السنة 1 بكالوريا علوم رياضية	مبادئ في المنطق	فروض النجاح استعدادا لاجتياز فروضك

فرض تجريبي من اقتراح أذ سمير لخريسي - مدة الانجاز 3 ساعات

تمرين 1 : نعتبر العبارات :

(P_1): $\forall (x,y) \in IR^2 \quad x^2+y^2=1 \Rightarrow |x\,y| \leq \frac{1}{2}$

(P_2): $\exists a \in IN \ \forall x \in Q \quad x^2 > a$

(P_3): $\forall n \in IN \quad (n+n^{2013})$ *est un nombre paire*

(P_4): $\forall n \in IN^* \ 1+\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}+\ldots\frac{1}{\sqrt{n}} < 2\sqrt{n}$

(P_5): $\forall y \in IR \ \exists x \in IR \quad x^2 - yx + 1 = 0$

1- اعط نفي كل عبارة من هذه العبارات

2- حدد حقيقة العبارتين (P_2) و (P_3) معللا جوابك

3- برهن على صحة العبارتين (P_1) و (P_4) و خطأ العبارة (P_5)

تمرين 2 :

1- برهن أن $\sqrt{2} \notin Q$ و استنتج أن : $2\sqrt{2}-\sqrt{7} \notin Q$

2- برهن أن : $\forall (x,y) \in Q^2 \quad x+y\sqrt{2}=0 \Leftrightarrow x=y=0$

3- برهن أن: $\forall (x,y) \in IR^2 \quad x+y+1 = 2\left(\sqrt{x}+\sqrt{y-1}\right) \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$

4- برهن بالترجع أن: لكل $n \in IN$ $n(n^2+5)$ مضاعف للعدد 6

تمرين 3 :

1- حل في IR المعادلة: $|x^2-1|+2x-3=0$

2- حل في IR المتراجحة : $\sqrt{3x-6}-\sqrt{x-1} \leq 1$

3- حل في IR^2 النظمة : $\begin{cases} 2x+3y=-1 \\ |x+y|=1 \end{cases}$

4- بين أن: $\left(a+\frac{1}{b}\right)\left(b+\frac{1}{a}\right) \geq 4 \quad \forall a>0 \quad \forall b>0$

تمرين 4 : نعتبر الحدودية : $p(x)=x^3+ax+b$ حيث : a و b عددان صحيحان نسبيان فرديان

بين أن هذه الحدودية لا تقبل جذورا جذرية

تمرين 5 :

بين أنه إذا كانت a و b و c تمثل أطوال أضلاع مثلث فإن $\frac{1}{a+b}$ و $\frac{1}{b+c}$ و $\frac{1}{c+a}$ تمثل أيضا أطوال أضلاع مثلث