فرض محروس رقم 1

مادة: الرياضيات

التاريخ: 10/5/2010

المدة: ساعتان

أولى علوم ...

**التمرين الأول: (8.5 نقط)**

0.5 ن 1- هل العبارة : $p:\ (\forall x\in\mathbb{R}):\ |x|>0$ صحيحة أم خاطئة ؟ علل جوابك.

0.5 ن 2- حدد قيمة حقيقة العبارة : $q:\ (\forall x\in\mathbb{R}):\ x^2\in\mathbb{Q}\Rightarrow x\in\mathbb{Q}$ معللا جوابك

0.5 ن 3- أعط نفي العبارة: $\forall (a,b)\in(\mathbb{R}^*)^2:\ ab>0\Leftrightarrow \frac{a}{b}>0$

0.5 ن 3- بين أن: $(\forall x\geq 1):\ x\neq 5\sqrt{2}\Rightarrow \sqrt{x^2-1}\neq 7$

1 ن 5 - حل في $\mathbb{R}^*$ المعادلة : $E\left(\frac{1}{x}\right)=2$

1.5 ن 6- بين أنه لكل $n$ من $\mathbb{N}^*$ لدينا: $1\times 2+2\times 3+.....+n(n+1)=\frac{n(n+1)(n+2)}{3}$

1 ن 7- أتبت أن : $\forall n\in\mathbb{N}^*:\ \sqrt{n^2+2n+4}\notin\mathbb{N}$

1 ن 8- باستعمال البرهان بفصل الحالات بين أن: $(\forall x\in\mathbb{N}):\quad E\left(\frac{x}{2}\right)+E\left(\frac{x+2}{2}\right)=E(x)$

2 ن 9 - حل في $\mathbb{R}^3$ المعادلة : $\sqrt{x}+\sqrt{y-1}+\sqrt{z-2}=\frac{x+y+z}{2}$

**التمرين الثاني : (3 نقط)**

0.5 ن 1- بين أن : $\forall x\in\mathbb{R}^+\ ;\ \forall y\in\mathbb{R}^+:\ x+y\geq 2\sqrt{xy}$

0.5 ن 2- بين أن : $(\forall x>0):\ x+\frac{1}{x}\geq 2$

2 ن 3- استنتج أن: $(\forall a>0)(\forall b>0):\quad \frac{a^2+1}{b}+\frac{b^2+1}{a}\geq 4$

**التمرين الثالث : (8.5 نقط)**

نعتبر الدالة العددية $f$ المعرفة بما يلي: $f(x)=\frac{x^2+2}{2x}$

1 ن 1- حدد $D_f$ مجموعة تعريف الدالة $f$ و ادرس زوجية الدالة $f$.

2 ن 2- أ- بين أن لكل عددين حقيقين موجبين قطعا و مختلفين $a$ و $b$ لدينا: $\frac{f(a)-f(b)}{a-b}=\frac{ab-2}{2ab}$

2 ن ب- أدرس رتابة الدالة $f$ على كل من المجالين $]\sqrt{2},+\infty[$ و $]0,\sqrt{2}[$.

1 ن ج - استنتج رتابة $f$ على كل من المجالين $]-\infty,-\sqrt{2}[$ و $]-\sqrt{2},0[$.

3 - لتكن $g$ و $h$ الدالتين المعرفتين على $]0;+\infty[$ بما يلي: $g(x)=\sqrt{x}$ و $h(x)=\frac{x+2}{2\sqrt{x}}$

0.5 ن أ- تحقق من أن: $(\forall x\in]0;+\infty[):\ h(x)=fog(x)$

2 ن ب- حدد تغيرات الدالة $h$ على كل من المجالين $]0;2[$ و $]2;+\infty[$.