

تمارين

تمرين 1

- 1- بين أن $\forall n \in \mathbb{N} \quad n(n^4 - 1) \equiv 0 \pmod{5}$ [5]
- 2- بين أن العدد $2^{70} + 3^{70}$ قابلة للقسمة على 13
- 3- بين أن 17 يقسم $2^{3n-2} + 3 \times 5^{2n-1}$ لكل n من \mathbb{N}^*
- 4- ليكن n من \mathbb{N} ،
حدد باقي القسمة الاقليدية للأعداد $1^n + 2^n + 3^n + 4^n$ على 4
حدد باقي القسمة الاقليدية للأعداد $17^n + 18^n + 19^n$ على 4
- 5- بين أن $\forall n \in \mathbb{N} \quad 6^n + 13^{n+1} \equiv 0 \pmod{7}$ [7]
- 6- بين أن $\forall n \in \mathbb{N} \quad 3^{2n+1} + 5^{2n+1} \equiv 0 \pmod{4}$ [4]
- 7- بين أن $4^{4n+2} - 3^{n+3}$ يقبل القسمة على 11
- 8- حدد الأعداد الصحيحة الطبيعية n التي من أجلها يكون $2 \cdot 3^n + 3 \equiv 0 \pmod{11}$ [11]
- 9- حدد باقي قسمة 32^{45} على 7
- 10- حدد باقي القسمة الاقليدية للعدد $19^{60} \times 23^{27}$ على 7

تمرين 2

- 1- أعط جدول الجمع ثم الضرب في $\mathbb{Z}/7\mathbb{Z}$
- 2- حدد مجموعة الأعداد الصحيحة النسبية x حيث في $\mathbb{Z}/7\mathbb{Z} \quad \bar{x} + \bar{5} = \bar{2}$

تمرين 3

أنشر $(10^6 - 1)^3$ ثم استنتج باقي القسمة للعدد 999999^3 على 5

تمرين 4

حدد الأرقام x و y بحيث العدد الصحيح الطبيعي $11x1y$ قابل للقسمة على 28

تمرين

ليكن $n \in \mathbb{N}$
حدد n حيث باقي القسمة الاقليدية للعدد 644 على n هو 15 و باقي القسمة الاقليدية للعدد 1095 على n هو 22

تمرين 5

ليكن $n \in \mathbb{N}$

- 1- بين أن $n^3 + 3n - 10$ مضاعف للعدد 133 اذا و فقط اذا كان $n \equiv 3 \pmod{15}$ أو $n \equiv 5 \pmod{13}$
- 2- حدد أصغر عدد صحيح طبيعي n أكبر أو يساوي 2500 حيث $n^3 + 3n - 10$ تقبل القسمة على 13

تمرين 6

1- أعطني وفق قيم العدد الصحيح الطبيعي n باقي القسمة الاقليدية للعدد 2^n على 5

- 2- استنتج باقي القسمة الاقليدية للعدد 2^{2356} على 5
 3- اعطي باقي القسمة الاقليدية للعدد $(3722)^{763}$ على 5
 4- اعطي باقي القسمة الاقليدية للعدد $(6753)^{811}$ على 5

تمرين 7

بين أن العدد $2 + 8^{2002}$ تقبل القسمة على 11

تمرين 8

- 1- أعطي وفق قيم العدد الصحيح الطبيعي n باقي القسمة الاقليدية للعدد 2^n على 7
 2- استنتج اذا كان n لا يقبل القسمة على 3 فان $2^{2^n} + 2^n + 1$ على 7

تمرين 9

حدد الأعداد الصحيحة النسبية x بحيث يكون للقسمة الاقليدية لـ x على 7 خارج q و باقي q^2

تمرين 10

بين إذا كان للقسمة الاقليدية لـ a على b و القسمة الاقليدية لـ a' على b نفس الخارج q و كان $a' < x < a$ فان q خارج القسمة الاقليدية لـ x على b

تمرين 11

- 1- أكتب بتفصيل مجموعة قواسم 6 في \mathbb{Z}
 2- حدد الأعداد الصحيحة النسبية n حيث $n-4$ تقسم 6
 3- حدد الأعداد الصحيحة النسبية n حيث $n-4$ تقسم $n+2$
 4- حدد الأعداد الصحيحة النسبية n حيث $n+1$ تقسم $3n-4$

تمرين 12

ليكن $(a; b) \in \mathbb{Z}^2$

بين اذا كان $a^2 + b^2$ قابلة للقسمة على 7 فان a و b يقبلان القسمة على 7

تمرين 13

ليكن $(a; b) \in \mathbb{N}^2$ حيث $a \geq b$

بين أن إذا كان $a^5 - b^5$ قابل القسمة على 10 فان $a^2 - b^2$ يقبل القسمة على 20

تمرين 14

ليكن $n \in \mathbb{N}$

- 1- بين أن $n^2 + 5n + 5$ و $n^2 + 3n + 2$ يقبلان القسمة على $n+1$
 2- حدد الأعداد الصحيحة الطبيعية n حيث $3n^2 + 15n + 19$ تقبل القسمة على $n+1$
 3- استنتج أن $3n^2 + 15n + 19$ لا تقبل القسمة على $n^2 + 3n + 2$ مهما كان n من \mathbb{N}

تمرين 15

ليكن $n \in \mathbb{N}$

- 1- حدد بواقي قسمة 5^n على 13
 2- استنتج أن لكل عدد صحيح طبيعي n أكبر من أو يساوي 1، العدد $N = 31^{4n+1} + 18^{4n-1}$ تقبل القسمة على 13

تمرين 16

ليكن $n \in \mathbb{N}$

- 1- أ/ من أجل n حيث $1 \leq n \leq 6$ حدد بواقي قسمة 3^n على 7
 ب/ بين أن $3^{n+6} - 3^n$ تقبل القسمة لكل $n \in \mathbb{N}$
 ج/ استنتج أن 3^n و 3^{n+6} لهما نفس باقي القسمة على 7
 د/ مستعينا بالنتائج السابقة حدد باقس قسمة 3^{1000} على 7
 ه/ بصفة عامة، كيف نحسب باقي القسمة الاقليدية للعدد 3^n على 7
 2- نضع $u_n = 1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{n-1}$

أ/ بين أن $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = \frac{1}{2}(3^n - 1)$

ب/ حدد قيم n حيث u_n تقبل القسمة على 7

ج/ حدد قواسم u_6

تمرين 17

برهن أن $\forall (a; b; c) \in \mathbb{Z}^3 \quad a \wedge b = b \wedge (a - bc)$

1- بين أن $\forall n \in \mathbb{Z} \quad (5n^3 - n) \wedge (n+2) = (n+2) \wedge 38$

2- حدد الأعداد الصحيحة النسبية n بحيث $n+2$ يقسم $5n^3 - n$

3- ما هي القيم الممكنة للقاسم المشترك للعددين $n+2$ و $5n^3 - n$

5- حدد المجموعة $A = \{n \in \mathbb{Z} / (5n^3 - n) \wedge (n+2) = 19\}$