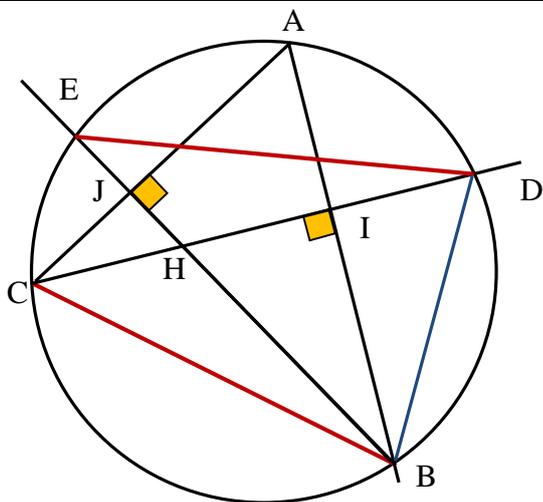


Exercise 1

تمرين 1

طريقة 1



لدينا من جهة: $J\hat{H}C = I\hat{H}B$ و $H\hat{J}C = H\hat{I}B = 90^\circ$ إذن: المثلثان HIB و JHC متشابهان منه: $J\hat{C}H = H\hat{B}I$ (1)

من جهة أخرى لدينا $J\hat{C}H = I\hat{B}D$ (2) (زاويتان محيطيتان تحصران نفس القوس AD)

من (1) و (2) نستنتج أن $H\hat{B}I = I\hat{B}D$ إذن: $90^\circ - H\hat{B}I = 90^\circ - I\hat{B}D$ منه: $I\hat{H}B = I\hat{D}B$ (*)

وفق الافتراض $ED = BC$ نستنتج أن $H\hat{B}D = I\hat{D}B$ (**)

من (*) و (**) نستنتج أن $H\hat{B}D = I\hat{D}B = I\hat{H}B$ ، إذن BHD مثلث متساوي الأضلاع.

بالتالي: $C\hat{A}B = C\hat{D}B = 60^\circ$ (زاويتان محيطيتان تحصران نفس القوس BC)

للمزيد عن الزوايا المحيطية تصفح الرابط: <http://goo.gl/qKYKIU>

وللمثلثات المتشابهة الرابط: <http://goo.gl/F7s8Ck>

هناك طرق أخرى لحل هذا التمرين هذه إحداها فقط ، توصلت بطريقة أخرى من طرف أحد المشاركين، لكنني آثرت إدراج أول الطريقة أنجزت بها التمرين.

Exercise 2

تمرين 2

$$a - b \geq \sqrt{4n - 3} \Leftrightarrow (a - b)^2 \geq 4n - 3 \Leftrightarrow a^2 + b^2 - 2ab \geq 4n - 3 \Leftrightarrow a^2 + b^2 \geq 4n - 3 + 2n^2 + 2$$

$$\Leftrightarrow a^2 + b^2 \geq 2n^2 + 4n - 1 \Leftrightarrow a^2 + b^2 + 2ab \geq 2n^2 + 4n - 1 + 2n^2 + 2$$

لدينا:

$$\Leftrightarrow (a + b)^2 \geq 4n^2 + 4n + 1 \Leftrightarrow (a + b)^2 \geq (2n + 1)^2 \Leftrightarrow a + b \geq 2n + 1$$

1

الآن بما أن: $a + b \geq 2\sqrt{ab} \geq 2\sqrt{n^2 + 1} > 2n$ فإن: $a + b \geq 2n + 1$ لأن $x \geq y + 1 \Rightarrow \begin{cases} x > y \\ (x, y) \in \mathbb{Z}^2 \end{cases}$

مما يعني صحة المتفاوتة $a - b \geq \sqrt{4n - 3}$

$$ab = n^2 + 1 \text{ و بما أن } a - b = \sqrt{4n - 3} \Leftrightarrow a + b = 2n + 1$$

إذا كان $a - b = \sqrt{4n - 3}$ فإنه بوضع $a - b = m$ نستنتج أن $4n - 3 = m^2$

$$4n - 3 = m^2 \Rightarrow m \text{ impaire} \Rightarrow m = 2k + 1 / k \in \mathbb{N} \Rightarrow 4n - 3 = 4k^2 + 4k + 1 \Rightarrow n = k^2 + k + 1$$

$$\begin{cases} a + b = 2n + 1 \\ ab = n^2 + 1 \end{cases} \text{ ولدينا : } a - b = \sqrt{4n - 3} \Leftrightarrow a + b = 2n + 1 \text{ إذن :}$$

$$\text{إذن } a \text{ و } b \text{ هما حلا المعادلة: } t^2 - (2n + 1)t + (n^2 + 1) = 0$$

$$\Delta = (2n + 1)^2 - 4(n^2 + 1) = 4n^2 + 4n + 1 - 4n^2 - 4 = 4n - 3 = m^2$$

$$\text{منه: } t_2 = \frac{2n + 1 - m}{2} = \frac{2k^2 + 2k + 2 + 1 - 2k - 1}{2} = k^2 + 1 \text{ و } t_1 = \frac{2n + 1 + m}{2} = \frac{2k^2 + 2k + 2 + 1 + 2k + 1}{2} = k^2 + 2k + 2$$

$$\text{ولكون } a > b \text{ فإن: } a = (k + 1)^2 + 1 \text{ و } b = k^2 + 1$$

عكسيا إذا كان $a = (k + 1)^2 + 1 = k^2 + 2k + 2$ و $b = k^2 + 1$ فإن $ab = (k^2 + k + 1)^2 + 1 = n^2 + 1$ (يمكن التحقق من ذلك بالنشر) و $a - b = 2k + 1 = m = \sqrt{4n - 3}$

خلاصة التساوي يتحقق إذا وفقط إذا كان: $\exists k \in \mathbb{N} / n = k^2 + k + 1$

السؤال الثاني يتطلب مهارة جيدة في الحسابيات

Exercise 3

تمرين 3

نفترض أنه لا يوجد تلميذان حصلوا على نفس النقطة، إذن جميع النقاط المحصل عليها مختلفة مثني مثني.

نعتبر المجموعة $P = \{0, 5, 10, \dots, 160\} = \{5k / k \in \mathbb{N}; 0 \leq k \leq 32\}$ التي تمثل النقاط التي يمكن أن يحصل عليها تلميذ ما.

ليكن N مجموع النقاط التي حصل عليها كل التلاميذ و n عدد الأجوبة التي أجاب عنها التلاميذ جوابا صحيحا في أقل من دقيقة.

نستنتج من جهة أن:

$$N < \sum_{p_i \in P} p_i = \sum_{k=0}^{32} 5k = 0 + 5 + \dots + 160 = \frac{160 + 0}{2} \times (32 - 0 + 1) = 80 \times 33 = 2640$$

(مجموع متتالية حسابية أساسها 5)

ومن جهة أخرى، ليكن s عدد الأجوبة الصحيحة التي أعطيت بعد مرور دقيقة، و حسب المعطيات هذا العدد يساوي عدد الأجوبة غير

$$\text{الصحيحة، إذن ولكون عدد كل الأجوبة هو 480 فإن: } n + 2s = 480 \text{ منه: } s = \frac{480 - n}{2}$$

$$\text{إذن مجموع النقاط المحصل عليها هو: } N = 10n + 5s = 10n + 5\left(\frac{480 - n}{2}\right) = \frac{15n + 2400}{2}$$

$$\text{وحسب المعطيات } n > 240 \text{ إذن: } N = \frac{15n + 2400}{2} > 3000$$

و هذا يناقض متفاوتة المحصل عليها سابقا.

$$1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n + 1)}{2} \text{ حيث نعلم أن: } \sum_{k=0}^{32} 5k = 0 + 5 + \dots + 160 = 5 \sum_{k=0}^{32} k = 5(1 + 2 + \dots + 32) = 5 \times \frac{32 \times 33}{2} = 2640$$

حل هذا التمرين أرسله التلميذ **يونس البحراوي** وأنجزه الأستاذ **Mustafa Ougrine**

الحلول المقترحة هي حلول شخصية وليست حلولاً رسمية