

Dernière mise à jour	TD	Denis DEFAUCHY
05/12/2015	Théorie de Hertz	TD2

Solides déformables en surface

Théorie de Hertz

TD2

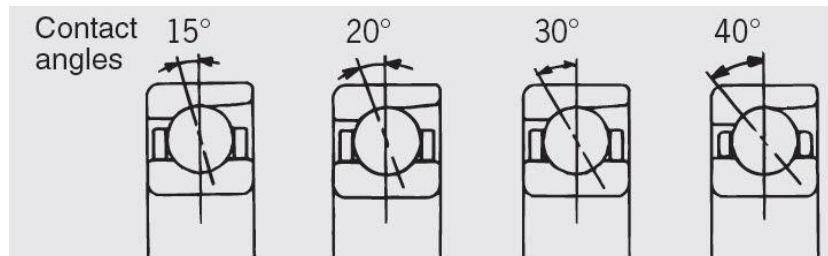
Mise en place d'un modèle de comportement global d'un roulement et étude d'un montage sur deux roulements

Programme - Compétences		
B213	MODELISER	Associer le modèle du solide déformable localement en surface au comportement de solides en contact ; Utiliser le modèle de Hertz (fourni) pour déterminer les déplacements et les pressions dans les contacts linéiques ou ponctuels ;

Dernière mise à jour	TD	Denis DEFAUCHY
05/12/2015	Théorie de Hertz	TD2

Exercice 1: Raideur d'un roulement

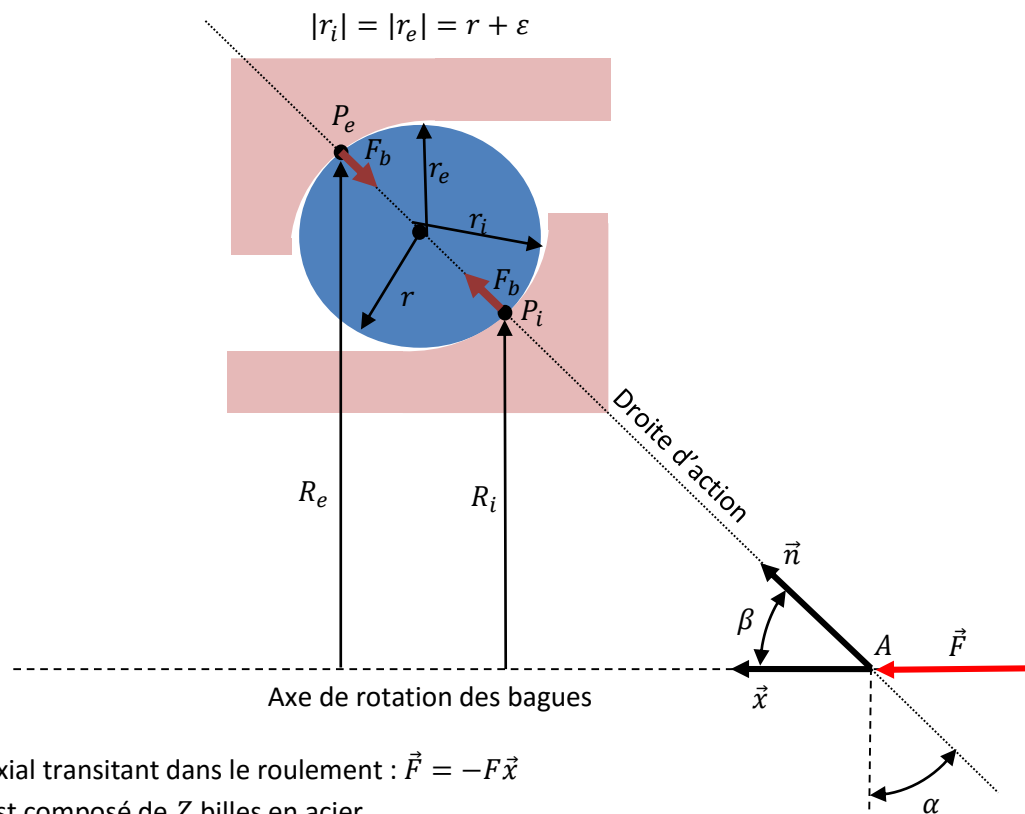
Soit un roulement à billes à contact radial utilisé pour les montages en O ou X pour lesquels une précontrainte est appliquée. Nous souhaitons donc déterminer la relation entre l'écrasement imposé par la présence de cales et l'effort transisant dans le roulement.



On appelle :

- β l'angle de contact du roulement étudié
- r le rayon (de courbure algébrique) des billes
- r_i et r_e les rayons respectifs des bagues intérieures et extérieures aux contacts avec les billes dans le plan de coupe proposé sur l'image ci-dessous, légèrement supérieurs au rayon des billes
- R_i et R_e les rayons des cercles de contacts entre les billes et les bagues intérieures et extérieures

On suppose que les portées des bagues intérieures et extérieures ont un rayon identique et très proche de celui des billes :



Soit F l'effort axial transisant dans le roulement : $\vec{F} = -F\vec{x}$

Le roulement est composé de Z billes en acier.

On suppose que l'effort F_b transisant dans chaque bille est identique et on néglige les frottements aux différents contacts.

Dernière mise à jour	TD	Denis DEFAUCHY
05/12/2015	Théorie de Hertz	TD2

Etude théorique

Question 1: Donner la relation entre α et β

Question 2: Donner l'expression de r en fonction de R_i , R_e et β

Question 3: Exprimer la composante axiale F_x de l'effort transisant dans chaque bille en fonction de F et Z

Question 4: En déduire l'expression de l'effort normal F_b au contact de chaque bille avec chaque portée en fonction de F , Z et β

Question 5: Déterminer l'expression des rayons de courbure principaux R_i^1 , $R_i^{1'}$, R_i^2 , $R_i^{2'}$ au niveau du contact en P_1 de la bille (1 & 1') et de la bague intérieure (2 & 2') en fonction de r , r_i , R_i et β

Question 6: Déterminer l'expression des rayons de courbure principaux R_e^1 , $R_e^{1'}$, R_e^2 , $R_e^{2'}$ au niveau du contact en P_2 de la bille (1 & 1') et de la bague extérieure (2 & 2') en fonction de r , r_e , R_e et β

Dans la suite, les variables C correspondent à des courbures, r^h , m^h sont les coefficients relatifs au contacts ponctuels de surfaces quelconque de la théorie de Hertz, les coefficients k sont les coefficients matériaux de la théorie de Hertz.

Question 7: Donner l'expression du rapprochement δ_b^i de chaque bille par rapport à la bague intérieure au niveau du contact intérieur dans la direction $\vec{n}$ en fonction de r_i^h , m_i^h , C_i^1 , $C_i^{1'}$, C_i^2 , $C_i^{2'}$, k_i^1 , k_i^2 et F_b

Question 8: Donner l'expression du rapprochement δ_b^e de chaque bille par rapport à la bague extérieure au niveau du contact extérieur dans la direction $\vec{n}$ en fonction de r_e^h , m_e^h , C_e^1 , $C_e^{1'}$, C_e^2 , $C_e^{2'}$, k_e^1 , k_e^2 et F_b

Question 9: En déduire l'expression du rapprochement total entre bague intérieure et extérieure δ_b

Question 10: En déduire l'expression l'écrasement δ du roulement dans la direction de l'axe $\vec{x}$

Question 11: Montrer que la relation entre δ et F est du type $F = k\delta^{\frac{3}{2}}$ et donner l'expression littérale de k

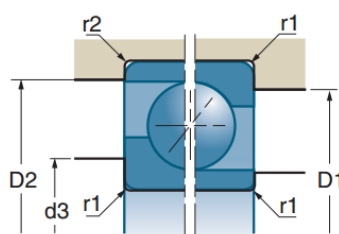
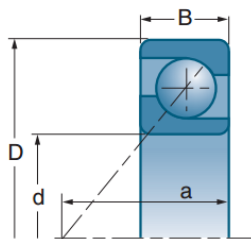
Dernière mise à jour	TD	Denis DEFAUCHY
05/12/2015	Théorie de Hertz	TD2

Choix d'un roulement

On choisit un roulement dans un catalogue SNR afin de réaliser un guidage en rotation à l'aide d'un montage en X pour un arbre de diamètre 15 mm et un alésage de 35 mm :

Suffixes

A	Conception interne optimisée avec cage polyamide
B	Angle de contact de 40°
BG	Angle de contact de 40° et appariement universel non préchargé
M	Cage en laiton usiné centrée sur les billes



d		D	B	a				
mm	Références	mm	mm	mm	10 ³ N	10 ³ N	tr/mn*	tr/mn*
15	7202 BA	35	11	16,0	8,0	4,4	16000	22000

	d3 min	D1 max	D2 max	r1 max	r2 max	
Références	mm	mm	mm	mm	mm	kg
7202 BA	19	31	32,0	0,6	0,3	0,045

Nous n'avons pas accès aux dimensions dont nous avons besoin, nous allons donc prendre des valeurs approchées. Pour cela, on suppose que

- l'épaisseur verticale e des deux bagues le long de l'axe vertical passant par le centre des billes vaut 3 mm
- Le centre des billes est au centre de la coupe Bagues-Billes
- L'écart ε tel que $r_i = r_e = r + \varepsilon$ vaut 0,1 mm
- $Z = 16$
- Billes et bagues sont en acier : $E = 200 \text{ GPa}$; $\nu = 0,3$

Dernière mise à jour	TD	Denis DEFAUCHY
05/12/2015	Théorie de Hertz	TD2

Question 12: Donner la valeur des angles α et β

Question 13: Déterminer le rayon des billes r

Question 14: Déterminer les rayons des cercles de contact des billes avec les portées R_i et R_e

Question 15: Déterminer la valeur numérique des rayons de courbure $R_i^1, R_i^{1'}, R_i^2, R_i^{2'}, R_e^1, R_e^{1'}, R_e^2$ et $R_e^{2'}$

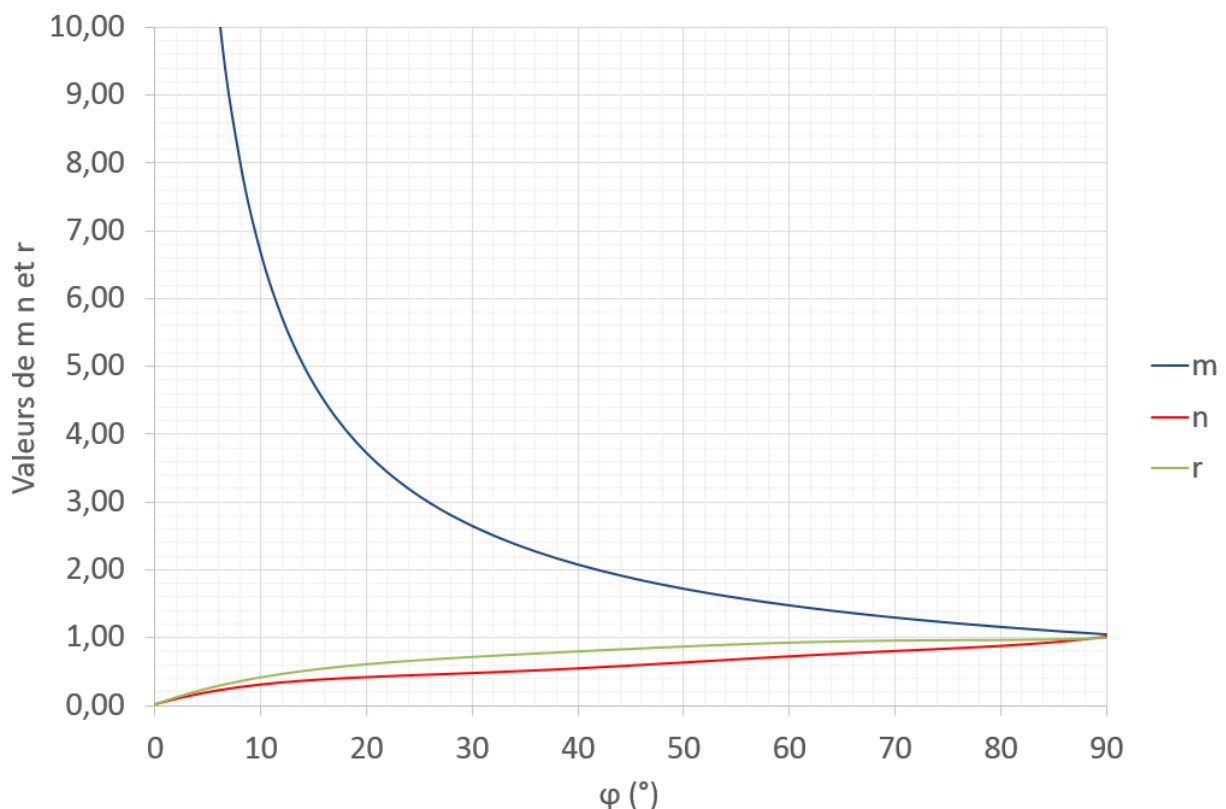
Question 16: En déduire les courbures $C_i^1, C_i^{1'}, C_i^2, C_i^{2'}, C_e^1, C_e^{1'}, C_e^2$ et $C_e^{2'}$

Question 17: Que peut-on dire des angles θ_i et θ_e correspondant à l'écart angulaire entre les plans contenant respectivement soit les courbures minimales, soit les courbures maximales de chaque pièce en contact

Question 18: En déduire les angles φ_i et φ_e nécessaire aux calculs de la théorie de Hertz

Question 19: Déterminer la valeur des coefficients k_i^1, k_i^2, k_e^1 et k_e^2

On donne la courbe donnant les valeurs de m, n et r ci-dessous.



Courbe recrée à partir d'une lecture graphique visuelle et interpolations (peut être imprécise)

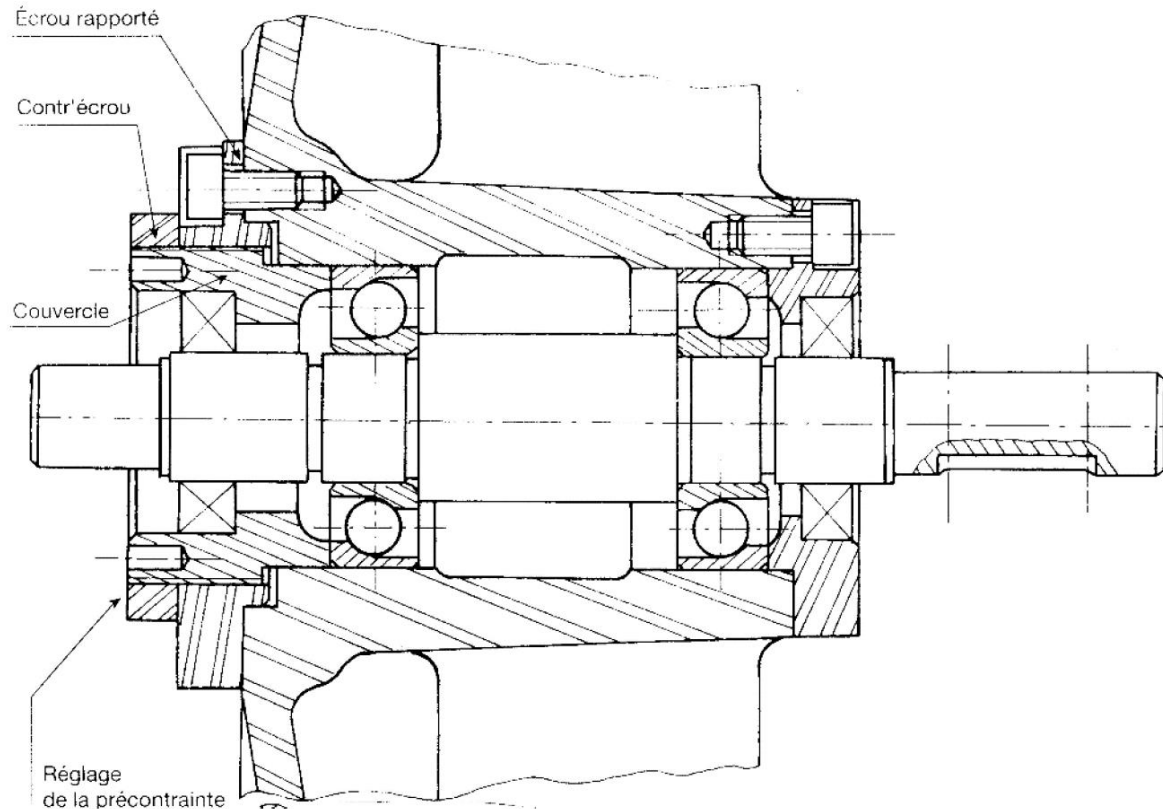
Question 20: Déterminer les coefficients $m_i^h, n_i^h, r_i^h, m_e^h, n_e^h$ et r_e^h

Question 21: Déterminer la valeur numérique de la raideur k du roulement

Dernière mise à jour	TD	Denis DEFAUCHY
05/12/2015	Théorie de Hertz	TD2

Application montage en X

On s'intéresse à un montage en X réalisé par deux roulements identiques dont les caractéristiques sont celles de l'étude que nous venons de mener.



Nous souhaitons que le montage ci-dessus présente un jeu négatif ou nul jusqu'à une force axiale sur l'arbre F de :

$$F = 10000 \text{ N}$$

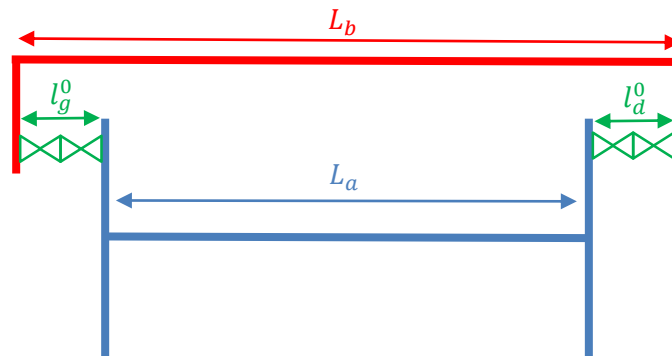
Pour cela, le couvercle est tourné jusqu'à ce qu'il vienne en contact avec la bague extérieure du roulement de gauche puis on règle la précontrainte à en continuant la rotation du couvercle en liaison hélicoïdale avec le bâti en imposant une rotation Ψ prédéterminée induisant un écrasement initial du montage E_i .

On donne le pas de la liaison hélicoïdale concernée : $p = 0,2 \text{ mm}$

On rappelle que chaque roulement se comporte comme un ressort particulier où : $F = k\delta^{\frac{3}{2}}$

Dernière mise à jour	TD	Denis DEFAUCHY
05/12/2015	Théorie de Hertz	TD2

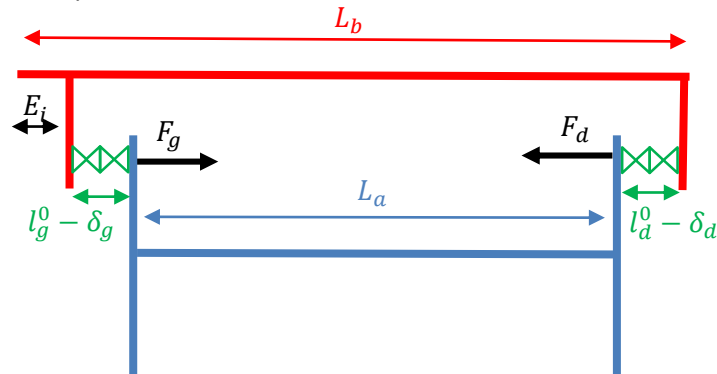
On propose le modèle suivant pour le montage de l'arbre non précontraint (ressorts à vide) :



Question 22: Etablir la relation liant L_b , l_g^0 , L_a et l_d^0

Supposons que l'on impose un écrasement E_i quelconque au montage.

Le modèle suivant permet de représenter cet écrasement :



Question 23: Etablir la nouvelle relation liant L_b , l_g^0 , L_a et l_d^0 et en déduire la relation liant δ_g , δ_d et E_i

Question 24: En appliquant le PFS à l'arbre axialement en résultante, montrer que $\delta_g = \delta_d = \delta_i$

Question 25: En déduire la valeur de l'écrasement initial de chaque roulement δ_i en fonction de E_i

Lorsque l'on applique un effort croissant sur l'arbre, l'un des roulements reprend de plus en plus de charge et celle de l'autre diminue. Le jeu apparaît lorsque celle qui diminue tombe à zéro, il y a alors décollement de l'un des roulements. On a alors l'intégralité de l'effort appliqué à l'arbre qui transite dans le roulement chargé.

Question 26: Compte tenu de l'écrasement initial des deux roulements δ_i et du déplacement imposé pour décharger complètement l'un d'eux δ_F , déterminer l'écrasement E_F du roulement au moment où il reprend entièrement l'effort F

Question 27: En déduire expression littérale et valeur numérique de l'écrasement E_i à imposer au montage pour respecter le cahier des charges

Dernière mise à jour	TD	Denis DEFAUCHY
05/12/2015	Théorie de Hertz	TD2

Question 28: En déduire la valeur de l'angle Ψ permettant de respecter le critère de résistance axiale du montage

Question 29: Déterminer la valeur de l'effort de précontrainte de chaque roulement lorsque l'arbre est préchargé

Question 30: Préciser le couple devant être appliqué pour le réglage et le rôle du contrécrou