دراسة دالة عددية

التمرين الأول

f دالة عددية معرفة بما يلي : $f(x)=\sqrt{\dfrac{x^3}{x+2}}$

1) حدد D_f و أحسب نهايات الدالة f عند محدات D_f

2) أدرس الفروع اللانهائية للمنحنى (C_f)

3) أدرس قابلية اشتقاق f على يمين $x_0=0$

4) أ- بين أن $\left(\forall x\in D_f-\{0\}\right)\ f'(x)=\dfrac{x^2(x+3)}{(x+2)^2}\sqrt{\dfrac{x+2}{x^3}}$

ب- أنجز جدول تغيرات الدالة f

5) اسم المنحنى (C_f)

التمرين الثاني

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي : $f(x)=\sqrt{(x+1)(x-3)}$

1) حدد D مجموعة تعريف الدالة f و أحسب النهايتين $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$

2) بين أن $\left(\forall x\in D_f\right)\ f(2-x)=f(x)$ و أول النتيجة هندسيا

3) أدرس قابلية اشتقاق الدالة f على يمين 3 و على يسار النقطة -1

4) أ- بين أن f قابلية للاشتقاق على $D_f-\{-1,3\}$ و أحسب الدالة $f'(x)$

ب- أدرس منحى تغيرات الدالة f و ضع جدول تغيراتها

5) أسم المنحنى (C)

التمرين الثالث

لتكن f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي :

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{x+1}{\sqrt{1-x}} & : \ x\le 0 \\ f(x)=\dfrac{x^2-2x+3}{x^2+2x+3} & : \ x>0 \end{cases}$$

1) أ- بين أن f تقبل نهاية في 0

ب- أدرس قابلية اشتقاق f في النقطة 0

2) أ- أحسب نهايات f عند محدات D_f

ب- أدرس الفرع اللانهائي للمنحنى (C_f) عند $-\infty$

3) أحسب $f'(x)$ ثم أنجز جدول تغيرات الدالة f

4) أسم المنحنى (C_f)

التمرين الرابع

I] نعتبر الدالة g بحيث : $g(x)=2x-\sqrt{x^2+1}$

1) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)$; $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)$

2) أدرس منحى تغيرات الدالة g

3) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $g(x)=0$ ثم استنتج إشارة $g(x)$

II] نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $f(x)=2\sqrt{x^2+1}-x$

1) أ- أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$; $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$

ب- أدرس الفرعين اللانهائيين للمنحنى (C_f)

2) أ- أحسب المشتقة $f'(x)$

ب- أنجز جدول تغيرات الدالة f

3) اسم المنحنى (C_f)

التمرين الخامس

لتكن f العددية المعرفة بما يلي : $f(x)=x+2-\dfrac{x+2}{\sqrt{2x+2}}$

1) أ- حدد D_f احسب نهايات الدالة f عند محدات D_f

ب- أدرس الفرع اللانهائي للمنحنى (C_f) عند $+\infty$

2) أ- بين أن $f'(x)=1-\dfrac{x}{\sqrt{(2x+2)^3}}$

ب- بين أن f تزايدية على D_f (أدرس الحالتين $x>0$ ، $x\le 0$)

3) حدد تقاطع المنحنى (C_f) و محور الأفاصيل

4) أ- بين أن $f''(x) = \dfrac{x-2}{\sqrt{(2x+2)^5}}$

ب- أدرس تقعر المنحنى (C_f)

5) اسم المنحنى (C_f)

التمرين السادس

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي : $f(x) = x - \sqrt{x} + \dfrac{1}{\sqrt{x}}$

1) أ- حدد مجموعة التعريف D و أحسب النهايتين $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)$

ب- أدرس الفروع اللانهائية للمنحنى (C)

2) أ- بين أن $(\forall x>0)\quad f'(x) = \dfrac{(\sqrt{x}-1)(2x+\sqrt{x}+1)}{2x\sqrt{x}}$

ب- أدرس منحنى تغيرات الدالة f و ضع جدول تغيراتها

3) أ- أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C) و المستقيم $(\Delta)\ \ y = x$

ب- أرسم المنحنى (C)

4) لتكن $(U_n)_n$ المتتالية المعرفة بما يلي : $U_0 = 2$ و $U_{n+1} = f(U_n)$

أ- بين أن $(\forall n\in\mathbb{N})\quad U_n > 1$

ب- أدرس رتابة المتتالية $(U_n)_n$

التمرين السابع

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بمايلي : $\begin{cases} f(x) = x-1-2\sqrt{x-2} & , \ x>2 \\ f(x) = x-1+2\sqrt{2-x} & , \ x\le 2 \end{cases}$.

1) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

2) ادرس قابلية اشتقاق الدالة f على اليمين و على اليسار في $a=2$ ، ثم أول النتيجتين هندسيا .

3) أ - احسب $f'(x)$ حيث $x\in\mathbb{R}-\{2\}$.

ب - ضع جدول تغيرات الدالة f .

4) أ- حدد تقاطع المنحنى (C_f) و محور الأفاصيل .

ب - ادرس الفرعين اللانهائيين للمنحنى (C_f) .

5) أنشئ المنحنى (C_f) .

التمرين الثامن

الجزء (1)

1) أدرس تغيرات الدالة $g(x) = x^3 + 3x + 24$

2) أرسم منحنى الدالة g و بين مبيانيا أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α و أن $-3 < \alpha < -2$

3) استنتج إشارة الدالة $g(x)$

الجزء (2)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $f(x) = \dfrac{x^3+8x^2-4}{2(x^2+1)}$

و ليكن (C) منحنى الدالة f

1) أحسب النهايتين $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

2) بين ان المستقيم $(D)\ \ y = \dfrac{1}{2}x + 4$ مقارب مائل للمنحنى (C)

3) أ- بين أن $(\forall x\in\mathbb{R})\quad f'(x) = \dfrac{x\,g(x)}{2(x^2+1)^2}$

ب- أنجز جدول تغيرات الدالة f

4) أرسم المنحنى (C) (نأخذ $\alpha \simeq -2{,}54$ و $f(\alpha)\simeq 2{,}1$)