

تصحيح الفرض المحروس 1 الدورة 1 امن

طرف التلميذ بكر كامل

01 التمرين الاول

نملاً الجدول التالي :

$$f_g'(2) = \frac{1}{2}$$

$$f_d'(2) = 2$$

$$f_a'\left(\frac{1}{2}\right) = 0$$

النقطة C التي أفصولها $x_0 = 2$ تسمى **نقطة انعطاف**.

f غير قابلة للاشتقاق في 2 .

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	2	3	$+\infty$
f'(x)		○			
تغيرات f		2.9	2	$+\infty$	$+\infty$
	-2.5				$-\infty$

02- التمرين الثاني:

لنحسب مشتقات $f(x)$ في كل حالة :

$$f(x) = \left(x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 8\right)^7 - 1$$

$$f'(x) = \left[\left(x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 8\right)^7\right]' \Leftrightarrow f'(x) = 7\left(x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 8\right)^6 (3x^2 - 3x)$$

$$f'(x) = 7\left(x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 8\right)^6 (3x^2 - 3x) \quad \text{: خلاصة}$$

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x}{x + 5} \quad -2-$$

$$f'(x) = \left(\frac{x^2 + 2x}{x+5} \right)' \Leftrightarrow f'(x) = \frac{(x^2 + 2x)' \times (x+5) - (x+5)' \times (x^2 + 2x)}{(x+5)^2}$$

$$\Leftrightarrow f'(x) = \frac{-3x^2}{(x+5)^2}$$

خلاصة : $f'(x) = \frac{-3x^2}{(x+5)^2}$

-3- $f(x) = x\sqrt{x^2 + 1}$

$$f(x)' = [x\sqrt{x^2 + 1}]' \Leftrightarrow f(x)' = x'(\sqrt{x^2 + 1}) + (\sqrt{x^2 + 1})'x$$

$$\Leftrightarrow f(x)' = \sqrt{x^2 + 1} + 2 \frac{2x}{2\sqrt{x^2 + 1}}$$

$$\Leftrightarrow f(x)' = \sqrt{x^2 + 1} + \frac{2x}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

$$\Leftrightarrow f(x)' = \frac{(x+1)^2}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

خلاصة : $f(x)' = \frac{(x+1)^2}{\sqrt{x^2 + 1}}$

-4- $f(x) = 5 \sin(3x) + 2 \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$

$$f(x)' = \left[5 \sin(3x) + 2 \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) \right]' \Leftrightarrow f(x)' = 15 \cos(3x) - 4 \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$$

خلاصة : $f(x)' = 15 \cos(3x) - 4 \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$

03- التمرين الثالث :

(1) أ- لتتحقق ان D_f مجموعة تعريف f هي \mathbb{R}

$$x \in D_f \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + 1} > 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 1 > 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 > -1$$

و هذا دائما صحيح

خلاصة : $D_f = \mathbb{R}$

ب- لنبين أن f زوجية :

★ لدينا لكل $x \in D_f$ كذلك $-x \in D_f$

★ ولدينا :

$$f(-x) = \sqrt{(-x)^2 + 1} + \frac{4}{\sqrt{(-x)^2 + 1}} \Leftrightarrow f(-x) = \sqrt{x^2 + 1} + \frac{4}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

$$\Leftrightarrow f(-x) = f(x)$$

خلاصة : f زوجية

ج- تحديد D_E مجموعة دراسة f :

بما أن f زوجية يكفي دراستها على المجال $[0, +\infty[$

خلاصة : $D_E = [0, +\infty[$

(2) -أ- لنحسب النهاية $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x^2 + 1} + \frac{4}{\sqrt{x^2 + 1}} \right) \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

لأن

$$\left(\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + 1} = +\infty \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4}{\sqrt{x^2 + 1}} = 0 \right)$$

خلاصة : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

ب- لنتحقق أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x) = 0$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x) &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x^2 + 1} + \frac{4}{\sqrt{x^2 + 1}} - x \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x^2 + 1} - x + \frac{4}{\sqrt{x^2 + 1}} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 + 1 - x^2}{\sqrt{x^2 + 1} + x} + \frac{4}{\sqrt{x^2 + 1}} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{x^2 + 1} + x} + \frac{4}{\sqrt{x^2 + 1}} \right) \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\left(\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4}{\sqrt{x^2 + 1}} = 0 \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1} + x} = 0 \right)$$

لأن

خلاصة : $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x) = 0$

ج- نعطي تاويلا هندسيا للنتيجة المحصل عليها:

بما ان $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x) = 0$ فإن المستقيم ذو المعادلة $y = x$ مقارب مائل لـ C_f بجوار $\pm\infty$

$$f'(x) = \frac{x(x^2-3)}{\sqrt{(x^2+1)^3}} \quad \text{--- (3) لنبين أن لكل } x \text{ من } D_f$$

$$f'(x) = \left[\sqrt{x^2+1} + \frac{4}{\sqrt{x^2+1}} \right]' \Leftrightarrow f'(x) = \frac{2x}{2\sqrt{x^2+1}} + 4 \left(-\frac{2x}{2\sqrt{x^2+1}} \times \frac{1}{(\sqrt{x^2+1})^2} \right)$$

$$\Leftrightarrow f'(x) = \frac{x(\sqrt{x^2+1})^2 - 4x}{(\sqrt{x^2+1})^3}$$

$$\Leftrightarrow f'(x) = \frac{x^3 + x - 4x}{(\sqrt{x^2+1})^3}$$

$$\Leftrightarrow f'(x) = \frac{x(x^2-3)}{(\sqrt{x^2+1})^3}$$

$$f'(x) = \frac{x(x^2-3)}{(\sqrt{x^2+1})^3}$$

خلاصة :

- ب - لنحدد إشارة f' على \mathbb{R} :

إشارة f' هي إشارة $x(x^2-3)$

x	$-\infty$	$-\sqrt{3}$	0	$\sqrt{3}$	$+\infty$			
f'		-	0	+	0	-	0	+

خلاصة :

$$[-\sqrt{3}, 0] \cup [\sqrt{3}, +\infty] \text{ على المجال } f'(x) \geq 0 \cdot$$

$$]-\infty, -\sqrt{3}] \cup [0, \sqrt{3}] \text{ على المجال } f'(x) \leq 0 \cdot$$

ج- جدول تغيرات على D_E ثم على D_F

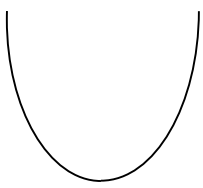
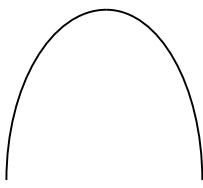
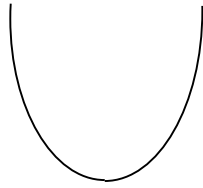
* على $D_E = [0, +\infty)$

x	0	$\sqrt{3}$	$+\infty$
f'	-	0	+
f	5 ↘	4	↗ $+\infty$

* على $D_F = \mathbb{R}$

x	$-\infty$	$-\sqrt{3}$	0	$\sqrt{3}$	$+\infty$
	-	0	+	0	-
f	$+\infty$ ↘	4 ↗	5	↘ 4	↗ $+\infty$

4) نستنتج تغير المنحنى C_f و أنه يقبل نقطتي إنعطاف على D_F :

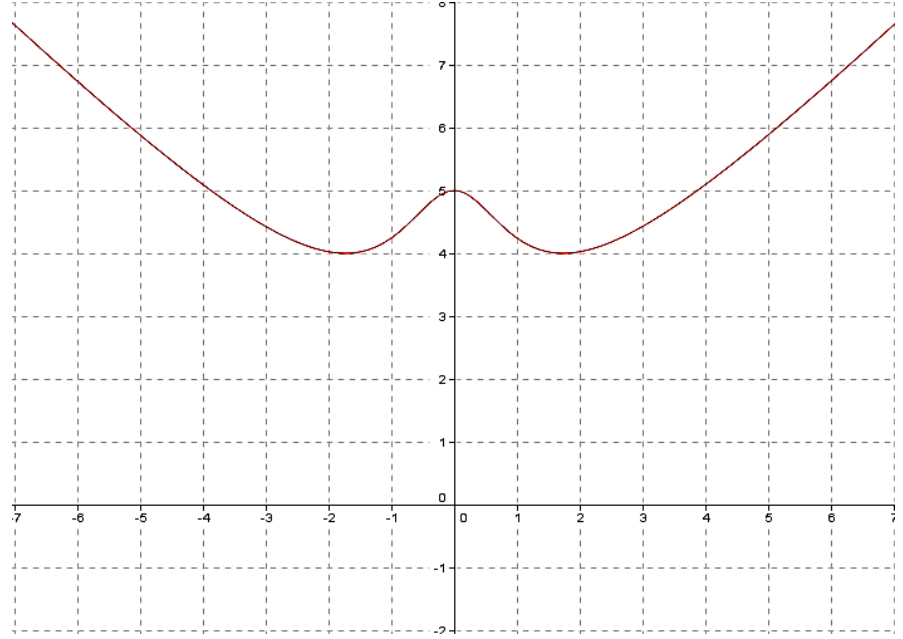
x	$-\infty$	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$+\infty$
f''	+	0	-	0
تغير f				

لدينا: $f''(x) = 0$ عند $x = -\frac{\sqrt{3}}{3}$ أو $x = \frac{\sqrt{3}}{3}$

و منه C_f يقبل نقطتي انعطاف.

خلاصة: C_f يقبل نقطتي انعطاف.

(5) إنشاء C_f



تمرين الرابع:

1) لنحدد صيغة الشلجم:

$$\begin{cases} f(0)=8 \\ f(6)=0 \\ f(-6)=0 \end{cases}$$

من أجل ذلك نحل النظمة

نعلم أن صيغة الشلجم تكتب على شكل $f(x): ax^2+bx+c=0$

و منه :

$$\begin{cases} f(0)=8 \\ f(6)=0 \\ f(-6)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=8 \\ 36a+6b+8=0 \\ 36a-6b+8=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} c=8 \\ a=-\frac{9}{2} \\ b=0 \end{cases}$$

$$f(x): \frac{-9}{2}x^2 + 8 = 0 \quad \text{: خلاصة}$$

2) لنعطي $S(x)$ مساحة المثلث بدلالة x

$$\begin{aligned} S(x) &= \frac{(x+6) \times y}{2} \Leftrightarrow S(x) = \frac{(x+6) \times f(x)}{2} \\ &\Leftrightarrow S(x) = \frac{(x+6) \times \left(\frac{-9}{2}x^2 + 8 \right)}{2} \\ &\Leftrightarrow S(x) = \frac{-\frac{9}{2}x^3 - 27x^2 + 8x + 48}{2} \\ &\Leftrightarrow S(x) = -\frac{9}{4}x^3 - \frac{27}{2}x^2 + 4x + 24 \end{aligned}$$

$$S(x) = -\frac{9}{4}x^3 - \frac{27}{2}x^2 + 4x + 24 \quad \text{: خلاصة}$$

3) لنحدد احداثيتي p التي من أجلها تكون $S(x)$ قصوية:

$$S'(x) = \frac{-27}{4}x^2 - 27x + 4 \quad \text{لدينا:}$$