المدة : ساعة و نصف

4

الأستاذ: بنموسى محمد ثانوية: عمر بن عبد العزيز المستوى: 1 علوم رياضية 1 و 2

فرض كتابي 4 ليوم : 24 / 01 / 2014

.01 14 نقط

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة كما يلي:

$$\begin{cases} u_0 = a \ ; \ a \neq 4 \\ \forall n \in \mathbb{N} : u_{n+1} = \dfrac{6-u_n}{4-u_n} \end{cases}$$

1. تحقق بأن : $u_{n+1} - u_n = \dfrac{u_n^2 - 5u_n + 6}{4-u_n} = \dfrac{(u_n-2)(u_n-3)}{4-u_n}$ ..... (1 ن)

2. حدد قيمتي a لكي تكون (u_n) متتالية ثابتة..... (1 ن)

3. نفترض فيما يلي أن : $a = \dfrac{5}{2}$.

أ- بين بالترجع أن : $\forall n \in \mathbb{N} \ ; \ 2 < u_n < 3$. (لاحظ أن : $u_{n+1} = 1 + \dfrac{2}{4-u_n}$) ..... (2 ن)

ب- بين أن : المتتالية (u_n) تناقصية قطعا ..... (2 ن)

ج- استنتج أن : $\forall n \in \mathbb{N} \ ; \ u_n < \dfrac{5}{2}$. استنتج تأطيرا جديدا للمتتالية (u_n) ..... (1ن + 1 ن)

4. نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة ب: $v_n = \dfrac{2-u_n}{3-u_n}$; $\forall n \in \mathbb{N}$.

أ- بين أن : (v_n) متتالية هندسية أساسها $q = \dfrac{1}{2}$ ..... (2 ن)

ب- أكتب v_n بدلالة n ..... (1 ن)

5. أحسب المجموع : $S_n = \sum_{i=0}^{i=n} v_i = v_0 + v_1 + v_2 + \cdots + v_n$ ..... (1 ن)

6.

أ- بين أن : $\forall n \in \mathbb{N} \ ; \ u_{n+1} - 2 < \dfrac{2}{3}(u_n - 2)$ ..... (1 ن)

ب- استنتج أن : $\forall n \in \mathbb{N} \ ; \ u_n - 2 < \left(\dfrac{2}{3}\right)^n \times \dfrac{1}{2}$ ..... (1 ن)

.02 6 نقط

المستوى $(\mathcal{P})$ منسوب إلى م.م.م $(O, \vec{i}, \vec{j})$.نعتبر النقط $A(1,2)$ و $B(2,1)$ و $E(3,3)$ من $(\mathcal{P})$.

1. حدد (Γ) مجموعة النقط $M(x,y)$ من $(\mathcal{P})$ التي تحقق: $x^2 + y^2 - 2x - 4y = 0$ و عناصرها المميزة..... (2 ن)

2.

أ- حدد معادلة ديكارتية للدائرة $(\mathcal{C})$ التي مركزها Ω وشعاعها $\sqrt{5}$ . ..... (2 ن)

ب- حدد نقطتي تقاطع (Γ) و $(\mathcal{C})$. ج- حدد معادلتي المماسين ل (Γ) الموجهين بالمتجهة : $\vec{v}(1,2)$ ..... (1ن + 1 ن)