التمرين الأول

نعتبر المتتالية العددية $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي :

$$U_0=2 \text{ و } U_{n+1}=\sqrt{\frac{1}{2}U_n^2+1}$$

1) بين أن $U_n\geq\sqrt{2}$: $(\forall n\in\mathbb{N})$

2) أدرس رتابة المتتالية $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$

نضع $W_n=U_n^2-2$ بين أن $(W_n)_n$ متتالية هندسية

و استنتج أن $U_n=\sqrt{2}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2}\right)^n}$

التمرين الثاني

نعتبر المتتالية العددية $(U_n)_{n\geq1}$ المعرفة بما يلي:

$$U_1=\frac{1}{2} \text{ و } U_{n+1}=\frac{nU_n+1}{n+1}$$

1) بين أن: $U_n<1$: $(\forall n\in\mathbb{N}^*)$

2) نضع $V_n=nU_n$

أ- بين أن $(V_n)_{n\geq0}$ متتالية حسابية أحسب U_n بدلالة n

ب- أحسب الجمع :

$S=U_1+2U_2+3U_3+......+nU_n$ بدلالة n

التمرين الثالث

$(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية عـددية معرفة بما يلي:

$$U_0=2 \text{ و } U_{n+1}=\frac{1}{4}U_n+\frac{1}{2}\left(\frac{3}{4}\right)^n$$

- أحسب U_1 و U_2
- نضع $V_n=U_n-\left(\frac{3}{4}\right)^n$

أ- بين أن $(V_n)_{n\geq0}$ متتالية هـندسية

ب- أحسب U_n بدلالة n

- أحسب الجمع $T=U_0+U_1+U_2+...+U_n$

التمرين الرابع

$(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية بحيث : $U_0=\frac{1}{2}$ و $U_{n+1}=\frac{2U_n}{\sqrt{4+2U_n^2}}$

1) بين أن $0<U_n$: $(\forall n\in\mathbb{N})$

2) أدرس رتابة المتتالية $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$

3) نضع $V_n=\frac{4}{U_n^2}$ بين أن $(V_n)_{n\geq0}$ متتالية حسابية

أحسب V_n بدلالة n

4) استنتج أن $U_n=\frac{2}{\sqrt{2n+16}}$

و أحسب $S=\frac{1}{U_0^2}+\frac{1}{U_1^2}+.....+\frac{1}{U_n^2}$

التمرين الخامس

$(U_n)_n$; $(V_n)_n$ متتاليتان معرفتان بما يلي :

$$\begin{cases}U_0=1\\U_{n+1}=\frac{U_n+2V_n}{3}\end{cases} \text{ و } \begin{cases}V_0=12\\V_{n+1}=\frac{U_n+3V_n}{4}\end{cases}$$

ونضع $W_n=V_n-U_n$; $T_n=3U_n+8V_n$

1) بين $(W_n)_n$ متتالية هندسية و أحسب W_n بدلالة n

2) بين أن $(T_n)_n$ متتالية ثابتة محددا قيمتها

3) استنتج مما سبق U_n ; V_n بدلالة n

التمرين السادس

$(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية بحيث : $U_0=2$; $U_{n+1}=\frac{1}{2}U_n+2n$

ونضع $V_n=U_n-4n+8$

1) أحسب U_1 وبين بالترجع أن $U_n\geq n$ $(\forall n\in\mathbb{N}^*)$

2) بين أن $(V_n)_n$ متتالية هندسية محددا أساسها

3) أحسب U_n بدلالة n

4) أحسب $S_n=V_0+V_1+....+V_{n-1}$ بدلالة n ثم استنتج $T_n=U_0+U_1+......+U_{n-1}$ بدلالة n

التمرين السابع

☜ لتكن $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية حسابية أساسها $r\neq0$ و وبحيث $U_0=2$ و U_1 ; U_3 ; U_{13} حدود متتابعة لمتتالية هندسية

بين أن $r=-4$ و أحسب الجمع $U_0+U_1+......+U_{n-1}$

☜ $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية حسابية أساسها r موجب و بحيث :

$$\begin{cases}U_0+U_1+U_2=15\\U_0^2+U_1^2+U_2^2=107\end{cases}$$ أحسب U_1 و حدد الأساس r

ثم أحسب الجمع $S=U_0+U_1+.....+U_n$ بدلالة n

☜ لتكن $(V_n)_n$ متتالية هندسية بحيث :

$$\begin{cases}V_0V_1V_2=8\\V_0+V_1+V_2=7\end{cases}$$

بين أن $V_1=2$ و استنتج أن $q=2$ أو $q=\frac{1}{2}$

☜ $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية عـددية معرفة بما يلي:

$$\begin{cases}U_0=6 \quad ; \quad U_1=5\\6U_{n+2}=7U_{n+1}-2U_n\end{cases}$$ ونضع $x_n=U_{n+1}-kU_n$

1) حدد k بحيث تكون $(x_n)_n$ متتالية هندسية و حدد أساسها

حدد U_n بدلالة n