2015-14	فرض 4	الأولى علوم رياضية

التمرين الأول :

ليكن α من المجال $\left]0,\frac{\pi}{2}\right[$ و بحيث $\cos\alpha=\frac{\sqrt{5}+1}{4}$

1) بين أن $\cos 2\alpha=\frac{\sqrt{5}-1}{4}$ و أن $\sin\alpha=\frac{\sqrt{10-2\sqrt{5}}}{4}$

2) أ- بين أن $\cos 3x=\cos x\left(4\cos^2 x-3\right)$

ب- استنتج أن $\cos 3\alpha=-\cos 2\alpha$

3) أ- حل في $\mathbb{R}$ $\cos 3x=-\cos 2x$ ثم استنتج أن $\alpha=\frac{\pi}{5}$

ب- حل في المجموعة المعادلة :

$$\left(\sqrt{5}+1\right)\cos x-\sqrt{10-2\sqrt{5}}\sin x=-2$$

التمرين الثاني :

نعتبر المتتالية $(U_n)_n$ المعرفة بما يلي: $U_0=0$ و $U_{n+1}=\frac{3}{2+U_n}$

1) أحسب U_1 و بين أن $(\forall n\in\mathbb{N})\quad 0\le U_n\le\frac{3}{2}$

2) نضع $y_n=U_{2n+1}$ و $x_n=U_{2n}$ لكل عدد طبيعي n

أ- بين أن $(\forall n\in\mathbb{N})\quad y_n>1$ و $x_n<1$

ب- بين أن $x_{n+1}=\frac{6+3x_n}{7+2x_n}$ و $(\forall n\in\mathbb{N})\quad y_n=\frac{3}{2+x_n}$

3) أ- بين أن $(\forall n\in\mathbb{N})\quad x_{n+1}-x_n=\frac{2(1-x_n)(3+x_n)}{7+2x_n}$

و استنتج رتابة المتتالية $(x_n)_n$

ب- استنتج أن المتتالية $(y_n)_n$ تناقصية

2015-14	فرض 4	الأولى علوم رياضية

التمرين الأول :

ليكن α من المجال $\left]0,\frac{\pi}{2}\right[$ و بحيث $\cos\alpha=\frac{\sqrt{5}+1}{4}$

1) بين أن $\cos 2\alpha=\frac{\sqrt{5}-1}{4}$ و أن $\sin\alpha=\frac{\sqrt{10-2\sqrt{5}}}{4}$

2) أ- بين أن $\cos 3x=\cos x\left(4\cos^2 x-3\right)$

ب- استنتج أن $\cos 3\alpha=-\cos 2\alpha$

3) أ- حل في $\mathbb{R}$ $\cos 3x=-\cos 2x$ ثم استنتج أن $\alpha=\frac{\pi}{5}$

ب- حل في المجموعة المعادلة :

$$\left(\sqrt{5}+1\right)\cos x-\sqrt{10-2\sqrt{5}}\sin x=-2$$

التمرين الثاني :

نعتبر المتتالية $(U_n)_n$ المعرفة بما يلي: $U_0=0$ و $U_{n+1}=\frac{3}{2+U_n}$

1) أحسب U_1 و بين أن $(\forall n\in\mathbb{N})\quad 0\le U_n\le\frac{3}{2}$

2) نضع $y_n=U_{2n+1}$ و $x_n=U_{2n}$ لكل عدد طبيعي n

أ- بين أن $(\forall n\in\mathbb{N})\quad y_n>1$ و $x_n<1$

ب- بين أن $x_{n+1}=\frac{6+3x_n}{7+2x_n}$ و $(\forall n\in\mathbb{N})\quad y_n=\frac{3}{2+x_n}$

3) أ- بين أن $(\forall n\in\mathbb{N})\quad x_{n+1}-x_n=\frac{2(1-x_n)(3+x_n)}{7+2x_n}$

و استنتج رتابة المتتالية $(x_n)_n$

ب- استنتج أن المتتالية $(y_n)_n$ تناقصية