

**التمرين الأول: (11.5 نقط)**

نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بما يلي :

$$\begin{cases} f(x) = x + \sqrt{x^2 - 4} & ; x \in ]-\infty; -2] \cup ]2; +\infty[ \\ f(x) = x + \sqrt{4 - x^2} & ; x \in ]-2; 2[ \end{cases}$$

وليكن  $(C)$  المنحنى الممثل للدالة  $f$  في معلم متعامد ممنظم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

- (1) 1 أ- أحسب  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$  ثم أول النتيجة المحصل عليها .
- 1.5 ب- بين أن المنحنى  $(C)$  يقبل بجوار  $+\infty$  مقاربا مائلا  $(\Delta)$  يجب تحديده .
- (2) 1 أ- أدرس الوضع النسبي  $(C)$  مع مقاربه المائل  $(\Delta)$  بجوار  $+\infty$  .
- 1 ب- حدد نقطة تقاطع المنحنى  $(C)$  مع محور الأفاصيل .
- (3) 2 أدرس قابلية اشتقاق  $f$  في كل من 2 و -2 ثم أعط التأويل الهندسي لكل نتيجة.
- (4) 1.5 أ- أحسب  $f'(x)$  لكل  $x$  من  $] -2; 2[$  ثم ضع جدول تغيرات  $f$  على  $] -2; 2[$  .
- 1.5 ب- حدد تغيرات الدالة  $f$  على كل من المجالين  $]2; +\infty[$  و  $] -\infty; -2[$  .
- 0.5 ج- استنتج جدول تغيرات  $f$  على  $\mathbb{R}$  .
- (5) 1.5 أرسم المنحنى  $(C)$  .

**التمرين الثاني: (8.5 نقط)**

- (1) 0.5 أ- تحقق أنه لكل  $n$  من  $\mathbb{Z}$  :  $4n^3 + 3n^2 + 6n - 14 = (n+1)(4n^2 - n + 7) - 21$
- 1.5 ب- استنتج أن:  $(4n^3 + 3n^2 + 6n - 14) \wedge (n+1) = (n+1) \wedge 21$
- 1 ج- حدد جميع الأعداد الصحيحة النسبية  $n$  بحيث :  $\frac{(n+1)}{4n^3 + 3n^2 + 6n - 14}$
- (2) 1.5 حدد الأعداد الصحيحة الطبيعية  $a$  و  $b$  بحيث :  $a \wedge b = 6$  و  $ab = 432$  و  $a < b$
- (3) 1.5 حل في المجموعة  $\mathbb{Z}/17\mathbb{Z}$  المعادلة :  $x^2 + 19x - 3 = 0$
- (4) 1.5 ليكن  $n$  من  $\mathbb{N}$  . بين أن :  $16 \times 7^{2n} - 28 \times 3^{2n+3} \equiv 0 [5]$
- (5) 1 أثبت أن:  $\forall (n, m) \in \mathbb{N}^2 : n \wedge m = 1 \Leftrightarrow (n+m) \wedge (nm) = 1$