

السنة الدراسية: 2014/2013  
(مدة الإنجاز 3 ساعات و نصف)

أولمبياد الرياضيات 2015  
الفرض الثاني  
الجمعة 22 نونبر 2013

السنة الأولى علوم رياضية

رياضيات النجاح

**Exercice 1**

**تمرين 1**

Trouver tous les couples  $(x, y)$  de nombres entiers relatifs tels que :  $y = 2x^2 + 5xy + 3y^2$

أوجد جميع الأزواج  $(x, y)$  حيث  $x$  و  $y$  عدنان صحيحان  
نسبيان يحققان المتساوية :  $y = 2x^2 + 5xy + 3y^2$

**Exercice 2**

**تمرين 2**

Soit  $ABC$  un triangle rectangle en  $B$  et  $a$  et  $b$  sont les longueurs respectifs des côtes  $[AB]$  et  $[BC]$ , et  $c$  la longueur de l'hypoténuse  $[AC]$ .

Montrer que :  $\left(1 + \frac{c}{a}\right)\left(1 + \frac{c}{b}\right) \geq 3 + 2\sqrt{2}$

ليكن  $ABC$  مثلثا قائم الزاوية في  $B$  و  $a$  و  $b$  هما على التوالي طولي الضلعين  $[AB]$  و  $[BC]$ ، و  $c$  هو طول الوتر  $[AC]$ .

بين أن :  $\left(1 + \frac{c}{a}\right)\left(1 + \frac{c}{b}\right) \geq 3 + 2\sqrt{2}$

**Exercice 3**

**تمرين 3**

Neuf nombres entiers positifs distincts  $a_1, a_2, \dots, a_9$  ont respectivement leurs deux derniers chiffres 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19. Trouver les deux derniers chiffres de la somme de leurs carrés.

ليكن  $a_1$  و  $a_2$  و  $a_3$  و ... و  $a_9$  ليكن مختلفة ، بحيث رقميها الأخيرين هما على التوالي 11 و 12 و 13 و 14 و 15 و 16 و 17 و 18 و 19 (مثلا 17 تعني أن 7 هو رقم الوحدات و 7 هو رقم العشرات)

أوجد الرقمين الأخيرين للمجموع :  $a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_9^2$

**Exercice 4**

**تمرين 4**

Soit  $ABC$  un triangle et  $P$  un point à l'intérieur de ce triangle tel que  $\hat{ABP} = \hat{PCA}$ . Soit  $Q$  un point du plan tel que  $PBQC$  est un parallélogramme.

Montrer que :  $\hat{QAB} = \hat{CAP}$

ليكن  $ABC$  مثلث و  $P$  نقطة داخله بحيث  $\hat{ABP} = \hat{PCA}$ . لتكن  $Q$  نقطة من المستوى بحيث يكون الرباعي  $PBQC$  متوازي أضلاع .

بين أن :  $\hat{QAB} = \hat{CAP}$