

Dernière mise à jour	Actions dynamiques des liaisons et équations différentielles du mouvement	Denis DEFAUCHY
29/03/2017		TD4 - Sujet

Actions dynamiques des liaisons et équations différentielles du mouvement

TD4

Programme - Compétences		
C12	RESOUDRE	Choix des isolements Choix des méthodes de résolution Actions mécaniques dans les liaisons Equations différentielles du mouvement
B212	MODELISER	Caractéristiques d'inertie d'un solide indéformable (masse, opérateur d'inertie) Lien entre forme de la matrice d'inertie et géométrie du solide associé Signification des termes de la matrice d'inertie
B223	MODELISER	Modélisation dynamique des solides Torseur cinétique et dynamique et énergie cinétique d'un solide ou système de solides Puissances des actions intérieures et extérieures par rapport à un référentiel galiléen
B224	MODELISER	Principe fondamental de la dynamique et théorème de l'énergie cinétique pour la détermination d'actions de liaisons et d'équations différentielles du mouvement

Dernière mise à jour	Actions dynamiques des liaisons et équations différentielles du mouvement	Denis DEFAUCHY
29/03/2017		TD4 - Sujet

Equilibrage d'une roue de voiture

L'étude dynamique des systèmes va nous permettre de mettre en évidence des phénomènes vibratoires indésirables rencontrés lorsque des solides en rotation (rotors) ne sont pas équilibrés. Prenons l'exemple des voitures. Lorsqu'une roue est déséquilibrée, c'est-à-dire que sa répartition de masse ne respecte pas certains critères, sa mise en rotation va induire l'apparition d'efforts sinusoïdaux dans son guidage et va faire apparaître des vibrations dans l'habitacle.

Dans ce cas, un rendez-vous chez un garagiste permet de faire ajouter des masselottes aux endroits nécessaires, permettant de rééquilibrer la roue.



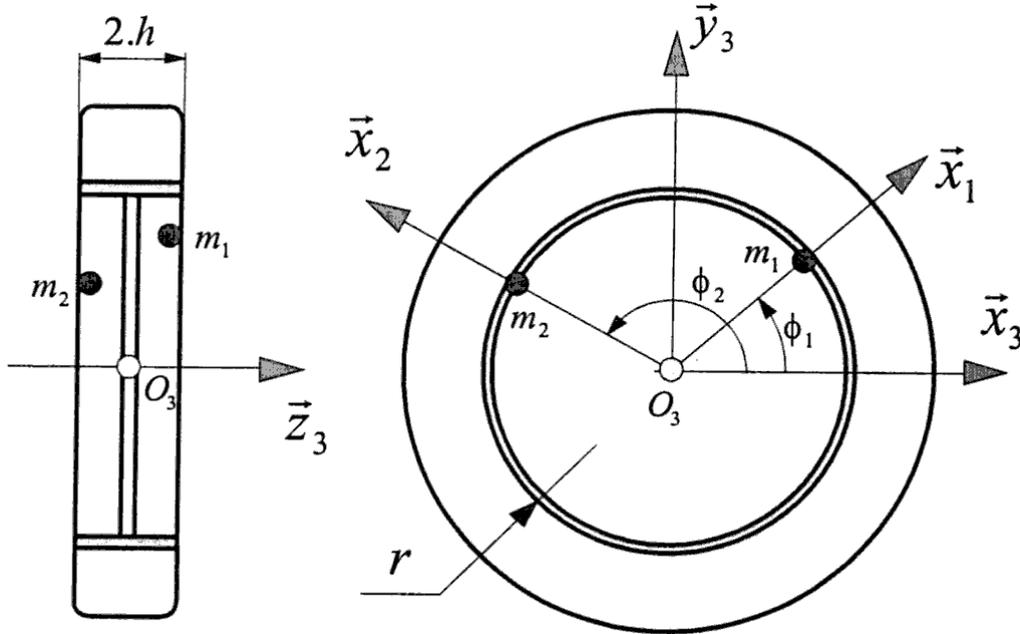
La machine d'équilibrage permettant de déterminer la position exacte des masselottes est présentée ci-dessous.



On se propose donc de comprendre comment l'ajout de masselotte(s) permet ou non de réaliser l'équilibrage d'une roue de véhicule.

Dernière mise à jour 29/03/2017	Actions dynamiques des liaisons et équations différentielles du mouvement	Denis DEFAUCHY TD4 - Sujet
------------------------------------	--	-------------------------------

Une roue S_3 de masse M_3 dont la symétrie de révolution n'est plus respectée (déformations dues à un choc par exemple) est présentée ci-dessous.



Le centre de masse n'est plus confondu avec O_3 et l'opérateur d'inertie de la roue en O_3 est général. Nous noterons :

$$\overrightarrow{O_3 G_3} = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}^{B_3}$$

$$I(O_3, S_3) = \begin{bmatrix} A_3 & -F_3 & -E_3 \\ -F_3 & B_3 & -D_3 \\ -E_3 & -D_3 & C_3 \end{bmatrix}^{B_3}$$

$$\vec{\Omega}(S_3/0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta} \end{bmatrix}^{B_3}$$

La base 0, non représentée, est la base liée à la machine mettant en rotation le pneu telle que le poids s'applique suivant $-\vec{y}_0$. Le paramètre θ correspond à l'angle (\vec{x}_0, \vec{x}_3) .

Le système d'équilibrage est équipé d'un moteur agissant sur la roue afin de la mettre en rotation. Le torseur associé à cette action est le suivant :

$$\left\{ \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right\}_{o_3}^{B_0} \begin{matrix} B_0 \\ \\ o_3 \end{matrix}$$

Dernière mise à jour	Actions dynamiques des liaisons et équations différentielles du mouvement	Denis DEFAUCHY
29/03/2017		TD4 - Sujet

Conditions d'équilibrage d'une roue

Question 1: Déterminer le torseur cinétique $\{\mathcal{C}(S_3/0)\}$ en O_3 .

Question 2: Déterminer le torseur dynamique $\{\mathcal{D}(S_3/0)\}$ en O_3 .

On suppose pour le moment qu'il n'y a qu'une liaison pivot qui guide la roue par rapport au bâti en O_3 .

Question 3: En déduire les actions exercées par la roue sur le bâti en O_3 dans la liaison pivot d'axe (O_3, \vec{z}_3) dans la base 0 .

Condition d'équilibrage d'un rotor : Un rotor est équilibré dynamiquement si les actions mécaniques dans les liaisons entre le rotor et le bâti sont indépendantes de la position angulaire du rotor θ quel que soit le mouvement de rotation de celui-ci $(\dot{\theta}, \ddot{\theta})$.

Question 4: A quelles conditions sur $a, b, c, A_3, B_3, C_3, D_3, E_3$ et F_3 l'équilibrage dynamique est-il réalisé ?

Nous appellerons « Condition 1 » la condition sur la position de G_3 et « Condition 2 » la condition sur la forme de la matrice d'inertie $I(O_3, S_3)$.

Question 5: Proposer un énoncé de ces deux conditions.

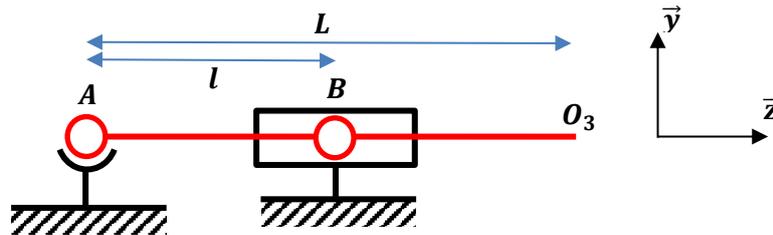
Pour répondre à ces deux conditions, on se propose de modifier le solide S_3 en y ajoutant une ou plusieurs masselottes (masses positives).

La géométrie d'un pneu étant particulière, les masselottes ne peuvent être placées que sur les deux cercles de rayon r sur les deux plans latéraux de la jante $z = \pm h$.

Dernière mise à jour	Actions dynamiques des liaisons et équations différentielles du mouvement	Denis DEFAUCHY
29/03/2017		TD4 - Sujet

Fonctionnement de la machine d'équilibrage

La liaison pivot entre l'arbre auquel la roue est fixée et le bâti est réalisée à l'aide de deux paliers à roulements fixés par l'intermédiaire de capteurs d'efforts. La roue est mise en rotation uniforme ($\dot{\theta} = cste$). Lors de cette étape, la mesure des efforts pour différentes positions angulaires de l'arbre permet de mettre en place un système d'équations dont les inconnues sont les paramètres a , b , D_3 , E_3 et M_3 . La machine d'équilibrage doit déterminer ces inconnues pour proposer ensuite d'équilibrer la roue montée sur le dispositif.



On suppose que l'arbre est parfaitement équilibré et on appelle g l'accélération de la pesanteur qui sera prise en compte.

Question 6: Déterminer le torseur des actions des deux roulements en O_3 .

Question 7: En déduire le système d'équations simplifié du problème où l'on appellera ω la vitesse de rotation imposée

Question 8: Montrer qu'il suffit de mettre un capteur d'effort dans une seule direction pour chaque roulement afin de déterminer M_3 , a , b , D_3 et E_3 .

Lorsque ces paramètres sont déterminés, la résolution d'un nouveau système intégrant l'ajout de masselottes (nombre à déterminer par la suite) permet de déterminer leur(s) masse(s) et où celle(s)-ci doit/doivent être ajoutée(s).

Dernière mise à jour	Actions dynamiques des liaisons et équations différentielles du mouvement	Denis DEFAUCHY
29/03/2017		TD4 - Sujet

Ajout de masselottes pour l'équilibrage

Dans un premier temps, on se propose d'ajouter une masselotte 1 de masse M_1 dans les conditions précisées plus haut dans le sujet. Cette masselotte est localisée par l'angle φ_1 .

$$\overrightarrow{O_3G_1} = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix}^{B_3}$$

Compte tenu des dimensions des masselottes, on les modélisera par des masses ponctuelles.

Question 9: Exprimer $\overrightarrow{O_3G_1}$ en fonction de r et φ_1

Dans la suite, on utilisera les coordonnées r , φ et z .

Question 10: Déterminer la/les relation(s) permettant de respecter la condition 1.

Question 11: Déterminer la/les relation(s) permettant de respecter la condition 2.

On rappelle que z_1 n'est pas une inconnue, on a seulement la possibilité de choisir $z_1 = \pm h$

Question 12: Récapituler les conditions à respecter pour que la roue soit équilibrée

Question 13: Montrer que ce système d'équations impose la valeur de z_1 en fonction des paramètres de la roue initiale a , b , D_3 et E_3 ainsi qu'une condition liant ces paramètres

Question 14: Conclure quant à la capacité d'une masselotte à équilibrer une roue.

Dans un second temps, on ajoute une seconde masselotte 2 de masse M_2 dans les mêmes conditions que la première masselotte. Cette masselotte est localisée par l'angle φ_2 .

$$\overrightarrow{O_3G_2} = \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{bmatrix}^{B_3}$$

Question 15: Déterminer les nouvelles conditions à respecter pour réaliser l'équilibrage dynamique de la roue.

Question 16: Que se passe-t-il si $z_1 = z_2$?

On suppose donc que $z_1 \neq z_2$.

Question 17: L'ajout de deux masselottes de part et d'autre de la roue permet-il de l'équilibrer ?

Question 18: Quelles conditions doivent finalement respecter M_1 , M_2 , φ_1 et φ_2 pour que la roue soit équilibrée ?