

## التمرين الأول :

لكل  $(U_n)_n$  المتتالية العددية المعرفة بما يلي :  $U_0 = 3$  و  $U_{n+1} = \frac{6U_n - 2}{2U_n + 1}$

(1) يبيه أنه  $(\forall n \in \mathbb{N}) U_n > 2$

(2) يبيه أنه  $U_{n+1} - U_n = \frac{(2 - U_n)(2U_n - 1)}{2U_n + 1}$  و أدرسه رتبة المتتالية  $(U_n)_n$

(3) نضع  $V_n = \frac{2U_n - 1}{U_n - 2}$  يبيه أنه  $(V_n)_n$  متتالية هندسية أساسها  $q = \frac{5}{2}$

(4) أحسب الحد العام  $U_n$  بدلالة  $n$

## التمرين الثاني

نعتبر في الفضاء  $\mathcal{E}$  المنسوب لمعلم متعامد ممثله مباشرة  $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$  النقطة  $\Omega(0, 1, -2)$

$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R} \quad \text{المحدد } (D) \text{ والمستقيم}$$

(1) أ- يبيه أنه مسافة  $\Omega$  عن المستقيم  $(D)$  هي :  $d(\Omega, (D)) = \sqrt{11}$

ب- أعط معادلة الفلكة  $(S)$  التي مركزها  $\Omega$  ومماسة للمستقيم  $(D)$

(2) نعتبر النقط  $A(-2, 1, 0)$  ;  $B(1, -3, 2)$  ;  $C(0, -2, 1)$

أ- حدد مثلث إحداثيات  $\overline{AB} \wedge \overline{AC}$

ب- يبيه أنه معادلة المستوى  $(ABC)$  تكتب :  $2x + y - z + 3 = 0$

(3) أ- حدد تمثيل بارامترى للمستقيم  $(\Delta)$  المار من  $\Omega$  و العمودي على  $(ABC)$

ب- يبيه أنه  $(ABC)$  يقطع  $(S)$  في دائرة  $(C)$  محدد عناصرها المميزة

## التمرين الثالث

لكل  $f$  الدالة المعرفة على  $\mathbb{R} - \{1\}$  بما يلي :

$$f(x) = x - 1 + \sqrt{1 - x} \quad ; \quad x < 0 \quad \text{و} \quad f(x) = \frac{x^3}{(x-1)^2} \quad ; \quad x \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$$

(1) أ- أحسب النهايتيه  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

ب- أدرسه الفرع اللانهائي للمنحنى  $(C)$  عند  $-\infty$

(2) يبيه أنه المستقيم  $y = x + 2$   $(D)$  مقارب مائل للمنحنى  $(C)$  بجوار  $+\infty$

(3) أ- يبيه أنه  $f'(x) = \frac{x^2(x-3)}{(x-1)^3}$   $(\forall x \in \mathbb{R}^+ - \{1\})$

ب- أحسب المشتقة  $f'(x)$  مع أجل  $x$  تنتمي للمجال  $]-\infty, 0[$

ج- يبيه أنه  $f$  تزايدية على  $]-\infty, 0[$  ثم صغ جدول تغيرات الدالة  $f$

(4) أرسم المنحنى  $(C)$  مبرزاً المماسيه في النقطة  $0$

## التمرين الرابع

(1) يبيه أنه العدد 173 أولي

(2) أ- تحقق أنه  $(-3, -13)$  حلاً للمعادلة  $173x - 40y = 1$   $(E)$  و حدد حلول  $(E)$

ب- حدد العدد  $q$  بحيث  $[173]$   $40q \equiv 1$  و  $0 < q < 173$

(3) نضع  $H = \{0, 1, 2, \dots, 172\}$  و ليكن  $g$  التطبيق الذي يربط كل عدد  $x$  من

$H$  بباقي قسمة العدد  $40x + 163$  على العدد 173 .

يبيه أنه  $g$  تبايني . هل التطبيق  $g$  شمولي ؟ علك جوابك

(4)  $f$  تطبيق معرف من  $\mathbb{Z}^2$  نحو  $\mathbb{Z}$  بما يلي :  $f((m, n)) = 173m - 40n$  .

أ- يبيه أنه  $f$  شمولي من  $\mathbb{Z}^2$  نحو  $\mathbb{Z}$

ب- هل التطبيق  $f$  تبايني ؟