المدة : ساعتان

الأستاذ: بنموسى محمد ثانوية: عمر بن عبد العزيز المستوى: 1 علوم رياضية 1 و 2

1

فرض كتابي 1 ليوم : 24 / 10 / 2013

.01 1 ن × 2 ن = 2 ن

E و F و G و H مجموعات A و B جزآن من المجموعة E

.1 بين: $(E\times F)\cap(G\times H)=(E\cap G)\times(F\cap H)$

.2 بين أن : $(A\Delta B)\cap A=A\setminus(A\cap B)$.

.02 0.5 ن × 3 + 2 ن = 3.5 ن

نعتبر العبارة P التالية :

$$"\forall x\in[0,+\infty[,\forall y\in[1,+\infty[,\forall z\in[2,+\infty[,$$

$$\sqrt{x}+\sqrt{y-1}+\sqrt{z-2}=\frac{1}{2}(x+y+z)\Rightarrow(x=1 \text{ و } y=2 \text{ و } z=3)$$

.1 أكتب P بدون استعمال الرابط المنطقي $\Rightarrow$ أو استعمال التعبير " إذا كان .....فإن..... "

.2 أكتب نفي P .

.3 أكتب P باستعمال الاستلزام المضاد للعكس.

.4 بين أن P عبارة صحيحة.

.03 1 ن + 1 ن = 2 ن

نعتبر التطبيق g المعرفة بما يلي:

$$g:\mathbb{N}\to\mathbb{Q}$$

$$n\mapsto g(n)=\frac{1}{n^2-n+1}$$

.1 بين بأن g غير تباييني.

.2 استنتج تطبيق h يكون قصور ل g و تباييني.

.04 1 ن × 3 ن = 3 ن

لنعتبر المجموعتين:

$$A=\{\,n/\frac{n^3+5n^2+6n+10}{n+2}\in\mathbb{N} \text{ و } n\in\mathbb{N}\}$$

و $B=\left\{p/p=\frac{n^3+5n^2+6n+10}{n+2},n\in\mathbb{N}\right\}$.

.1 بين أن : $\frac{n^3+5n^2+6n+10}{n+2}\in\mathbb{N}\Leftrightarrow\frac{10}{n+2}\in\mathbb{N}$

.2 أكتب بالتفصيل : A .

.3 حدد : $B\cap\mathbb{N}$.

.05 1 ن + 2 ن + 0.5 ن = 3.5 ن

نعتبر التطبيق f المعرفة بما يلي:

$$f:\ \mathbb{N}^2\to\mathbb{N}$$

$$(a,b)\mapsto f((a,b))=a\times b$$

.1 حدد $f^{-1}(B)$ مع $B=\{15\}$.

.2 أ - بين أن : f شمولي.

ب - هل f تقابلي ؟

.06 2 ن + 1 ن = 3 ن

نعتبر التطبيق f المعرفة بما يلي:

$$f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$$

$$x\mapsto f(x)=x^3+2x-3$$

.1 بين أن : f تباييني.

.2 استنتج بأن العدد 1 هو الحل الوحيد للمعادلة :

$x\in\mathbb{R}: f(x)=0$ (المطلوب عدم استعمال المميز Δ)

.07 1.5 ن + 1.5 ن = 3 ن

.1 بين بالترجع أن : لكل n عدد صحيح طبيعي غير منعدم.

$$S_3=\sum_{i=1}^{i=n}\frac{1}{i(i+1)(i+2)(i+3)}$$

$$=\frac{1}{1\times2\times3\times4}+\frac{1}{2\times3\times4\times5}+\cdots+\frac{1}{n(n+1)(n+2)(n+3)}$$

$$=\frac{1}{3}\left[\frac{1}{1\times2\times3}-\frac{1}{(n+1)(n+2)(n+3)}\right]$$

.2 نعتبر p عدد صحيح طبيعي غير منعدم (معلوم).

بين بالترجع أن : لكل n من $\mathbb{N}^*$:

$$S_p=\sum_{i=1}^{i=n}\frac{1}{i(i+1)(i+2)\cdots(i+p)}$$

$$=\frac{1}{1\times2\times3\times\cdots\times(1+p)}+\frac{1}{2\times3\times\cdots\times(2+p)}+\cdots+\frac{1}{n(n+1)(n+2)(n+p)}$$

$$=\frac{1}{p}\left[\frac{1}{1\times2\times\cdots\times p}-\frac{1}{(n+1)(n+2)\cdots(n+p)}\right]$$