

1 تمرين**1 أنحدد G_1**

النقطة G_1 توجد على القضيب وتحقق التوازن

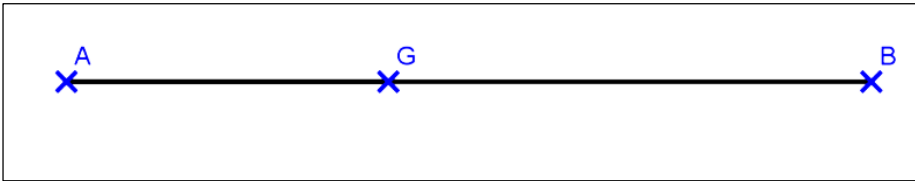
إذن حسب قانون أرخميدس $20AG_1 = 5BG_1$

ولدينا : $AG_1 + BG_1 = 2 \Leftrightarrow BG_1 = 2 - AG_1$

$$20AG_1 = 5(2 - AG_1)$$

$$25AG_1 = 10$$

$$AG_1 = \frac{2}{5}m$$



ب نحدد a و b حيث $a\overrightarrow{G_1A} + b\overrightarrow{G_1B} = \vec{0}$

لدينا : $AG_1 = 40cm$ و $BG_1 = 160cm$

إذن : $BG_1 = 4AG_1$

بما أن $G_1 \in [AB]$ فإن $\overrightarrow{BG_1} = 4\overrightarrow{G_1A}$

$$\overrightarrow{BG_1} = 4\overrightarrow{G_1A} \Leftrightarrow 4\overrightarrow{G_1A} + \overrightarrow{G_1B} = \vec{0}$$

$$(k \in \mathbb{R}^*) \quad 4k\overrightarrow{G_1A} + k\overrightarrow{G_1B} = \vec{0}$$

وبالتالي : G_1 مرجح $(A, 4k)$ و (B, k)

لدينا : $AG_1 = 40cm$ و $BG_1 = 160cm$

نأخذ $k = 5$ إذن G_1 مرجح $(A, 20)$ و $(B, 5)$

$$\text{ومنه : } 20\overrightarrow{G_1A} + 5\overrightarrow{G_1B} = \vec{0}$$

خلاصة: $a=20$ و $b=5$

2- أ نبحث عن وزن السطل المثبت في الطرف B

$$\text{لدينا : } P_A l_A = P_B l_B \Leftrightarrow P_B = \frac{P_A \cdot l_A}{l_B}$$

لدينا : $l_A = 0,8$ و $P_A = 20$ و $l_B = 1,2$

$$\text{إذن : } P_B = \frac{20 \times 0,8}{1,2} = \frac{40}{3}$$

خلاصة: وزن السطل المثبت في الطرف B هو $\frac{40}{3}$.

ب نحدد a' و b' حيث : $a'\overrightarrow{G_2A} + b'\overrightarrow{G_2B} = \vec{0}$

لدينا : G_2 مرجح $(A, 20)$ و $(B, \frac{40}{3})$

$$\text{إذن : } 20\vec{G_2A} + \frac{40}{3}\vec{G_2B} = \vec{0}$$

خلاصة: $a' = 20$ و $b' = \frac{40}{3}$

3 نحدد الوزنين

لدينا : $AG_3 = 50 \text{ cm}$ و $AB = 200 \text{ cm}$

$$\text{إذن : } AG_3 = \frac{1}{4}AB$$

$$\text{ومنه : } \vec{AG_3} = \frac{1}{4}\vec{AB}$$

$$\vec{AG_3} = \frac{1}{4}\vec{AB} \Leftrightarrow \vec{AG_3} = \frac{1}{4}\vec{AG_3} + \frac{1}{4}\vec{G_3B}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{4}\vec{AG_3} - \vec{AG_3} + \frac{1}{4}\vec{G_3B} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{4}\vec{G_3A} + \frac{1}{4}\vec{G_3B} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow 3\vec{G_3A} + \vec{G_3B} = \vec{0}$$

$$\text{ومنه : } 3k\vec{G_3A} + k\vec{G_3B} = \vec{0}$$

خلاصة: $(A, 3k)$ و (B, k)

2 تمرين

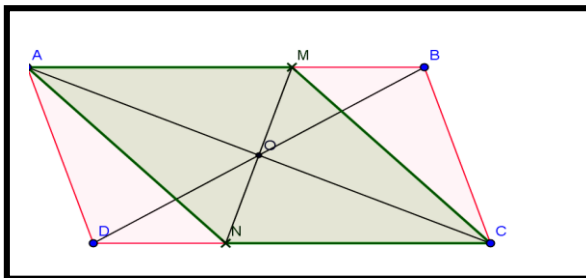
1 نعبّر عن \vec{AM} بدلالة \vec{AB}
لدينا :

$$3\vec{AM} - 2\vec{AB} = \vec{0} \Leftrightarrow 3\vec{AM} = 2\vec{AB}$$

$$\Leftrightarrow \vec{AM} = \frac{2}{3}\vec{AB}$$

خلاصة: $\vec{AM} = \frac{2}{3}\vec{AB}$

- ننشئ M



2 نحدد عن \vec{AM} بدلالة \vec{AB} . a و b حيث : M مرجح (A, a) و (B, b)



لدينا :

$$3\vec{AM} - 2\vec{AB} = \vec{0} \Leftrightarrow 3\vec{AM} - 2\vec{AM} - 2\vec{MB} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \vec{AM} - 2\vec{MB} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \vec{MA} + 2\vec{MB} = \vec{0}$$

ومنه M : مرجح (A, a) و (B, b)

خلاصة: a = 1 و b = 2 .**3 نحدد** عن \vec{CN} بدلالة \vec{CD}

لدينا :

$$\vec{CD} + 3\vec{DN} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{CD} + 3\vec{DC} + 3\vec{CN} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow 3\vec{CN} = 2\vec{CD}$$

$$\Leftrightarrow \vec{CN} = \frac{2}{3}\vec{CD}$$

$$\vec{CN} = \frac{2}{3}\vec{CD} \quad \text{خلاصة:}$$

- ننشئ N (انظر الشكل السابق)

4 نحدد a' و b' حيث : N مرجح (C, a') و (D, b')

لدينا :

$$\vec{CD} + 3\vec{DN} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{CN} + \vec{ND} + 3\vec{DN} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow -\vec{NC} - 2\vec{ND} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \vec{NC} + 2\vec{ND} = \vec{0}$$

ومنه N : مرجح (C, 1) و (D, 2) .

خلاصة: a' = 1 و b' = 2**5 نبين أن** NCMA متوازي الاضلاع و O منتصف [MN] .

لدينا M : مرجح (B, b) و (A, a)

3 تمرين**1 نعطي** العلاقة المتجهيةلدينا : $1 - 1 + 3 = 5 \neq 0$ و G مرجح (A, 1) و (B, -1) و (C, 2) و (D, 3)

$$\vec{GA} - \vec{GB} + 2\vec{GC} + 3\vec{GD} = \vec{0}$$

$$3\vec{GJ} + 2\vec{GK} = \vec{0} \quad \text{2 نبين أن :}$$

لدينا :

- G مرجح (A, 1) و (B, -1) و (C, 2) و (D, 3)



J - مرجح (A,1) و (C,2)

K - مرجح (B,-1) و (D,3)

إذن : حسب خاصية التجميعية G مرجح (J,3) و (K,2).

$$\text{و منه : } 3\vec{GJ} + 2\vec{GK} = \vec{0}$$

ننشئ : G و J و K.

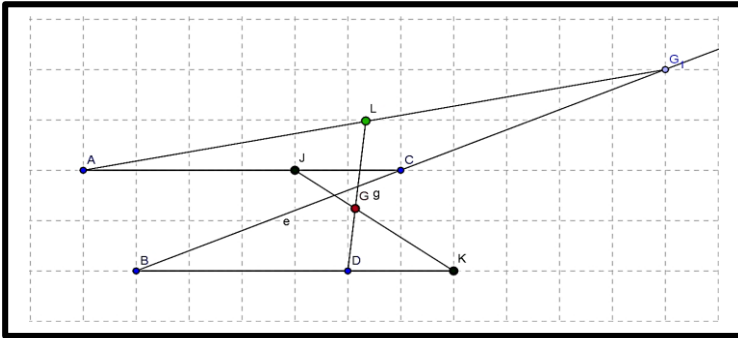
لدينا :

$$\vec{AJ} = \frac{2}{3}\vec{AC} \quad \text{إذن : مرجح (A,1) و (C,2)}$$

$$\vec{BK} = \frac{3}{2}\vec{BD} \quad \text{إذن : مرجح (B,-1) و (D,3)}$$

$$\vec{JG} = \frac{2}{5}\vec{JK} \quad \text{إذن : مرجح (A,1) و (B,-1)}$$

$$\text{و منه : } 3\vec{GJ} + 2\vec{GK} = \vec{0}$$



3 ننشئ L

ننشئ G_1 مرجح (B,-1) و (C,2) ($\vec{BG}_1 = 2\vec{BC}$)

إذن : حسب خاصية التجميعية L مرجح (G₁,1) و (A,1)

ومنه : L منتصف $[AG_1]$ (انظر الشكل السابق).

$$\text{- نبين أن : } 2\vec{GL} + 3\vec{GD} = \vec{0}$$

G مرجح (A,1) و (B,-1) و (C,2) و (D,3).

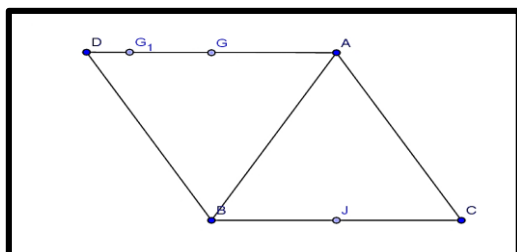
إذن : حسب خاصية التجميعية G مرجح (D,3) و (L,2).

$$\text{ومنه : } 2\vec{GL} + 3\vec{GD} = \vec{0}$$

نستنتج طريقة أخرى لإنشاء L.

$$\text{(حسب ما سبق) } \vec{GL} = \frac{-3}{2}\vec{GD} \Leftrightarrow 2\vec{GL} + 3\vec{GD} = \vec{0} \quad \text{(انظر الشكل) .}$$

4 تمرين



1 أ نبين أن : G مرجح (A,2) و (B,1) و (C,-1).

لدينا :



$$2\vec{GA} + \vec{GB} - \vec{GC} = 2\vec{GA} + \vec{GC} + \vec{CB} - \vec{GC}$$

$$= 2\left(\frac{1}{2}\vec{BC}\right) + \vec{CB}$$

$$= \vec{0}$$

خلاصة: G مرجح (A,2) و (B,1) و (C,-1).

ب نبين أن : (AG) ⊥ (BG)

$$\vec{AG} = \frac{1}{2}\vec{CB} \Leftrightarrow (AG) \parallel (BC) \quad \vec{AG} = \frac{1}{2}\vec{CB} \Leftrightarrow (AG) \parallel (BC) : \text{لدينا}$$

نعتبر J منتصف [BC] إذن : (AJ) ⊥ (BC) و منه : (AJ) ⊥ (AG) (1)

$$\text{لدينا : } \vec{AG} = \frac{1}{2}\vec{CB} \Leftrightarrow \vec{AG} = \vec{JB} \quad (2)$$

من خلال (1) و (2) نستنتج أن : AGBJ مستطيل

خلاصة: (AG) ⊥ (BG)

$$\vec{GG}_1 = \frac{2}{3}\vec{GD} \quad \text{2 نبين أن :}$$

لدينا :

G مرجح (A,2) و (B,1) و (C,-1).

G₁ مرجح (A,2) و (B,1) و (C,2) و (D,4).

إذن حسب خاصية التجميعية : G₁ مرجح (G,2) و (D,4).

$$\text{إذن : } 2\vec{G}_1\vec{G} + 4\vec{G}_1\vec{D} = \vec{0}$$

ومنه :

$$2\vec{G}_1\vec{G} + 4\vec{G}_1\vec{D} = \vec{0} \Leftrightarrow 2\vec{G}_1\vec{G} + 4\vec{G}_1\vec{G} + 4\vec{GD} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow 6\vec{GG}_1 = 4\vec{GD}$$

$$\Leftrightarrow \vec{GG}_1 = \frac{2}{3}\vec{GD}$$

$$\vec{GG}_1 = \frac{2}{3}\vec{GD} \quad \text{خلاصة:}$$

ننشئ : D و G₁

$$\text{لدينا : } \vec{AD} = \vec{CB} \quad \vec{GG}_1 = \frac{2}{3}\vec{GD} \quad (\text{انظر الشكل السابق}).$$

3 نحدد زوج احداثيتي G(a,b)

لدينا :



G مرجح (A,2) و (B,1) و (C,-1).

$$a = \frac{4-2-1}{2} = \frac{1}{2} \quad \text{و} \quad b = \frac{6+1-1}{2} = 3$$

خلاصة: $G(\frac{1}{2}, 3)$

نحدد زوج احداثيتي $G_1(a', b')$
لدينا :

G_1 مرجح (D,4) و (G,2).

$$\text{ومنه :} \quad a' = \frac{1-4}{6} = \frac{-1}{2} \quad \text{و} \quad b' = \frac{6+8}{6} = \frac{7}{3}$$

خلاصة: $G_1(\frac{-1}{2}, \frac{7}{3})$