السنة الأولى علوم رياضية	أولمبياد الرياضيات الفرض الثاني الجمعة 12 دجنبر 2014 حلول مقترحة	السنة الدراسية: 2015/2014

تمرين 1 Exercise 1

ليكن A مجموعة الفتيان الذين اختاروا اللغة الفرنسية و B مجموعة الفتيان الذين اختاروا اللغة الألمانية و C مجموعة الفتيات اللوات اخترن اللغة الفرنسية و D مجموعة الفتيات اللوات اخترن اللغة الألمانية

لدينا حسب المعطيات: $A\cap B\cap C\cap D=\varnothing$ و

$$\begin{cases} Card(C)+Card(D)=10 \\ Card(A)+Card(B)=23-10=13 \\ Card(A)+Card(C)=11 \\ Card(C)+Card(B)=16 \end{cases}$$

منه: $2Card(C)+Card(A)+Card(B)=16+11$ منه: $2Card(C)+13=27$ بالتالي: $Card(C)=7$

$Card(X)$ تعني عدد عناصر المجموعة X

تمرين 2 Exercise 2

لدينا: a و b و c أعداد فردية متتابعة غير منعدمة حيث $a<b<c$

إذن يوجد $k\in IN$ حيث: $a=2k+1$ و $b=2k+3$ و $c=2k+5$

منه:
$$a^2+b^2+c^2=4k^2+4k+1+4k^2+12k+9+4k^2+20k+25$$
$$a^2+b^2+c^2=12k^2+36k+35$$

منه:
$$a^2+b^2+c^2+1=12k^2+36k+36=12\left(k^2+3k+3\right)$$

من جهة أخرى العدد $a^2+b^2+c^2$ عدد فردي ، إذن حسب المعطيات نستنتج أن:

$$a^2+b^2+c^2\in\{1111,\ 3333, 5555, 7777, 9999\}$$

وحسب النتيجة $12/a^2+b^2+c^2+1$ نستنتج أن: $a^2+b^2+c^2=5555$ (لأن بقية الأعداد إذا أضفنا لها 1 لا تقبل القسمة على 12)

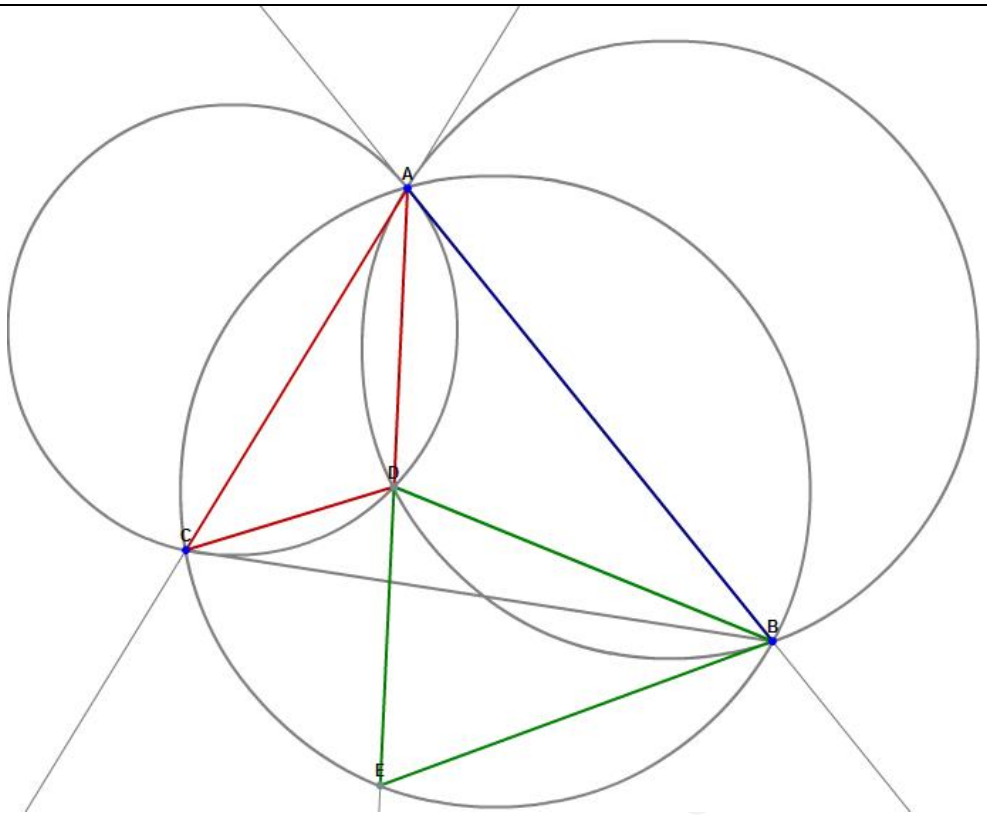
منه: $12\left(k^2+3k+3\right)=5556$ منه: $k^2+3k+3=463$ منه: $k^2+3k-460=0$

منه: $\Delta=9+1840=1849$ أو $k=\dfrac{-3+43}{2}=20$ $k=\dfrac{-3-43}{2}=-23\notin IN$

بالتالي: $a=41$ و $b=43$ و $c=45$

ونتحقق بسهولة أن: $41^2+43^2+45^2=5555$

Exercise 3 | تمرين 3



لدينا $B\hat{A}C$ زاوية محيطية تحصر القوس الصغرى AB (لأن (AC) مماس للدائرة (S))

بينما $A\hat{D}B$ زاوية محيطية في نفس الدائرة تحصر القوس الكبرى AB (القوس المقابل للقوس الصغرى)

إذن: $B\hat{A}C + A\hat{D}B = 180°$ منه: $B\hat{A}C = 180° - A\hat{D}B = E\hat{D}B$ (1)

وبما أن $A\hat{E}B$ و $A\hat{C}B$ زاويتان محيطيتان في الدائرة المحيطة بالمثلث ABC تحصران نفس القوس فإن:

$A\hat{E}B = A\hat{C}B$ (2)

من (1) و (2) نستنتج أن: ABC و DEB مثلثان متشابهان $(*)$

نستنتج إذن أن: $A\hat{B}C = D\hat{B}E$ أي: $A\hat{B}D + D\hat{B}C = D\hat{B}C + C\hat{B}E$ منه: $A\hat{B}D = C\hat{B}E$

وبما أن: $C\hat{B}E = C\hat{A}E$ (زاويتان محيطيتان في الدائرة المحيطة بالمثلث ABC تحصران نفس القوس)

فإن: $A\hat{B}D = C\hat{A}E$ (3)

من جهة أخرى لدينا $B\hat{A}C$ زاوية محيطية تحصر القوس الصغرى AC (لأن (AB) مماس للدائرة (T))

بينما $A\hat{D}C$ زاوية محيطية في نفس الدائرة تحصر القوس الكبرى AC

إذن: $B\hat{A}C + A\hat{D}C = 180°$ إذن و من (1) نستنتج أن: $A\hat{D}C = A\hat{D}B$ (4)

الآن من (3) و (4) نستنتج أن: ADC و ABD مثلثان متشابهان $(**)$

أخيرا: من $(*)$ نستنتج أن $\frac{BD}{AB} = \frac{DE}{AC}$ و من $(**)$ نستنتج أن $\frac{BD}{AB} = \frac{AD}{AC}$

بالتالي: $\frac{AD}{AC} = \frac{DE}{AC}$ أي $AD = DE$ أي أن D منتصف $[AE]$

الحلول المقترحة هي حلول شخصية وليست حلولا رسمية