

Dernière mise à jour	TD	Denis DEFAUCHY
05/12/2015	Théorie de Hertz	TD1

# Solides déformables en surface

## Théorie de Hertz

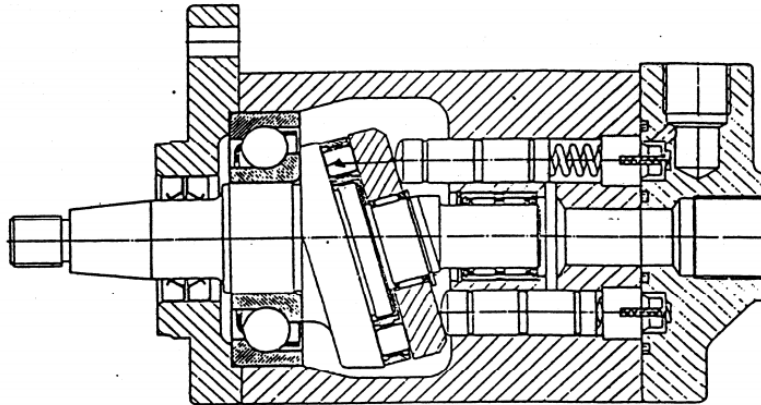
### **TD1**

#### *Déformations et pressions locales*

Programme - Compétences		
B213	MODELISER	Utiliser le modèle de Hertz (fourni) pour déterminer les déplacements et les pressions dans les contacts linéiques ou ponctuels ;

Dernière mise à jour	TD	Denis DEFAUCHY
05/12/2015	Théorie de Hertz	TD1

## Exercice 1: Pompe hydraulique



On appelle

- $P$  la pression de refoulement de la pompe hydraulique étudiée
- $\gamma$  l'angle entre la vertical et le plateau incliné sur lequel reposent les pistons
- $r$  le rayon des pistons
- $R$  le rayon de la partie sphérique au contact
- $N$  l'effort normal au contact Piston/Plateau

On suppose que toutes les pièces sont en acier et on négligera les frottements.

La pression de matage admissible vaut :  $P_{adm} = 100 \text{ MPa}$

**Question 1:** Réaliser un schéma cinématique minimal de la pompe en faisant apparaître les différentes données

**Question 2:** Déterminer l'effort normal au contact  $N$  entre un cylindre et le plan incliné en fonction de  $P$ ,  $r$  et  $\gamma$

**Question 3:** Déterminer l'expression de la pression maximale au contact en fonction de  $R$ ,  $E$ ,  $\nu$ ,  $P$  et  $\gamma$

**Question 4:** En déduire la valeur numérique de la pression maximale au contact

**Question 5:** Le dimensionnement du mécanisme à la pression au contact des pistons avec le plateau incliné est-il correct

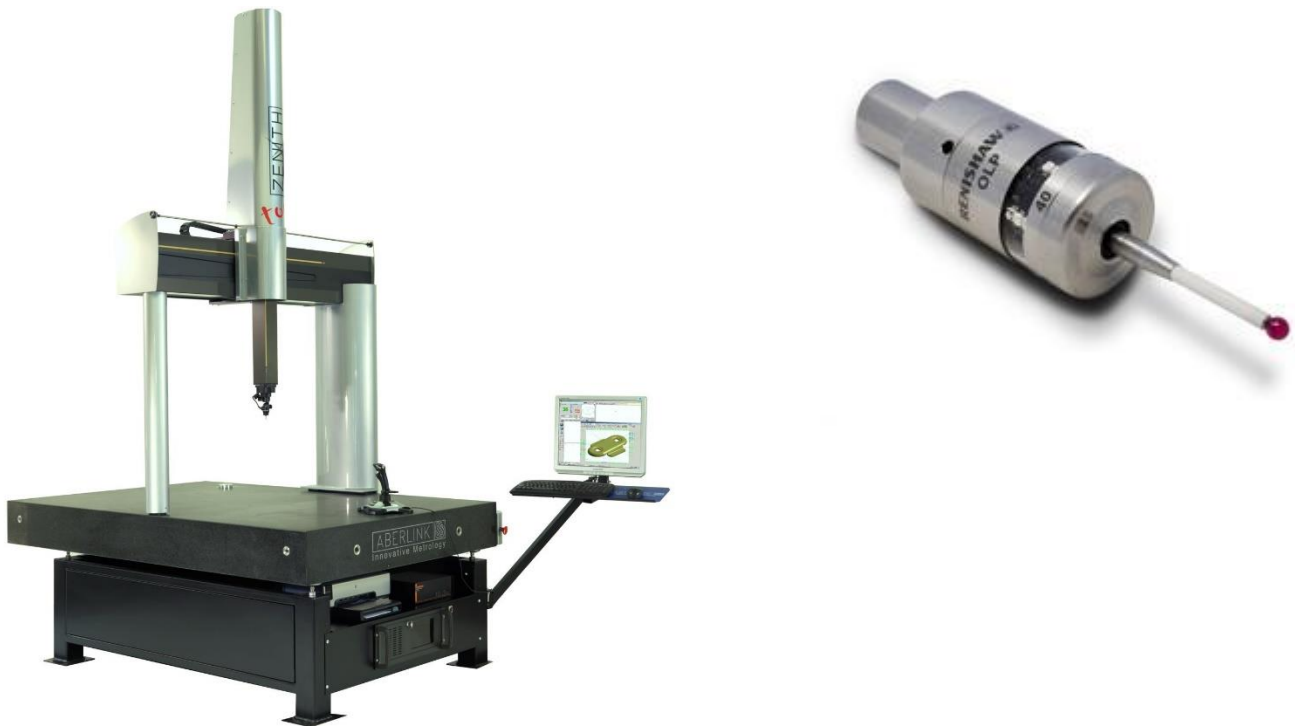
Données :

$$P = 1 \text{ bar} \quad ; \quad r = 5 \text{ mm} \quad ; \quad R = 20 \text{ mm} \quad ; \quad E = 200 \text{ GPa} \quad ; \quad \nu = 0,3 \quad ; \quad \gamma = 18^\circ$$

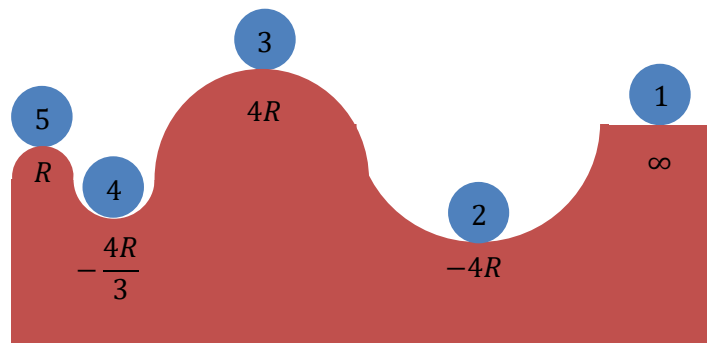
Dernière mise à jour	TD	Denis DEFAUCHY
05/12/2015	Théorie de Hertz	TD1

## Exercice 2: Palpeur de métrologie

On étudie un palpeur en métrologie permettant d'effectuer des mesures précises de la géométrie de surfaces en mettant en contact un palpeur avec la surface mesurée.



Le palpeur est un outil dont la zone de mesure est une sphère de rayon  $R$



On souhaite mesurer les altitudes exactes des différents extrema locaux de la surface ci-dessus. Cette surface est particulière, car autour de chaque extremum, les surfaces sont sphériques de rayons de courbure principaux identiques égaux à  $R'$ . Différentes valeurs de ces rayons sont directement précisées sur le profil concerné.

Dernière mise à jour	TD	Denis DEFAUCHY
05/12/2015	Théorie de Hertz	TD1

La mesure devant être précise (ordre de grandeur :  $10^{-2} \mu m$ ), il est nécessaire de maîtriser l'écrasement local au niveau des points de contact afin de corriger les valeurs mesurées. Ces écrasements dépendent en particulier de l'effort normal appliqué sur l'instrument de mesure. Par ailleurs, il nous faut respecter un critère de pression de matage inférieure à **100 MPa** afin de ne pas dégrader la matière au niveau du contact.

Nous allons donc étudier la pression au niveau du contact et le rapprochement relatif de la sphère avec la surface mesurée en fonction du rayon local de courbure.

Dans un premier temps, supposons une sphère de rayon  $R$  en contact avec une surface de révolution de rayon  $R'$  tel que :

$$R' = hR \quad ; \quad h \in \mathbb{R}$$

**Question 1: Déterminer le rapport  $r_i^P$  entre les pressions maximales au contact pour un contact entre la sphère de rayon  $R$  et la surface de rayon  $R'$  par rapport à un contact sphère/plan en fonction de  $h$**

**Question 2: Déterminer le rapport  $r_i^\delta$  entre les déplacements maximum au contact pour un contact entre la sphère de rayon  $R$  et la surface de rayon  $R'$  par rapport à un contact sphère/plan en fonction de  $h$**

**Question 3: Préciser le domaine de définition de ces deux fonctions**

Dans la suite, on s'intéresse aux cas rencontrés sur la figure avec les différents rayons de courbure proposés.

**Question 4: Déterminer les valeurs des rapports  $r_i^P$  et  $r_i^\delta$  pour les différentes positions de la surface étudiée**

Application numérique :

- Les deux solides sont en acier
- $R = 25 \text{ mm}$
- L'effort au contact vaut :  $N = 0,1 \text{ N}$

**Question 5: Déterminer la pression maximale au contact et l'écrasement dans le cas Sphère/Plan**

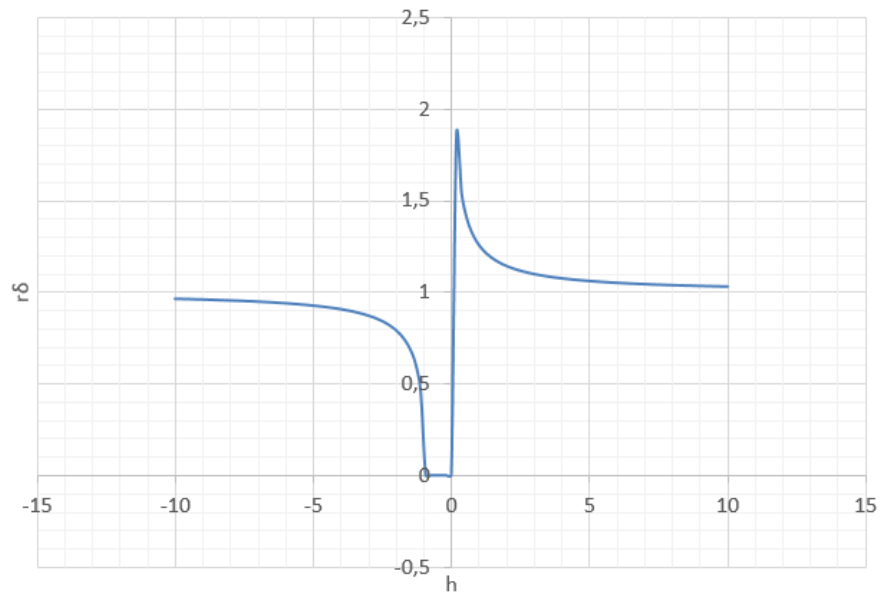
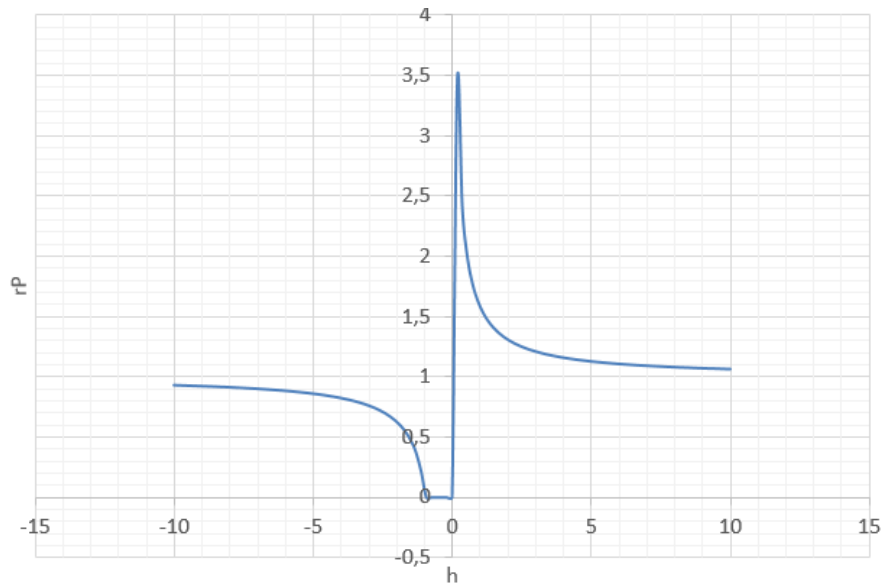
**Question 6: En déduire les pressions maximales et rapprochements aux différents contacts étudiés**

**Question 7: Compte tenu de la précision demandée, faut-il corriger les valeurs mesurées ?**

**Question 8: L'effort appliqué sur le palpeur  $N$  est-il adapté aux mesures demandées ?**

Dernière mise à jour	TD	Denis DEFAUCHY
05/12/2015	Théorie de Hertz	TD1

On donne les courbes d'évolution de  $r^P$  et  $r^\delta$  en fonction de  $h$  :



On a volontairement imposé des valeurs nulles sur l'intervalle hors du domaine de définition de ces fonctions.

**Question 9: Commenter ces courbes**