التمرين 01 لنعتبر التطبيقات التالية : 5 نقط

$$f:\begin{cases}\mathbb{R}\to\mathbb{R}\\ x\mapsto f(x)=\sin x\end{cases}\quad\text{و}\quad g:\begin{cases}\mathbb{N}\times\mathbb{N}\to\mathbb{N}\\ (n,p)\mapsto g((n,p))=n+p\end{cases}\quad\text{و}\quad h:\begin{cases}\mathbb{R}\times\mathbb{R}\to\mathbb{R}\times\mathbb{R}\\ (x,y)\mapsto h((x,y))=(x+3y,x-y)\end{cases}.$$

1. هل التطبيق f تباييني ؟ هل التطبيق f شمولي ؟ (معللا جوابك).....(1 ن + 1ن)
2. حدد $g^{-1}(\{3\})$.....(1 ن)
3. بين أن : التطبيق h تقابلي ؟ حدد $h^{-1}(\mathbb{R}^2)$ و $h(\mathbb{R}^2)$.....(1 ن + 0,5 ن + 0,5 ن)

التمرين 02 . 3 نقط

1. ما هي قيمة حقيقية العبارة التالية : $\forall n\in\mathbb{N}^*\setminus\{1,2\}\ ,\ \frac{1}{(n-2)(n-1)n}\le\frac{1}{n^3}$. (معللا جوابك) . .....(1 ن)
2. لنعتبر p من $\mathbb{N}^*$.
   - أ- بين أن : $\forall p\in\mathbb{N}^*, 1+\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{p}}\ge\sqrt{p}$ (بدون استعمال الترجع) .....(1 ن)
3. بين أن المعادلة التالية ليس لها حل .: $(E): x\in[-1,+\infty[\ ,\ \sqrt{x+1}+\sqrt{x+10}+\sqrt{x+100}=12$ ..... (1 ن)

التمرين 03 3 نقط

1. لنعتبر $q\in\mathbb{N}^*\setminus\{1\}$ و $n\in\mathbb{N}^*$. استدل بالخلف على ما يلي :إذا كان العدد q يقسم العدد n إذن q لا يقسم $n+1$ . ....(1 ن)
2. بين أن : لكل n من $\mathbb{N}$ أن العدد $4^{2n+2}-15n-16$ يقبل القسمة على 225 . .....(2 ن)

التمرين 04 4 نقط

1. أكتب بالتفصيل المجموعة : $F=\left\{r\in\mathbb{Q}/\exists(n,p)\in\mathbb{N}^2, r=\frac{n}{p}\ \text{و}\ 1\le p\le 3n\le 9\right\}$ . .....(1 ن)
2. لتكن A و B و C ثلاث أجزاء من مجموعة E بين أن : أ - $A\cap(B\setminus C)=(A\cap B)\setminus(A\cap C)$ .....(1 ن)
   - ب- بين أن : $(B\setminus C\subset A\ \text{و}\ C\setminus D\subset A)\Rightarrow B\setminus D\subset A$.....(2 ن)

التمرين 05 2 نقط

ليكن a و b و c من $\mathbb{R}^{+*}$. بين أن : $(a+b)(b+c)(c+a)\ge 8abc$.....(2 ن)

التمرين 06 3 نقط

لنعتبر المضلعات المحدبة التالية : (P_4 مضلع رباعي محدب – P_5 مضلع خماسي محدب – P_6 مضلع سداسي محدب) أنظر الشكل .

1. ما هو عدد أقطار كل من المضلعات P_4 و P_5 و P_6 ؟ .....(0,5 ن)
2. لنعتبر $P_n=A_1A_2A_3.....A_{n-1}A_n$ مضلع محدب حيث عدد رؤوسه هو n مع n عدد صحيح طبيعي و $n\ge 4$. نضع d_n هو عدد أقطار المضلع المحدب P_n .لنعتبر الصيغتين التاليتين حيث إحداهما تحقق الجواب عن السؤال الأول من هي ؟

   الصيغة الأولى : $(1): d_{n+1}=3+d_n$ الصيغة الثانية : $(2): d_{n+1}=n-1+d_n$ .....(0,5 ن)
3. بين بالترجع : كل مضلع محدب P_n حيث عدد رؤوسه هو n مع n عدد صحيح طبيعي و $n\ge 4$ بأن عدد أقطاره d_n يحقق كذلك العلاقة التالية : $d_n=\frac{n^2-3n}{2}$ . .....(2 ن)

مضلع رباعي محدب	مضلع خماسي محدب	مضلع سداسي محدب
الشكل 1	الشكل 2	الشكل 3