



**01. لنعتبر التطبيقات التالية :** 5 نقط

- $$\begin{cases} h : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \times \mathbb{R} \\ (x, y) \mapsto h((x, y)) = (x + 3y, x - y) \end{cases} \quad \text{و} \quad \begin{cases} g : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} \\ (n, p) \mapsto g((n, p)) = n + p \end{cases} \quad \text{و} \quad \begin{cases} f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto f(x) = \sin x \end{cases}$$
- هل التطبيق  $f$  تبايني؟ هل التطبيق  $f$  شمولي؟ (معللا جوابك)..... (1 ن)
  - حدد  $g^{-1}(\{3\})$ ..... (1 ن)
  - بين أن : التطبيق  $h$  تقابلي؟ حدد  $h(\mathbb{R}^2)$  و  $h^{-1}(\mathbb{R}^2)$ ..... (1 ن + 0,5 + 0,5 ن)

**02.** 3 نقط

- ما هي قيمة حقيقية العبارة التالية :  $\frac{1}{(n-2)(n-1)n} \leq \frac{1}{n^3}$  ,  $\forall n \in \mathbb{N}^* \setminus \{1, 2\}$  . (معللا جوابك) . (1 ن)
- لنعتبر  $p$  من  $\mathbb{N}^*$  .
- أ- بين أن :  $1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{p}} \geq \sqrt{p}$  :  $\forall p \in \mathbb{N}^*$  (بدون استعمال التراجع) . (1 ن)
- بين أن المعادلة التالية ليس لها حل :  $\sqrt{x+1} + \sqrt{x+10} + \sqrt{x+100} = 12$  : (E) :  $x \in [-1, +\infty[$  . (1 ن)

**03.** 3 نقط

- لنعتبر  $\{1\} \setminus \mathbb{N}^*$  و  $n \in \mathbb{N}^*$  . استدلل بالخلف على ما يلي : إذا كان العدد  $q$  يقسم العدد  $n$  إذن  $q$  لا يقسم  $n+1$  . (1 ن)
- بين أن : لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  أن العدد  $4^{2n+2} - 15n - 16$  يقبل القسمة على 225 . (2 ن)

**04.** 4 نقط

- أكتب بالتفصيل المجموعة :  $F = \{r \in \mathbb{Q} / \exists (n, p) \in \mathbb{N}^2, r = \frac{n}{p} \text{ و } 1 \leq p \leq 3n \leq 9\}$  . (1 ن)
- لتكن  $A$  و  $B$  و  $C$  ثلاث أجزاء من مجموعة  $E$  بين أن : أ-  $A \cap (B \setminus C) = (A \cap B) \setminus (A \cap C)$  . (1 ن)
- ب- بين أن :  $(B \setminus C \subset A \text{ و } C \setminus D \subset A) \Rightarrow B \setminus D \subset A$  . (2 ن)

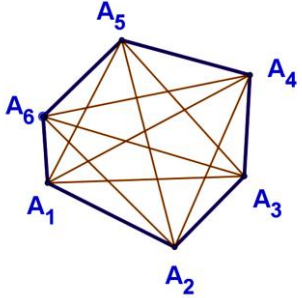
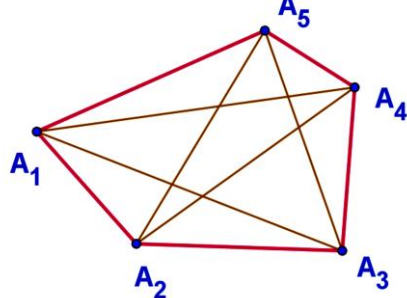
**05.** 2 نقط

- ليكن  $a$  و  $b$  و  $c$  من  $\mathbb{R}^+$  . بين أن :  $(a+b)(b+c)(c+a) \geq 8abc$  . (2 ن)

**06.** 3 نقط

- لنعتبر المضلعات المحدبة التالية : ( $P_4$  مضلع رباعي محدب -  $P_5$  مضلع خماسي محدب -  $P_6$  مضلع سداسي محدب ) أنظر الشكل .
- ما هو عدد أقطار كل من المضلعات  $P_4$  و  $P_5$  و  $P_6$  ؟ ..... (0,5 ن)
  - لنعتبر  $P_n = A_1 A_2 A_3 \dots A_{n-1} A_n$  مضلع محدب حيث عدد رؤوسه هو  $n$  مع  $n$  عدد صحيح طبيعي و  $n \geq 4$  . نضع  $d_n$  هو عدد أقطار المضلع المحدب  $P_n$  . لنعتبر الصيغتين التاليتين حيث إحدهما تحقق الجواب عن السؤال الأول من هي ؟  
الصيغة الأولى :  $d_{n+1} = 3 + d_n$  (1) الصيغة الثانية :  $d_{n+1} = n - 1 + d_n$  (2) ..... (0,5 ن)
  - بين بالتراجع : كل مضلع محدب  $P_n$  حيث عدد رؤوسه هو  $n$  مع  $n$  عدد صحيح طبيعي و  $n \geq 4$  بأن عدد أقطاره  $d_n$  يحقق كذلك العلاقة التالية :  $d_n = \frac{n^2 - 3n}{2}$  . (2 ن)



مضلع سداسي محدب	مضلع خماسي محدب	مضلع رباعي محدب
<p>الشكل 3</p> 	<p>الشكل 2</p> 	<p>الشكل 1</p> 