Performances des systèmes asservis

TD3

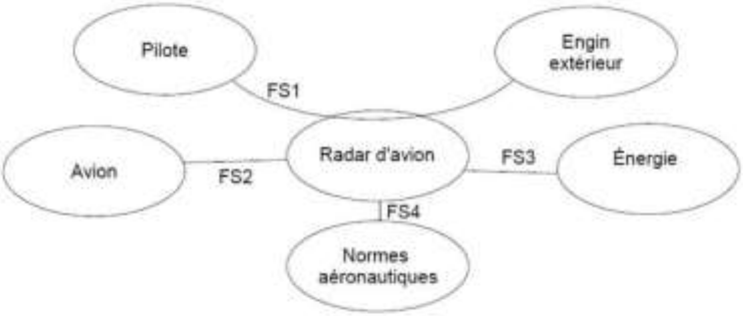
Rapidité

Radar d'avion

Programme - Compétences		
B228	Modéliser	· Pôles dominants et réduction de l'ordre du modèle ; · Performances et réglages ; · Précision d'un système asservi en régime permanent pour une entrée en échelon, une entrée en rampe, une entrée en accélération ; · Rapidité d'un système asservi : - temps de réponse, - bande passante.

Inspiré de travaux de Florestan Mathurin

Le support de cette étude est un radar d'avion. Il permet au pilote de connaître la position d'engins extérieurs (avions, hélicoptères, bateaux…). Notre objectif est de vérifier les performances de la fonction FS1, décrites dans le cahier des charges de ce système.



FS1 : permettre au pilote de connaître la position des engins extérieurs
FS2 : s'adapter à l'avion
FS3 : s'adapter à l'énergie
FS4 : respecter les normes aéronautiques

Fonction	Critère	Niveau
FS1	Rapidité	$t_{5\%} < 0,2$ s
	Bande passante	$\omega_{\text{MB}} > 18$ rad.s^{-1}
	Précision	erreur < 2%

Schéma bloc du système

On réalise un asservissement de position angulaire du radar d'avion : l'angle souhaité $\theta_c(t)$, l'angle réel du radar est $\theta_r(t)$. La différence des deux angles est transformée en une tension $u_m(t)$, selon la loi $u_m(t) = A\big(\theta_c(t) - \theta_r(t)\big)$. La tension $u_m(t)$ engendre, via un moteur de fonction de transfert $H_m(p)$, une vitesse angulaire $\omega_m(t)$. Cette vitesse angulaire est réduite grâce à un réducteur de vitesse, selon la relation $\omega_r(t) = B\omega_m(t)$, avec $B < 1$, $\omega_r(t)$ étant la vitesse angulaire du radar.
On donne la relation $\omega_r(t) = \frac{d\theta_r(t)}{dt}$.

Question 1: Réaliser le schéma bloc du système.

Etude du moteur

Les équations du moteur à courant continu, qui est utilisé dans la motorisation, sont les suivantes :

(1)	$u_m(t) = e(t) + Ri(t)$
(2)	$e(t) = K_e \omega_m(t)$
(3)	$c_m(t) = J\dfrac{d\omega_m(t)}{dt}$
(4)	$c_m(t) = K_c i(t)$

Avec :

- $u_m(t)$: Tension d'entrée aux bornes du moteur (V)
- $e(t)$: Force contre électromotrice (V)
- $i(t)$: Intensité (A)
- $\omega_m(t)$: Vitesse de rotation du moteur ($rad.s^{-1}$)
- $c_m(t)$: Couple moteur ($N.m$)
- J : Inertie équivalente en rotation de l'arbre moteur ($Kg.m^2$)
- R : Résistance électrique du moteur (Ω)
- K_e : Constante de force contre-électromotrice ($V.rad^{-1}.s$)
- K_c : Constante de couple ($N.m.A^{-1}$)

Question 2: Déterminer la fonction de transfert $H_m(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U_m(p)}$.

Question 3: Montrer que $H_m(p)$ peut se mettre sous la forme canonique $H_m(p) = \frac{K_m}{1+T_m p}$ et déterminer les expressions littérales de K_m et T_m.

On suppose que $u_m(t)$ est un échelon de tension d'amplitude u_0.

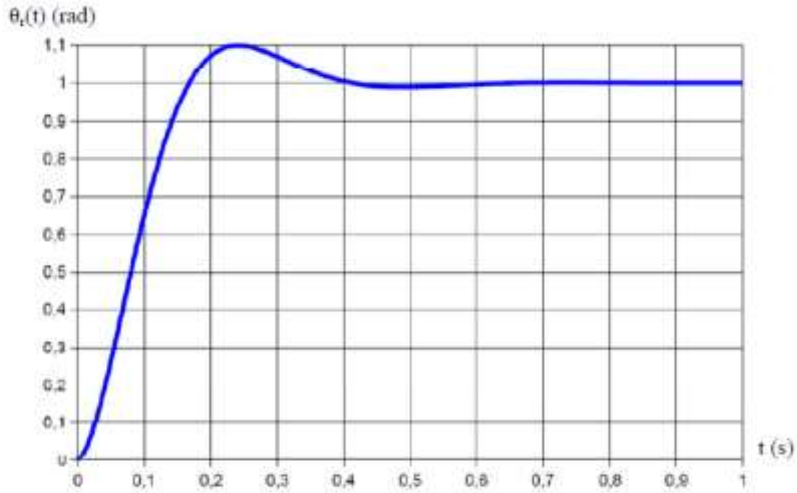
Question 4: Déterminer valeur initial, pente à l'origine et valeur finale de $\omega_m(t)$

Question 5: Déterminer $\omega_m(t)$ en fonction de K_m, T_m et u_0

Fonction de transfert du système

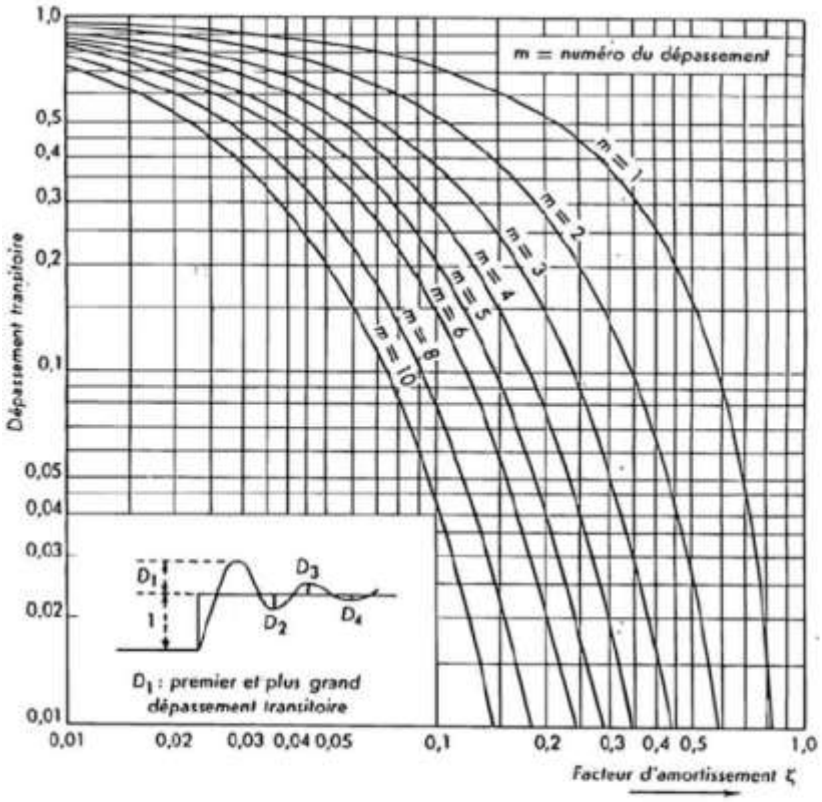
Question 6: Déterminer la fonction de transfert $H(p) = \frac{\theta_r(t)}{\theta_c(t)}$. Montrer que cette fonction peut se mettre sous la forme $\frac{K}{1+\frac{2z}{\omega_0}p+\frac{p^2}{\omega_0^2}}$. Déterminer les constantes K, z et ω_0 en fonction de K_m, T_m, A et B.

La réponse indicielle de $H(p)$ a un échelon unitaire est donnée sur la figure suivante :



Question 7: Déterminer, en expliquant la démarche utilisée, les valeurs numériques de K, z et ω_0.

Question 8: Retrouver la valeur du coefficient d'amortissement à l'aide de l'abaque fourni.



Sans préjuger du résultat trouvé dans la question précédente, on prendra pour la suite :

$$K = 1$$
$$z = 0{,}5$$
$$\omega_0 = 15\ rad.s^{-1}$$

Question 9: Déterminer, en expliquant la démarche utilisée, le temps de réponse à 5%. Conclure quant à la capacité du radar à vérifier le critère de rapidité de la fonction FS1.

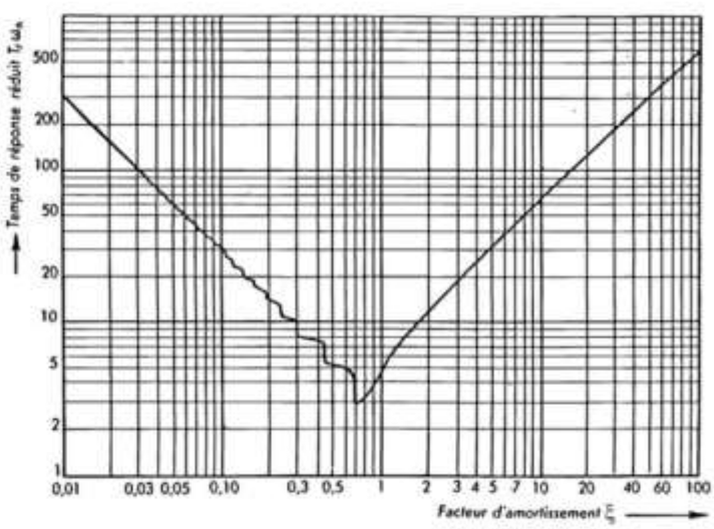
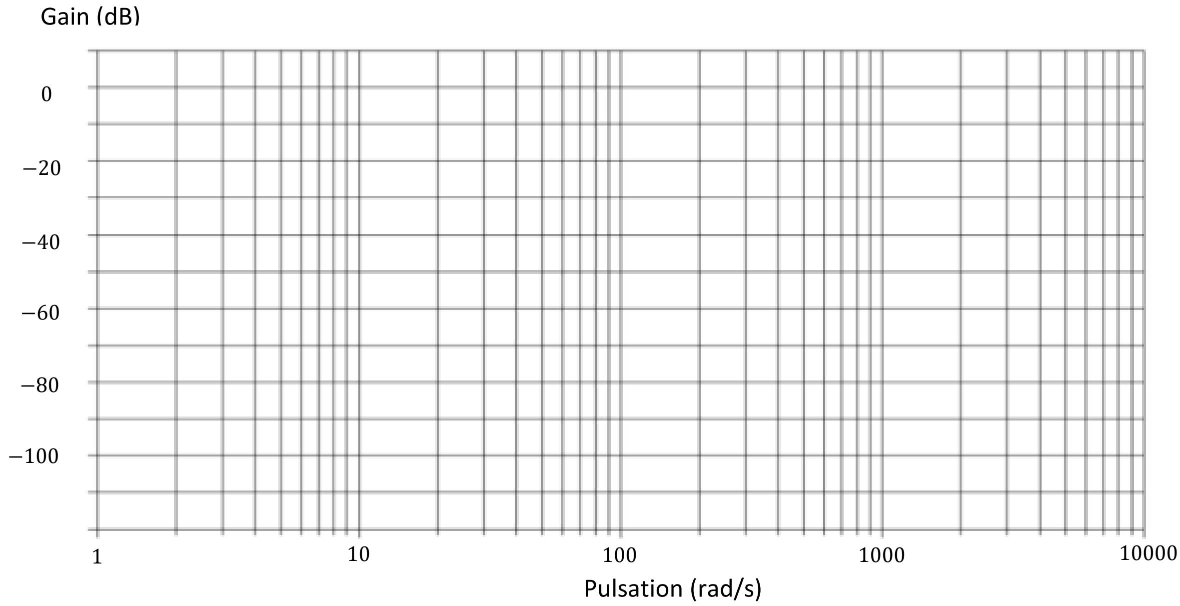


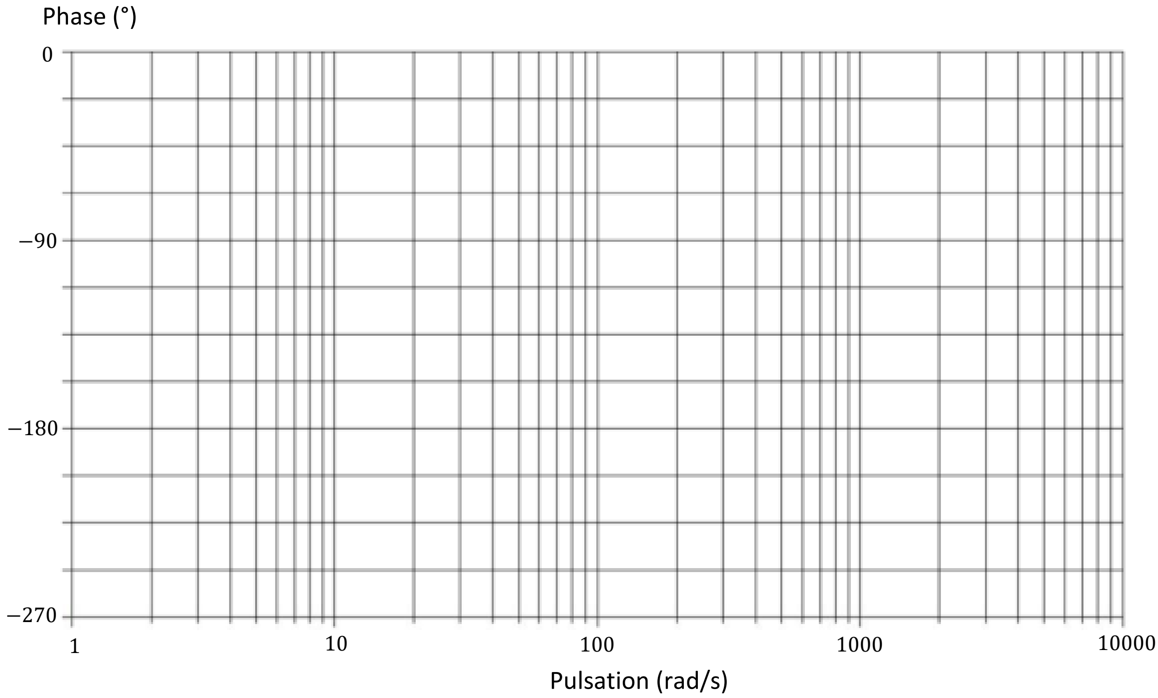
Diagramme de Bode

On améliore la performance du radar en ajoutant un composant électronique (correcteur) entre l'amplificateur et le moteur. La nouvelle fonction de transfert est :

$$H(p) = \frac{1}{(1+0{,}05p)(1+0{,}0005p)(1+0{,}002p)}$$

Question 10: Tracer le diagramme de Bode asymptotique (en gain et en phase) de cette fonction de transfert, en expliquant la démarche utilisée.





Critère de bande passante

$$H(p) = \frac{1}{(1+0{,}05p)(1+0{,}0005p)(1+0{,}002p)}$$

Question 11: Rappeler le critère de bande passante que doit respecter le système

On propose la simplification suivante :

$$H(p) \underset{\omega \leq 20}{\sim} \frac{1}{1+0{,}05p}$$

Question 12: Justifier cette approximation pour l'étude de la bande passante
Question 13: Déterminer la pulsation de coupure à -3 dB et conclure quant à la capacité du radar à satisfaire le critère de bande passante de la fonction FS1.

Critère de temps de réponse

$$H(p) = \frac{1}{(1+0{,}05p)(1+0{,}0005p)(1+0{,}002p)}$$

Nous verrons bientôt en cours que lorsqu'un système répond à un échelon, sa réponse réelle est très proche de la réponse d'un système de même fonction de transfert à laquelle on ne garde au dénominateur que le polynôme associé à ce pôle que l'on appelle son pôle dominant, c'est-à-dire le pôle le plus près de l'axe des ordonnées.

Question 14: Proposer une simplification de modèle de $H(p)$ permettant d'étudier son temps de réponse à 5%
Question 15: Déterminer son temps de réponse à 5% du système et conclure quant à la capacité du radar à satisfaire le critère de rapidité de la fonction FS1.