

التمرين الأول: (8.5 نقط)

- 1- هل العبارة: $(\forall x \in \mathbb{R}): |x| > 0$ صحيحة أم خاطئة؟ علل جوابك. 0.5 ن
- 2- حدد قيمة حقيقة العبارة: $(\forall x \in \mathbb{R}): x^2 \in \mathbb{Q} \Rightarrow x \in \mathbb{Q}$ معللا جوابك. 0.5 ن
- 3- أعط نفي العبارة: $\forall (a, b) \in (\mathbb{R}^*)^2: ab > 0 \Leftrightarrow \frac{a}{b} > 0$ 0.5 ن
- 3- بين أن: $(\forall x \geq 1): x \neq 5\sqrt{2} \Rightarrow \sqrt{x^2 - 1} \neq 7$ 0.5 ن
- 5- حل في \mathbb{R}^* المعادلة: $E\left(\frac{1}{x}\right) = 2$ 1 ن
- 6- بين أنه لكل n من \mathbb{N}^* لدينا: $1 \times 2 + 2 \times 3 + \dots + n(n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$ 1.5 ن
- 7- أثبت أن: $\forall n \in \mathbb{N}^*: \sqrt{n^2 + 2n + 4} \notin \mathbb{N}$ 1 ن
- 8- باستعمال البرهان بفصل الحالات بين أن: $(\forall x \in \mathbb{N}): E\left(\frac{x}{2}\right) + E\left(\frac{x+2}{2}\right) = E(x)$ 1 ن
- 9- حل في \mathbb{R}^3 المعادلة: $\sqrt{x} + \sqrt{y-1} + \sqrt{z-2} = \frac{x+y+z}{2}$ 2 ن

التمرين الثاني: (3 نقط)

- 1- بين أن: $\forall x \in \mathbb{R}^+; \forall y \in \mathbb{R}^+: x + y \geq 2\sqrt{xy}$ 0.5 ن
- 2- بين أن: $(\forall x > 0): x + \frac{1}{x} \geq 2$ 0.5 ن
- 3- استنتج أن: $(\forall a > 0)(\forall b > 0): \frac{a^2+1}{b} + \frac{b^2+1}{a} \geq 4$ 2 ن

التمرين الثالث: (8.5 نقط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي:

$$f(x) = \frac{x^2 + 2}{2x}$$

- 1- حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f و ادرس زوجية الدالة f . 1 ن
- 2- أ- بين أن لكل عددين حقيقيين موجبين قطعا و مختلفين a و b لدينا: $\frac{f(a) - f(b)}{a - b} = \frac{ab - 2}{2ab}$ 2 ن
- ب- أدرس رتبة الدالة f على كل من المجالين $[\sqrt{2}, +\infty[$ و $]0, \sqrt{2}[$. 2 ن
- ج- استنتج رتبة f على كل من المجالين $]-\infty, -\sqrt{2}[$ و $]-\sqrt{2}, 0[$. 1 ن
- 3- لتكن g و h الدالتين المعرفتين على $]0, +\infty[$ بما يلي: $g(x) = \sqrt{x}$ و $h(x) = \frac{x+2}{2\sqrt{x}}$
- أ- تحقق من أن: $(\forall x \in]0, +\infty[): h(x) = fog(x)$ 0.5 ن
- ب- حدد تغيرات الدالة h على كل من المجالين $]0, 2[$ و $]2, +\infty[$. 2 ن