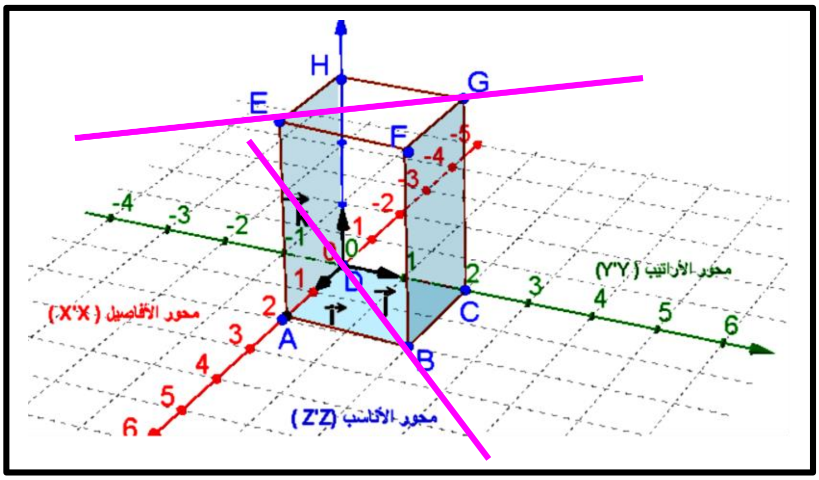
## .01 ................................................................................ (4 ن)




الفضاء منسوب إلى معلم $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$ .

لنعتبر المتوازي المستطيلات القائم ABCDEFGH التالي ( أنظر الشكل ) .

1. حدد إحداثيات رؤوس المتوازي المستطيلات القائم ABCDEFGH.

لدينا:

$A(2,0,0)$ و $B=(2,2,0)$ و $C=(0,2,0)$

و $D(0,0,0)$ و $F=(2,2,3)$ و $G=(0,2,3)$

و $H=(0,0,3)$

2. ننشئ المستقيم $(EG)$ ثم المستقيم $(BD)$ .

المستقيمين غير مستوائيين .

3. نستنتج مبيانيا الوضع النسبي للمستوى $(FGB)$ و المستوى $(AEF)$ متقاطعين تبعا للمستقيم $(BF)$ .

## .02 ................................................................................ (10 ن)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ النقط $D(-1,-1,-2)$ , $C(2,2,1)$ , $B(1,1,-1)$ , $A(1,0,1)$

**.1** حدد إحداثيات : $\overrightarrow{BC}$ , $\overrightarrow{AD}$ , $\overrightarrow{AC}$ , $\overrightarrow{AB}$ .

لدينا : $\overrightarrow{BC}(1,1,2)$ , $\overrightarrow{AD}(-2,-1,-3)$ , $\overrightarrow{AC}(1,2,0)$ , $\overrightarrow{AB}(0,1,-2)$

**.2** أدرس استقامية $\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{AB}$ .

لدينا : المحددة المستخرجة : $\Delta_x = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 0 \end{vmatrix} = 4$ ومنه $\Delta_x \neq 0$ إذن المتجهتين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{AC}$ غير مستقيميتين .

خلاصة : المتجهتين $\overrightarrow{A\ \ C}$ $\overrightarrow{AB}$ غير مستقيميتين .

**.3**

أ- أحسب المحددة $\det\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD}\right)$.

لدينا :

$$\det\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD}\right)=\begin{vmatrix} 0 & 1 & -2 \\ 1 & 2 & -1 \\ -2 & 0 & -3 \end{vmatrix}=0\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 0 & -3 \end{vmatrix}-1\times\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 0 & -3 \end{vmatrix}-2\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 2 & -1 \end{vmatrix}=3-6=-3$$

خلاصة : $\det\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD}\right)=-3$ .

ب- هل المربوع $\left(A,\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD}\right)$ معلم في الفضاء ؟

بما أن : $\det\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD}\right)\neq 0$ إذن المثلوث $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD}\right)$ أساس في الفضاء ومنه : المربوع $\left(A,\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD}\right)$ معلم في الفضاء .

خلاصة : المربوع $\left(A,\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD}\right)$ معلم في الفضاء .

**4.** أعط تمثيل بارامتري للمستقيم $(AB)$ .

المستقيم $(AB)$ .موجه بالمتجهة : $\overrightarrow{AB}(0,1,-2)$ و يمر بالنقطة $A(1,0,1)$ .

ومنه : تمثيل بارامتري للمستقيم $(AB)$ هو : $t\in\mathbb{R}$ ; $(AB):\begin{cases}x=1\\y=t\\z=1-2t\end{cases}$ .

**5.** أعط معادلتين ديكارتيتين للمستقيم $(AB)$ .

من خلال ما سبق : $\begin{cases}x=1\\y=t\\-\frac{1}{2}(z-1)=t\end{cases}\Leftrightarrow\left.\begin{matrix}x=1\\y=t\\z=1-2t\end{matrix}\right\}$

و منه : $x=1$ و $-\frac{1}{2}(z-1)=y$ وهي تمثل معادلتين ديكارتيتين للمستقيم $(AB)$ .

خلاصة : نظمة معادلتين ديكارتيتين للمستقيم $(AB)$ هي $x=1$ و $-\frac{1}{2}(z-1)=y$.

**6.** أعط معادلة ديكارتية للمستوى $ABC$ .

لدينا المستوى $ABC$ موجه بالمتجهتين $\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{AB}$ . و منه

$M(x,y,z)\in ABC \Leftrightarrow$ المتجهات $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{AM}$ مستوائية

$$\Leftrightarrow \det\left(\overrightarrow{AM},\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)=0$$

$$\Leftrightarrow \begin{vmatrix}x-1 & 0 & 1\\ y & 1 & 2\\ z-1 & -2 & 0\end{vmatrix}=0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)\begin{vmatrix}1 & 2\\ -2 & 0\end{vmatrix}-y\begin{vmatrix}0 & 1\\ -2 & 0\end{vmatrix}+(z-1)\begin{vmatrix}0 & 1\\ 1 & 2\end{vmatrix}=0$$

$$\Leftrightarrow 4(x-1)-2y-(z-1)=0$$

$$\Leftrightarrow 4x-2y-z+1=0$$

خلاصة : معادلة ديكارتية للمستوى $ABC$ هي : $4x-2y-z+1=0$ : $ABC$ .

**7.** حدد تقاطع المستقيم $(\Delta)$ و المستوى $(P)$ مع $(\Delta):t\in\mathbb{R}\,/\begin{cases}x=1\\y=t\\z=1-2t\end{cases}$ و $(P)$ : -4x+2y-z+5=0 .

لدينا :

$$M(x,y,z)\in(\Delta)\cap(P)\Leftrightarrow\begin{cases}M(x,y,z)\in(\Delta)\\M(x,y,z)\in(\Delta)\cap(P)\end{cases}$$

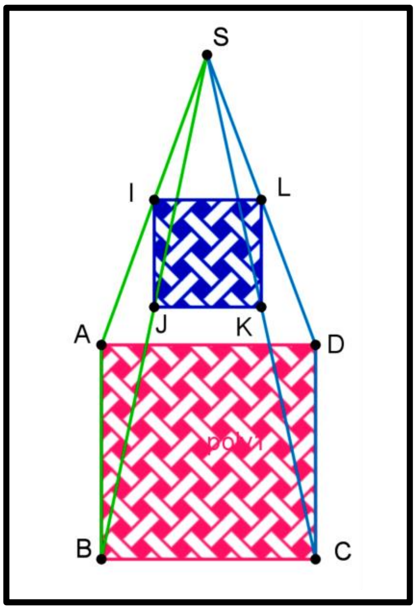
$$\Leftrightarrow\begin{cases}\begin{cases}x=1\\y=t\\z=1-2t\end{cases}\\ -4x+2y-z+5=0\ ;\ (2)\end{cases}$$

نعوض في المعادلة $(2)$ نحصل على $-4\times1+2t-(1-2t)+5=0$ أي $t=0$ ومنه : $\begin{cases} x=1=1 \\ y=0 \\ z=1-2\times0=1 \end{cases}$ .

تقاطع المستقيم $(\Delta)$ و المستوى $(P)$ هي النقطة $A(1,0,1)$

خلاصة : $(P)\cap(\Delta)=\{A(1,0,1)\}$ .

## 03 ............................................................ ( 6 ن )




ليكن SABCD هرم قاعدته ABCD على شكل مربع

النقط I و J و K و L منتصفات القطع $[SA]$ و $[SB]$ و $[SC]$ و $[SD]$ .

**1.** أنقل الشكل على ورقة التحرير ثم أنشئ النقط I و J و K و L ( أنظر الشكل )

**2.** بين أن : $\overrightarrow{JK}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ ثم $\overrightarrow{IL}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$ .

- نعتبر في المستوى $(SBC)$ المثلث SBC و J و K منتصفي $[SB]$ و $[SC]$ و $\overrightarrow{BC}$ و $\overrightarrow{JK}$ لهما نفس المنحى إذن : $\overrightarrow{JK}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ .
- نعتبر في المستوى $(SAD)$ المثلث SAD و I و L منتصفي $[SA]$ و $[SD]$ و $\overrightarrow{AD}$ و $\overrightarrow{IL}$ لهما نفس المنحى إذن : $\overrightarrow{IL}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$.

خلاصة : $\overrightarrow{JK}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ و $\overrightarrow{IL}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$ .

**3.** هل الرباعي IJKL متوازي الأضلاع

لدينا : ABCD على شكل مربع إذن $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$ و حسب ما سبق $\overrightarrow{JK}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ و $\overrightarrow{IL}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$ إذن $\overrightarrow{IL}=\overrightarrow{JK}$

ومنه IJKL متوازي الأضلاع .

خلاصة : IJKL متوازي الأضلاع .

**4.** نبين أن المتجهات $\overrightarrow{BC}$ و $\overrightarrow{BA}$ و $\overrightarrow{JL}$ مستوائية .

لدينا :

- ABCD على شكل مربع و منه : $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{BD}$ $(1)$
- نعتبر في المستوى $(SBD)$ المثلث SBD و J و L منتصفي $[SB]$ و $[SD]$ و
- $\overrightarrow{JL}$ و $\overrightarrow{BC}$ لهما نفس المنحى إذن : $\overrightarrow{JL}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BD}$ إذن : $2\overrightarrow{JL}=\overrightarrow{BD}$ $(2)$ .
- من خلال $(1)$ و $(2)$ نستنتج أن $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}=2\overrightarrow{JL}$ ومنه المتجهة $\overrightarrow{JL}$ كتبة بدلالة $\overrightarrow{BC}$ و $\overrightarrow{BA}$ ( أي $\overrightarrow{JL}$ تأليفة خطية ل $\overrightarrow{BC}$ و $\overrightarrow{BA}$ ) و بالتالي المتجهات $\overrightarrow{BC}$ و $\overrightarrow{BA}$ و $\overrightarrow{JL}$ مستوائية .

خلاصة : المتجهات $\overrightarrow{BC}$ و $\overrightarrow{BA}$ و $\overrightarrow{JL}$ مستوائية .

انتهى التصحيح