



أولمبياد الرياضيات 2014

الفرض الثاني الخاص بالمسنة الأولى بكالوريا علوم رياضية
الجمعة 30 نونبر 2012

السلطة الوطنية



وزارة التربية والتعليم

مدة الإجابة
3 ساعات

ملحوظة هامة: على المترشح(ة) أن يكتب على ورقة التحرير: - اسمه الكامل (بالحروف العربية و بالحروف اللاتينية) تاريخ ميلاده؛
- أسماء المؤسسة والبلدة والنيابة.

Exercice 1 (R MC)

Soient p et q deux nombres réels strictement positifs tels que $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$.

Montrer que $\frac{1}{3} \leq \frac{1}{p(p+1)} + \frac{1}{q(q+1)} < \frac{1}{2}$ et $\frac{1}{p(p-1)} + \frac{1}{q(q-1)} \geq 1$

تمرين 1

ليكن p و q عددين حقيقيين موجبين قطعاً بحيث $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$

بين أن: $\frac{1}{3} \leq \frac{1}{p(p+1)} + \frac{1}{q(q+1)} < \frac{1}{2}$ و $\frac{1}{p(p-1)} + \frac{1}{q(q-1)} \geq 1$

Exercice 2 (SAMC):

Montrer que pour tout nombre réel x : $x^6 + x^4 - x^3 - x + \frac{3}{4} > 0$

تمرين 2:

بين أن المتراجحة $x^6 + x^4 - x^3 - x + \frac{3}{4} > 0$ صحيحة بالنسبة لكل عدد حقيقي x

Exercice 3 : (Slov MO)

Soit P un polynôme de degré 2 avec au moins un coefficient qui n'est pas un entier relatif et tel que: $\forall n \in \mathbb{Z}, P(n) \in \mathbb{Z}$.

Montrer que tous les coefficients du polynôme

$Q(x) = P(x) - \frac{1}{2}x(x+1)$ appartiennent à $\mathbb{Z}$.

تمرين 3

لتكن P دالة حدودية من الدرجة الثانية بحيث أحد معاملاتها على الأقل ليس بعدد صحيح نسبي و $\forall n \in \mathbb{Z}, P(n) \in \mathbb{Z}$.

بين أن جميع معاملات الدالة الحدودية Q المعرفة ب: $Q(x) = P(x) - \frac{1}{2}x(x+1)$ أعداداً صحيحة نسبية.

Exercice 4(RMC)

Soit ABC un triangle à angles aigus avec $AB \neq BC$, M le milieu du côté $[AC]$, N le point où la médiane (BM) rencontre à nouveau le cercle circonscrit au triangle ABC , H l'orthocentre du triangle ABC , D le point sur le cercle circonscrit pour lequel l'angle $\angle BDH = 90^\circ$ et K est le point tel que $ANCK$ un parallélogramme. Montrer que les droites (AC) , (KH) et (BD) sont concourantes.

تمرين 4: ليكن ABC مثلثاً زواياه حادة بحيث $AB \neq BC$. النقطة M هي منتصف القطعة $[AC]$ و N هي نقطة الالتقاء الثانية للمتوسط (BM) مع الدائرة المحيطة بالمثلث ABC . نسمي H مركز تعامد المثلث ABC (نقطة تلاقي ارتفاعات المثلث) و D نقطة من الدائرة المحيطة بالمثلث ABC بحيث $\angle BDH = 90^\circ$ و K نقطة من المستوى بحيث يكون الرباعي $ANCK$ متوازي أضلاع.

بين أن المستقيمتين (AC) و (KH) و (BD) تتلقي في نقطة واحدة.

المركز الوطني للتجديد التربوي والتجريب

حسان، طارق، مولي، إسماعيل - الرياض • الهاتف : 0537707614 / 0537726343 • الفاكس : 0537734097 • البريد الإلكتروني : cnipe@men.gov.ma