 الفرض الثالث الجمعة 14 فبراير 2014	السنة الدراسية: 2014/2013 (مدة الإنجاز 3 ساعات و نصف)

رياضيات النجاح

تمرين 1

ليكن p و q عددين صحيحين طبيعيين مختلفين و أوليين بحيث $p>2$ و $q>2$.

بين أن : $\left|\frac{p}{q}-\frac{q}{p}\right|>\frac{4}{\sqrt{pq}}$

Exercise 1

Soient p et q deux nombres premiers distincts tels que $p>2$ et $q>2$.

Montrer que $\left|\frac{p}{q}-\frac{q}{p}\right|>\frac{4}{\sqrt{pq}}$

تمرين 2

أوجد جميع الأزواج (x,y) حيث x و y عددان صحيحان نسبيان و يحققان النظمة :

$$\begin{cases} x^2+11=y^4-xy \\ y^2+xy=30 \end{cases}$$

Exercise 2

Trouver tous les couples (x,y) de nombres entiers relatifs qui vérifient le système d'équations :

$$\begin{cases} x^2+11=y^4-xy \\ y^2+xy=30 \end{cases}$$

تمرين 3

ليكن ABC مثلثا بحيث : $BC=a$ و $CA=b$ و $AB=c$

$\left(a,b,c\in IR_+^*\right)$، بين أن :

$\frac{1}{a+b}+\frac{1}{b+c}=\frac{3}{a+b+c}$ إذا وفقط إذا كان $A\hat{B}C=60°$

Exercise 3

Soit ABC un triangle tel que $BC=a$, $CA=b$ et $AB=c$. $\left(a,b,c\in IR_+^*\right)$.Montrer que :

$\frac{1}{a+b}+\frac{1}{b+c}=\frac{3}{a+b+c}$ si et seulement si $A\hat{B}C=60°$

تمرين 4

ليكن $ABCD$ رباعي محدب و دائري ، واسط القطعة $[BC]$ يقطع القطعة $[AB]$ في النقطة E .نسمي F منتصف $[BC]$.

الدائرة التي تمر من النقط E و C و F تقطع الضلع $[CD]$ في النقطة G.

بين أن : $(AD)\perp(FG)$.

Exercise 4

Soit $ABCD$ un quadrilatère convexe et inscriptible.La médiatrice du segment $[BC]$ coupe le segment $[AB]$

Au point E .Le cercle passant par les points E , C et le milieu F su segment $[BC]$ rencontre le côté $[CD]$ au point G.

Montrer que : $(AD)\perp(FG)$.