

## TD révision de mécanique

### Exercice 1 Véhicule à 3 roues « Clever » (PT SIA 13)

Le Clever est un démonstrateur technologique développé par un tissu d'industriels européens.

Le Clever se présente comme un véhicule à trois roues pouvant embarquer deux personnes assises en tandem. Il adopte une architecture pendulaire, c'est-à-dire qu'il se penche dans les virages.

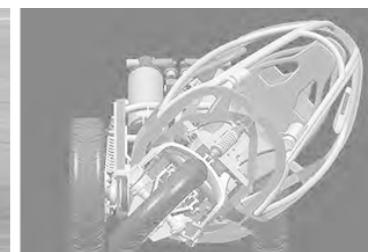
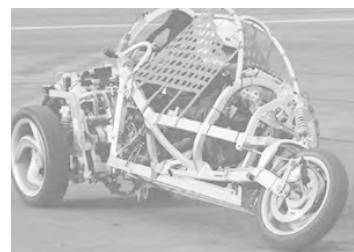


Le déplacement du centre de gravité qui en résulte lui confère une grande stabilité malgré une faible largeur du véhicule (légèrement inférieure à 1 m, contre 60 à 75 cm pour une moto, et 1,5 m pour une petite voiture).

Les sensations de conduite sont semblables à celle d'une moto mais avec un pilotage, à l'aide d'un volant, propre à un véhicule à 4 roues.

Du point de vue de l'architecture cinématique, le groupe motopropulseur est placé à l'arrière.

À l'avant, l'habitacle repose sur une roue de moto et pivote par rapport au bloc arrière autour d'une liaison pilotée par le biais de deux vérins hydrauliques.



L'inclinaison est contrôlée par un ordinateur de bord en fonction de l'angle au volant et de la vitesse.

#### Validation de la fonction technique « Modifier l'inclinaison de l'habitacle »

Pour simplifier l'étude, on ne s'intéresse pas à la roue avant, ce qui permet de se ramener au système schématisé suivant.

La route ( $R$ ) est munie du repère  $R_g = (O, \vec{x}_g, \vec{y}_g, \vec{z}_g)$ .

Le groupe motopropulseur (0) est animé d'un mouvement de rotation par rapport au sol dont le centre instantané de rotation est  $O$ .

Le rayon de courbure de la trajectoire du point C dans  $R_g$  est  $R$ .

Le repère lié à (0) est  $R_0 = (O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  tel que  $\vec{z}_0 = \vec{z}_g$  et on note  $\theta = (\vec{x}_g, \vec{x}_0) = (\vec{y}_g, \vec{y}_0)$ .

On a donc  $\overrightarrow{OC} = R \cdot \vec{x}_0$ . On remarque bien que  $R_0$  est mobile par rapport à  $R_g$ .

L'habitacle (1) est liée au groupe (0) par une liaison pivot d'axe  $(C, \vec{y}_0)$ .

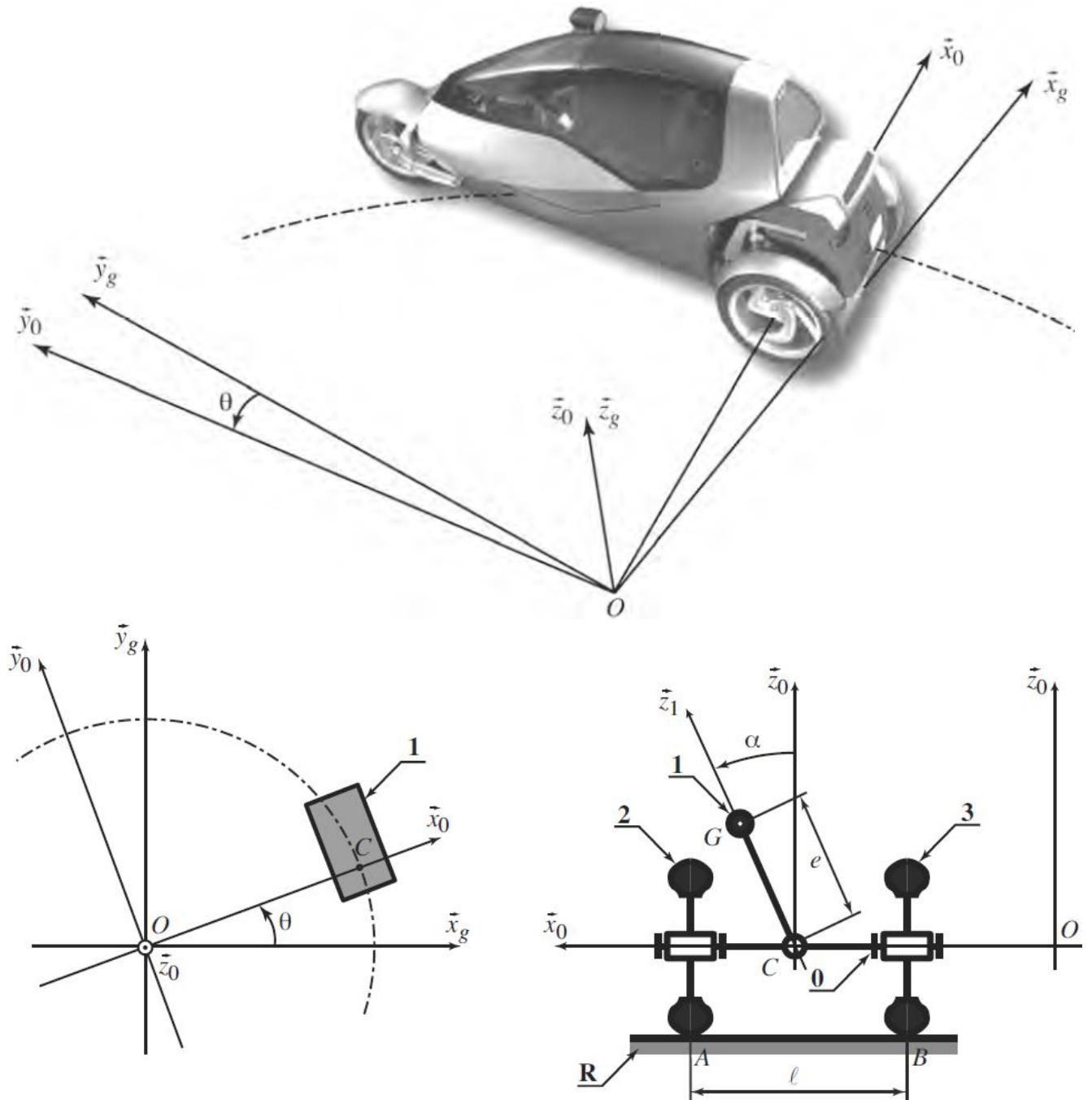
Le repère lié  $R_1 = (C, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$  est tel que  $\vec{y}_1 = \vec{y}_0$ .

On note  $\alpha = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{z}_0, \vec{z}_1)$  l'angle d'inclinaison du système pendulaire.

Le centre de gravité de (1) est  $G$  tel que  $\overrightarrow{CG} = e \cdot \vec{z}_1$ .

Les roues arrière (2) et (3) sont liées au groupe (0) par des liaisons pivots d'axe  $(C, \vec{x}_0)$ .

Les contacts entre les roues (2) et (3) et la route R ont lieu en A et B définis par  $\overrightarrow{CA} = (l/2).\vec{x}_0 - r.\vec{z}_0$  et  $\overrightarrow{CB} = -(l/2).\vec{x}_0 - r.\vec{z}_0$ .



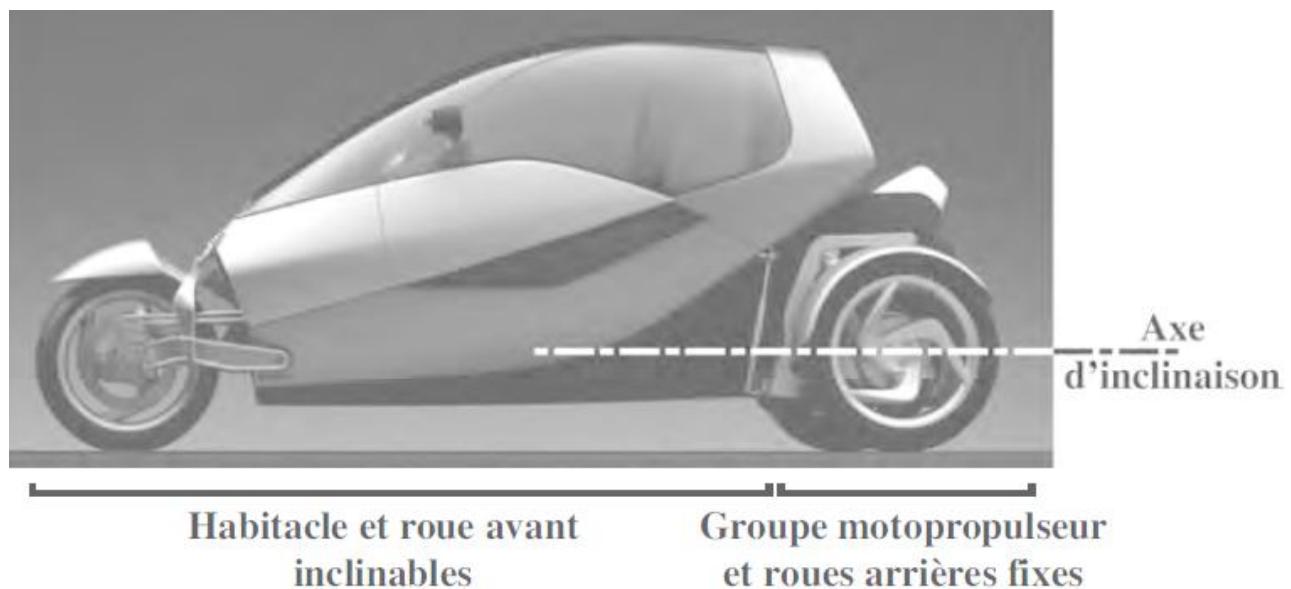
On se place dans le cas où le rayon de courbure R de la trajectoire du point C est constant.

### Question 1

Déterminer au point G le torseur cinématique du mouvement du solide (1) par rapport à la route  $R_g$ .

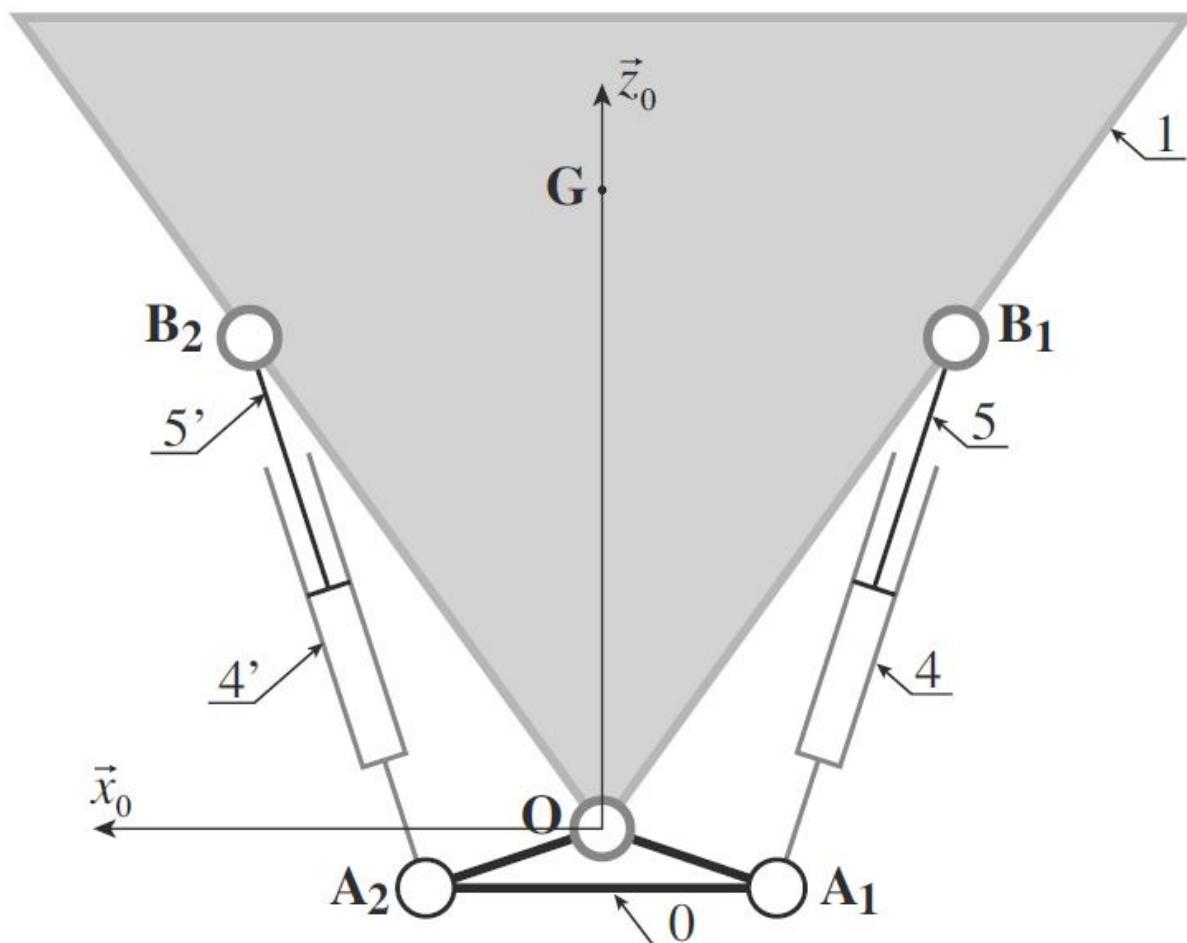
## Validation de la fonction technique « Modifier l'inclinaison de l'habitacle »

Le groupe motopropulseur, comportant entre autres le moteur et les roues arrière, reste en permanence perpendiculaire au sol. La partie avant, constituée de l'habitacle et de la roue avant, peut au contraire s'incliner dans les virages grâce à un mécanisme hydraulique. Les deux parties du Clever sont reliées par une liaison pivot d'axe parallèle au sol.



## Validation des caractéristiques principales de la pompe et du vérin

Le schéma cinématique du système de transformation de mouvement est précisé sur la figure suivante.



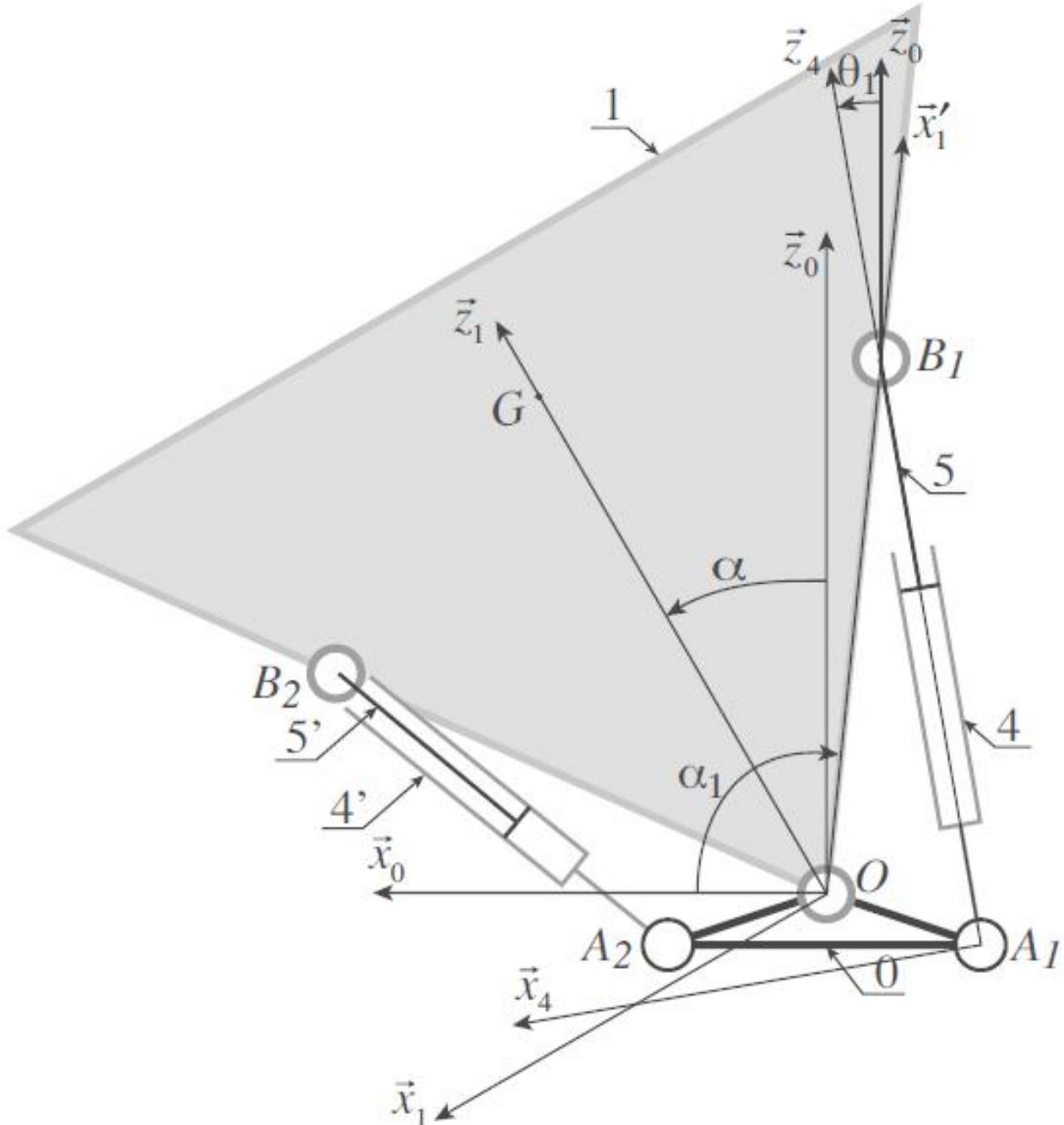
## Détermination de la loi entrée/sortie géométrique de l'adaptateur mécanique

On suppose que le mécanisme étudié admet  $(O, \vec{z}_0, \vec{x}_0)$  comme plan d'étude.

Le modèle cinématique adopté est précisé par le schéma cinématique, sur laquelle sont aussi représentées les données géométriques et les paramètres de mouvements qui seront utilisés dans la question suivante afin de simplifier l'étude.

$$\alpha = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{z}_0, \vec{z}_1) \quad \alpha_1 = (\vec{x}_0, \vec{x}'_1) = (\vec{z}_0, \vec{z}'_1) \quad \theta_1 = (\vec{x}_0, \vec{x}_4) = (\vec{z}_0, \vec{z}_4)$$

$$\overrightarrow{OA_1} = -a\vec{x}_0 - b\vec{z}_0 \quad \overrightarrow{A_1B_1} = \lambda_1 \cdot \vec{z}_4 \quad \overrightarrow{OB_1} = L \cdot \vec{x}'_1$$



### Question 2

En écrivant la fermeture géométrique, déterminer 2 équations scalaires reliant  $\alpha_1$ ,  $\theta_1$  et  $\lambda_1$ .

En déduire  $\lambda_1$  en fonction de  $\alpha_1$  et des constantes du mécanisme.

## Exercice 2 : Simulateur de vol (ICNA 2012)

### Intérêt et principe de fonctionnement des simulateurs de vol

L'apprentissage du pilotage ou la qualification des pilotes sur un nouveau type d'appareil requiert de nombreuses heures de formation « en situation ».

A cet effet, le simulateur de vol se substitue avantageusement au vol réel, tant au niveau du coût de la formation que de l'étendue des situations qui peuvent être reproduites en toute sécurité.

Dans un simulateur, le pilote est isolé du monde extérieur et perçoit uniquement les informations que le simulateur lui communique.



Pour donner la sensation au pilote qu'il est dans un avion réel, le simulateur agit sur 3 aspects :

1. Donner une vue de l'extérieur qui est le résultat de la simulation de vol. Ce résultat est visualisé sur des écrans LCD sensés représenter ce que l'on voit au travers des fenêtres du cockpit. Il y a cependant deux lacunes à cette perception : elle est lente et ne permet pas de sentir physiquement les effets de l'accélération.
2. Faire subir au pilote les effets de l'accélération. Cette accélération est perçue par le système vestibulaire humain (cavité de l'oreille interne), un peu dans son intensité, mais surtout dans son orientation. Le simulateur devra donc s'orienter pour donner au pilote la sensation qu'il accélère.
3. La sonorisation reproduit exactement les bruits perçus dans le cockpit (bruit de moteur, bruit de l'air...).

La cinématique des simulateurs les plus complets est basée sur un hexapode (ou plate-forme de Stewart) doté de 6 axes. Ces simulateurs permettent de reproduire :

- ✓ les mouvements angulaires de roulis, tangage et lacet ;
- ✓ les déplacements longitudinaux, transversaux et verticaux.

Une solution moins coûteuse consiste à n'installer que 3 axes, de façon à ne reproduire que les mouvements principaux de l'avion : roulis, tangage et déplacement vertical. C'est le principe du simulateur FLY-HO de la société 6mouv.

Extrait du Cahier des charges du simulateur 3 axes « FLY-HO » :

Fonction « Reproduire les sensations d'un avion en vol »

Critère	Niveau
Angles roulis et tangage du cockpit	+/- 0,35 rad (soit +/-20°)
Débattement vertical du cockpit	42 cm
Vitesses angulaires du cockpit	0,45 rad/s (soit 25°/s)
Vitesse verticale du cockpit	47 cm/s
Seuil de perception des accélérations	0,01 g

## Etude de la fonction : « Lier le cockpit au sol par une structure à 3 Degrés De Liberté »

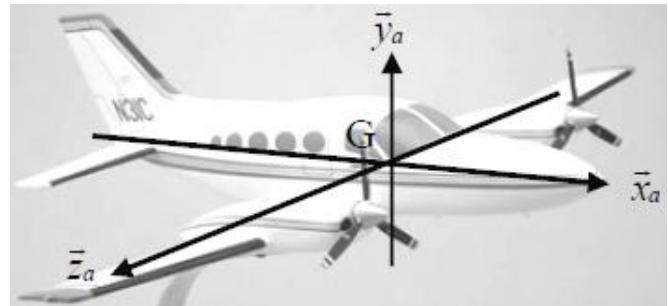
Le modèle FLY-HO, simulateur 3 axes, reproduit les sensations des principales phases de vol (accélération, décélération, décollage, atterrissage, virages, pertes d'altitude, touché des roues, etc.), en s'appuyant sur 3 des mouvements principaux de l'avion.

Roulis : rotation autour de l'axe ( $G, \vec{x}_a$ )

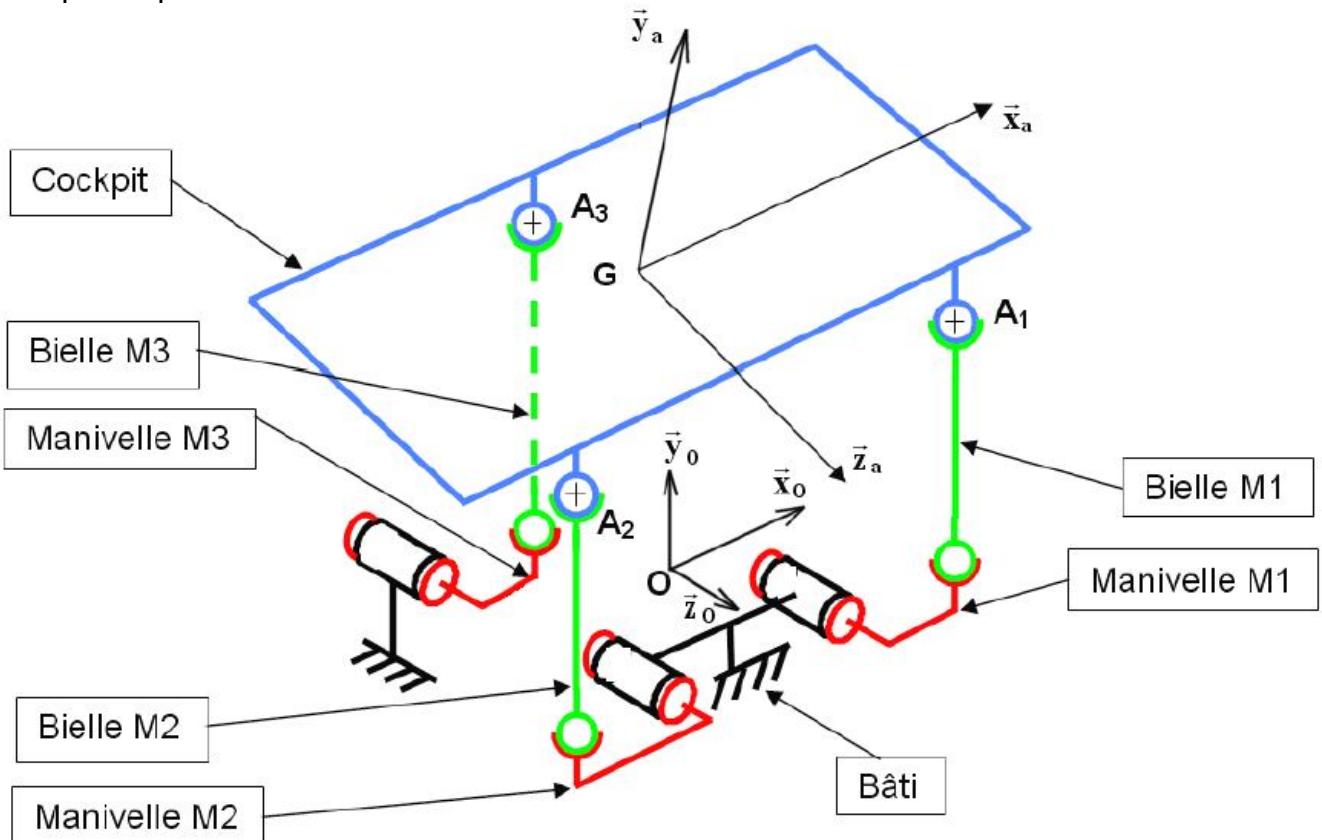
Tangage : rotation autour de l'axe ( $G, \vec{z}_a$ )

Déplacement vertical suivant  $\vec{y}_a$ .

La figure suivante représente le schéma cinématique spatial du simulateur.



Les bras arrière et avant du simulateur n'ont pas été représentés, ils servent à assurer la liaison du cockpit avec le bâti ; ils ne sont pas motorisés et ne participent pas à la mise en mouvement du cockpit. Les moteurs associés à chacun des axes M1, M2 et M3 ne sont pas non plus représentés.



$(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  est la base liée au bâti fixe ;  $\vec{y}_0$  est vertical ascendant ;  $(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  est un repère galiléen ;  $(\vec{x}_a, \vec{y}_a, \vec{z}_a)$  est la base liée au cockpit.

Hypothèse : Le point G, centre d'inertie du pilote est supposé immobile pour les mouvements de roulis et de tangage.

On note : Y+ : le déplacement vertical d'un point Ai suivant l'axe des  $\vec{y}_0$  positifs.

Y- : le déplacement vertical d'un point Ai suivant l'axe des  $\vec{y}_0$  négatifs.

**Question 1**

Faire le graphe de structure

**Question 2**

Reproduire et compléter le tableau des mouvements du cockpit ci-dessous en indiquant les déplacements des points  $A_i$  (centres des rotules) :

	Déplacement vertical >0	Roulis >0	Tangage >0
$A_1$	$Y+$		
$A_2$			
$A_3$			

**Analyse de la Fonction « Mettre en mouvement du cockpit »**

On cherche à exprimer la translation du vérin en fonction de la rotation de la cabine.

Paramétrage :

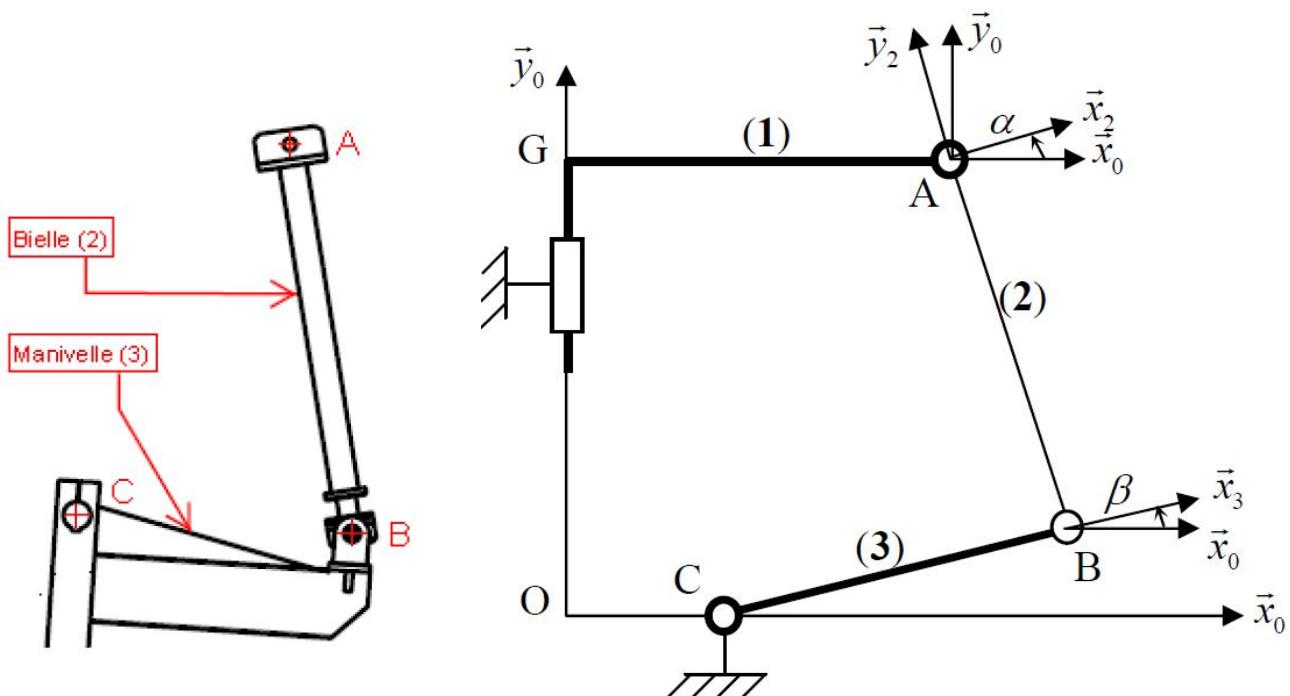
Le Cockpit (1) est supposé ici en liaison glissière avec le bâti tel que  $\overrightarrow{OG} = y \cdot \vec{y}_0$ .

Le Moto-Réducteur (M) entraîne en rotation la manivelle (3) autour de l'axe ( $C, \vec{z}_0$ ) tel que

$$(\vec{x}_0, \vec{x}_3) = \beta \text{ et on note } \dot{\beta} = \frac{d\beta}{dt}.$$

La bielle (2) est liée au cockpit (1) et à la manivelle (3) par des liaisons pivot d'axe ( $B, \vec{z}_0$ ) et ( $A, \vec{z}_0$ ) avec  $(\vec{x}_0, \vec{x}_2) = (\vec{y}_0, \vec{y}_2) = \alpha$ .

Enfin on pose :  $\overrightarrow{CB} = d \cdot \vec{x}_3$        $\overrightarrow{BA} = b \cdot \vec{y}_2$        $\overrightarrow{OC} = c \cdot \vec{x}_0$        $\overrightarrow{GA} = a \cdot \vec{x}_0$



**Question 3**

Ecrire la fermeture géométrique de la chaîne de solide (0), (1), (2) et (3), en déduire les 2 équations liant  $y$ ,  $\beta$  et  $\alpha$  puis l'expression de  $y$  en fonction de  $\beta$ .

**Question 4**

Déterminer au point A, le torseur cinématique du solide (1) dans son mouvement par rapport au bâti (0).

**Question 5**

Déterminer au point B, le torseur cinématique du solide (3) dans son mouvement par rapport au bâti (0).

**Exercice 3 Réducteur de drone quadrimoteur (ICNA 11)**

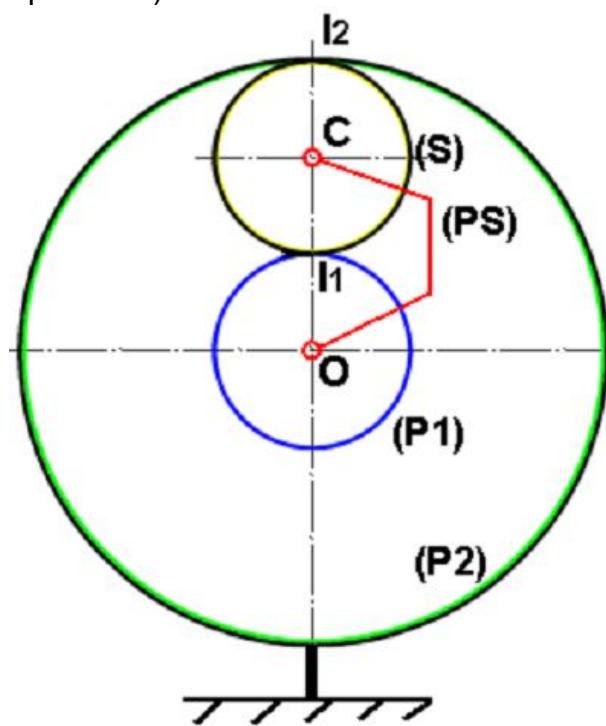
On étudie le réducteur épicycloïdal d'un drone quadrimoteur.



Réducteur épicycloïdal Multiplex en vue observé axiale



Schéma cinématique (un seul satellite représenté)



Le planétaire P1 est lié à l'arbre moteur ; le porte-satellites PS est lié à l'hélice ; le planétaire P2 est lié au corps du quadrirotor considéré fixe dans ce paragraphe.

On donne :  $Z_{P1} = 19$ ,  $Z_s = 12$ ,  $Z_{P2} = 43$

**Question**

Exprimer le rapport de transmission  $K_2 = \frac{\omega_{PS/P2}}{\omega_{P1/P2}}$ , en fonction des nombres de dents  $Z_{P1}$  et  $Z_{P2}$ . Faire l'application numérique.

## Exercice 4

### Système de levage (CCP MP 11)

Le système de levage permet de soulever les rames de tramway afin de réaliser l'entretien et les réparations. Ces colonnes de levage sont des unités indépendantes mobiles que l'on peut déplacer manuellement grâce à des roues escamotables.

Elles sont constituées d'un chariot de levage guidé par 4 galets roulant à l'intérieur d'une colonne (rails en tôle pliée). L'entraînement du chariot se fait par une vis à filet trapézoïdal, mise en rotation par un moteur-réducteur-frein asynchrone. On met en place les colonnes au niveau de la plateforme du tramway à soulever, aux endroits prévus à cet effet.



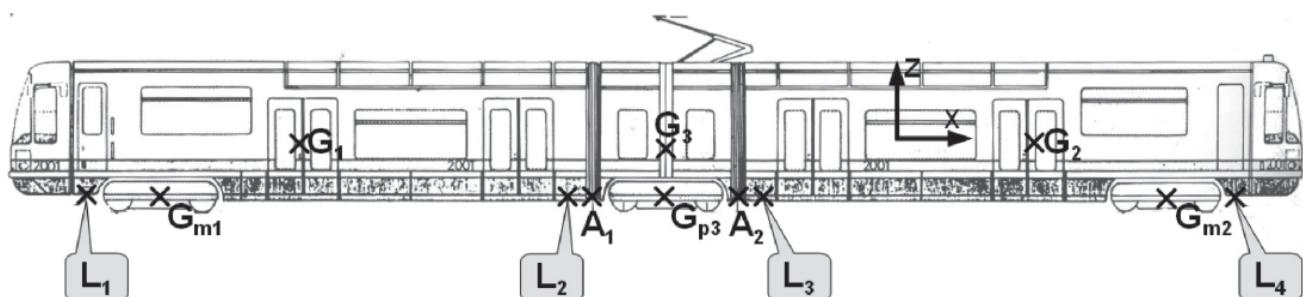
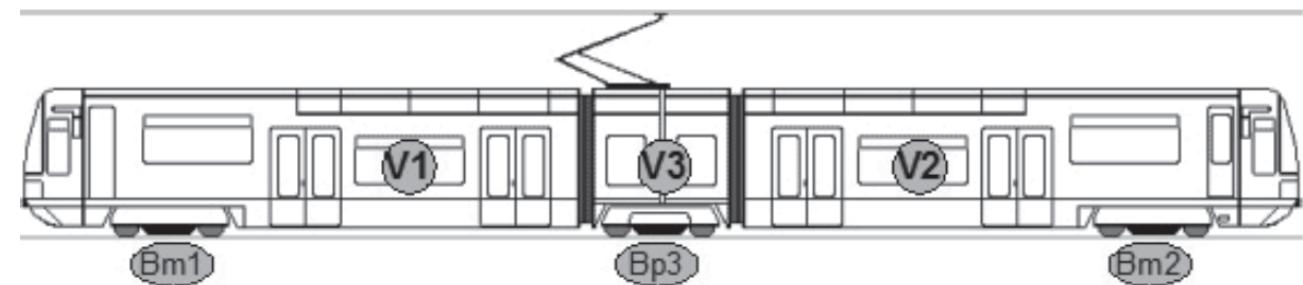
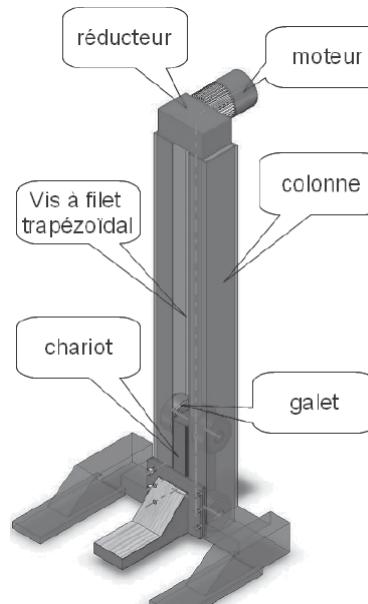
Vérification du critère de charge maximale : soulever un tramway

**Objectif :** déterminer la valeur de la charge soulevée par chaque colonne.

On rappelle que pour soulever une rame complète de tramway, on utilise 8 colonnes, soit 4 colonnes réparties identiquement de chaque côté du tramway.

Le tramway est un véhicule articulé constitué de six éléments ayant des masses différentes. Ainsi, chaque colonne ne soulèvera pas la même charge.

L'étude suivante consiste à déterminer la charge soulevée par chaque colonne, donnée essentielle à connaître afin de régler les paramètres de commande de ces unités de levage.



Tramway de masse totale 44,6 tonnes

Bm1 et Bm2 : bogies moteurs de masse 5,9 tonnes chacun,

Bp3 : bogie porteur de masse 4,3 tonnes

V1 et V2 : voitures motrices de masse 12,7 tonnes chacune (sans bogie)

V3 : voiture d'articulation de masse 3,1 tonnes (sans bogie)

Modèle retenu :

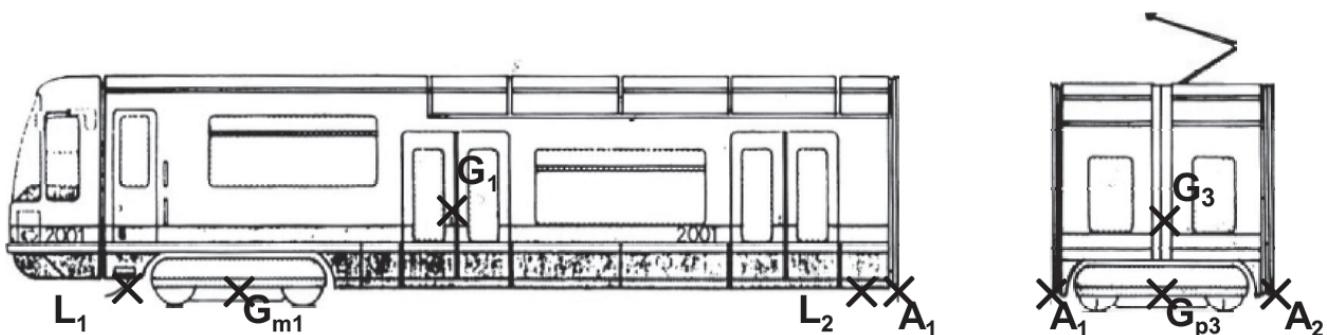
- ✓ Système isolé : tramway complet.
- ✓ Le plan  $(G_3, \vec{x}, \vec{y})$  étant plan de symétrie pour les efforts et la géométrie, on se limite à une étude plane. Le vecteur unitaire  $\vec{y}$  est vers l'arrière du dessin.
- ✓ Les diverses actions mécaniques dues à la pesanteur sont modélisées par des glisseurs de résultantes  $\vec{P}_i = P_i \cdot \vec{z}$  aux centres de gravité  $G_i$  des six éléments différents. On prendra  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ .
- ✓ Les actions mécaniques dues aux colonnes de levage sont modélisées par des glisseurs de résultantes  $\vec{F}_i = F_i \cdot \vec{z}$  aux points de levage  $L_1, L_2, L_3$  et  $L_4$ .
- ✓ Les voitures motrices V1 et V2 sont articulées (liaisons sphériques) respectivement aux points  $A_1$  et  $A_2$  avec la voiture d'articulation centrale V3.
- ✓ L'action mécanique due à une articulation entre deux voitures  $i$  et  $j$  sera modélisé par un glisseur de résultante  $\vec{R}_{i \rightarrow j}$  au centre de l'articulation.

Données :  $\overrightarrow{L_1 G_{m1}} \cdot \vec{x} = \overrightarrow{G_{m2} L_4} \cdot \vec{x} = 1980 \text{ mm}$  ;  $\overrightarrow{L_1 G_1} \cdot \vec{x} = \overrightarrow{G_2 L_4} \cdot \vec{x} = 5510 \text{ mm}$  ;  
 $\overrightarrow{L_1 L_2} \cdot \vec{x} = \overrightarrow{L_3 L_4} \cdot \vec{x} = 12505 \text{ mm}$  ;  $\overrightarrow{L_1 A_1} \cdot \vec{x} = \overrightarrow{A_2 L_4} \cdot \vec{x} = 13280 \text{ mm}$  ;  
 $\overrightarrow{A_1 A_2} \cdot \vec{x} = 3300 \text{ mm}$  ;  $\overrightarrow{A_1 G_3} \cdot \vec{x} = \overrightarrow{A_1 G_{p3}} \cdot \vec{x} = 1650 \text{ mm}$

Le plan  $(G_3, \vec{x}, \vec{y})$  étant aussi plan de symétrie pour les efforts et la géométrie, on se limite à l'étude des deux voitures (avec leurs bogies) {V1,Bm1} et {V3,Bp3}.

### Question 1

*Reproduire schématiquement la figure suivante et représenter les vecteurs des actions mécaniques extérieures (en phase de levage) agissant sur les deux voitures isolées (avec bogies) {V1,Bm1} et {V3,Bp3} en respectant directions et sens.*

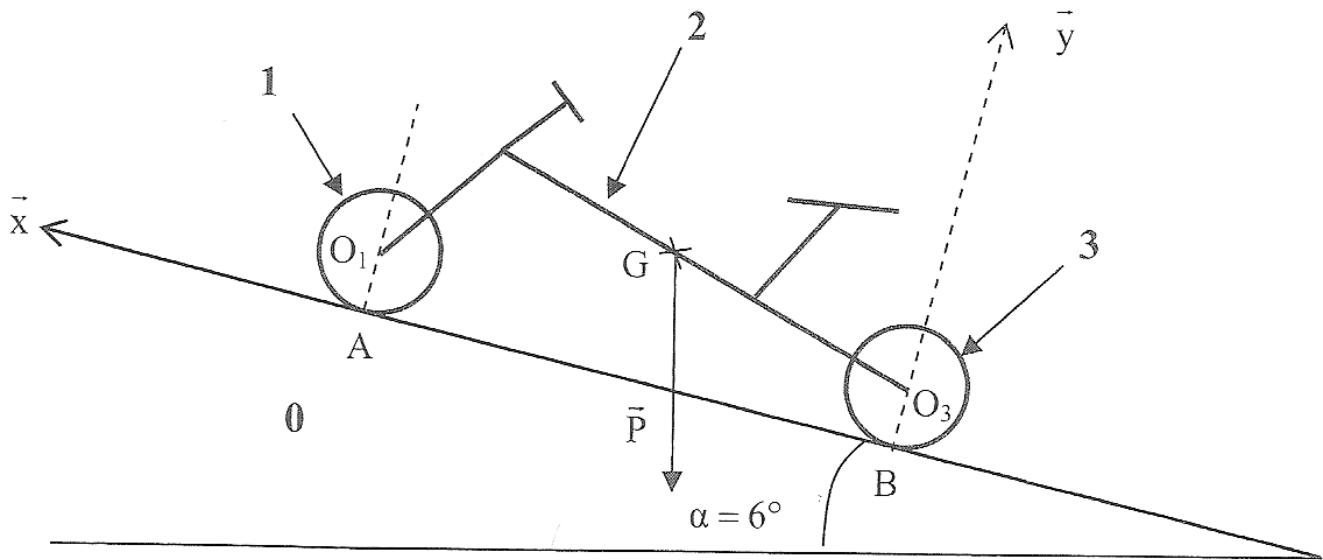


### Question 2

*Exprimer les actions mécaniques des colonnes de levage en  $L_1$  et  $L_2$ , en fonction des grandeurs géométriques et des poids des différents éléments du tramway. Calculer ces actions mécaniques. (Chacune de ces actions est supportée identiquement par deux colonnes).*

## Exercice 5 Scooter sur une pente

Le modèle ci-dessous représente un scooter lors d'une monté (roue arrière motrice).



$O_1$  est le centre de la liaison pivot entre (2) et (1).

$O_3$  le centre de la liaison pivot entre (2) et (3).

$$\overrightarrow{AG} = -a \cdot \vec{x} + b \cdot \vec{y} \quad \overrightarrow{BG} = c \cdot \vec{x} + b \cdot \vec{y}$$

Masse du scooter et de l'utilisateur :  $M = 185 \text{ kg}$

Coefficient de résistance au glissement du pneu/sol :  $f = 0,5$

Accélération de la pesanteur :  $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$

Rayon des roues :  $R = 245 \text{ mm}$ .

### Questions

- Déterminer l'expression littérale du couple moteur  $C$  assurant l'équilibre de l'ensemble (scooter + utilisateur).

Application numérique :  $a = 850 \text{ mm}$ ,  $b = 600 \text{ mm}$ ,  $c = 400 \text{ mm}$ .

- Déterminer l'expression littérale de la valeur du couple  $C_{\max}$  maximum avant dérapage de la roue arrière. Effectuer l'application numérique.

**Exercice 6.****Chariot transporteur mural.**

Un dispositif de transport de charge rectiligne est constitué d'un chariot (2) en déplacement sur un socle mural (1). Le socle (1) est constitué d'une tige circulaire T<sub>1</sub> et d'un plan vertical P<sub>1</sub>. Le chariot (2) est guidé sur le socle par :

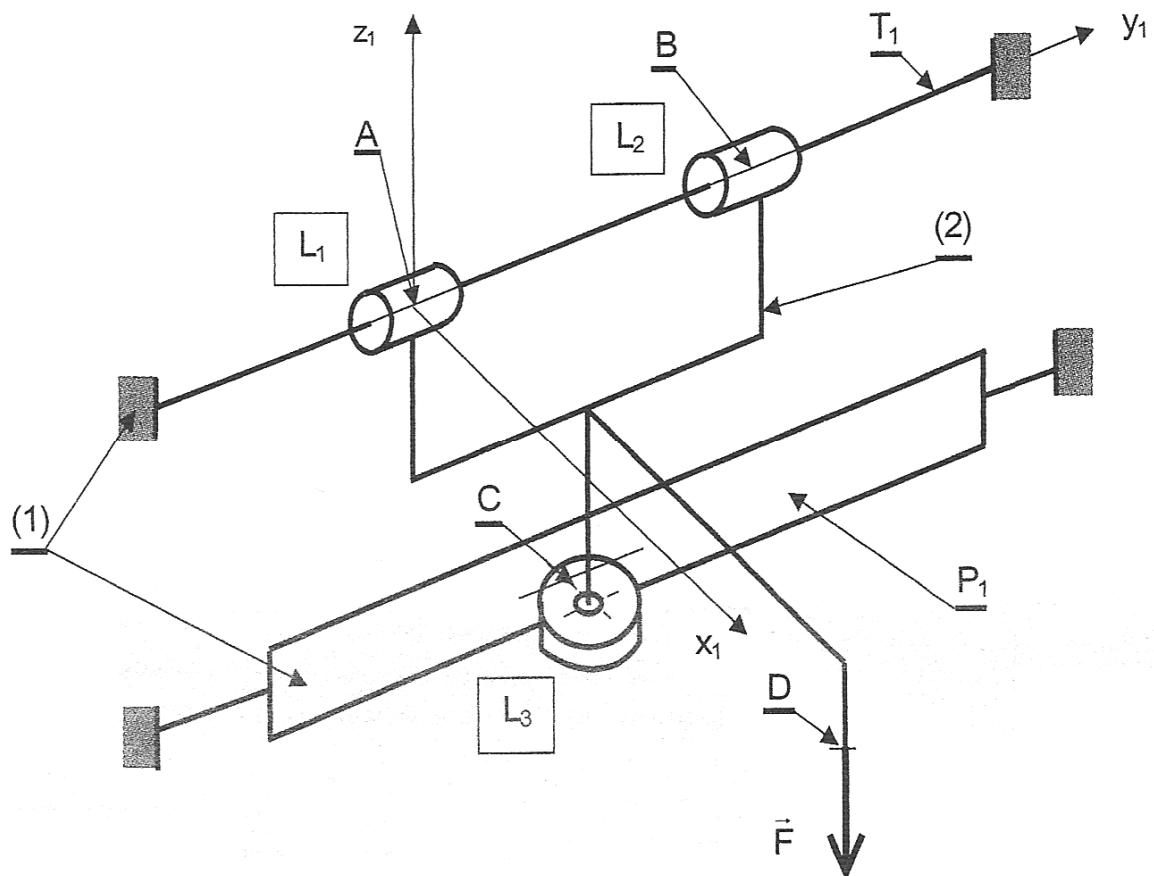
- ✓ deux douilles à billes L<sub>1</sub> en A et L<sub>2</sub> en B d'axe horizontal coulissant sur la tige T<sub>1</sub>
- ✓ un roulement à rotule à billes L<sub>3</sub> en C d'axe vertical et en appui sur le plan P<sub>1</sub>.

La charge pesante appliquée en D est telle que  $\vec{F} = -3000\vec{z}_1$  (en N). L'ensemble mobile est en translation uniforme. On ne tient pas compte des effets d'inertie et le poids propre du chariot est négligé devant celui de la charge. On suppose les liaisons parfaites.

Les composantes des actions du carter sur les roulements sont notées X<sub>A</sub>, Y<sub>A</sub>, Z<sub>A</sub>, L<sub>A</sub>..., X<sub>B</sub>, Y<sub>B</sub>...

En vue du dimensionnement des éléments roulants, on se propose de calculer les actions de liaison en A, B et C. en fonction de la charge F et de la position verticale z de son point d'attache D.

Les diverses positions sont définies, dans la base B<sub>1</sub>,  $\overrightarrow{AB} = (0, 200, 0)$ ,  $\overrightarrow{AC} = (0, 100, -300)$  et  $\overrightarrow{AD} = (400, 100, z)$ . Les cotes sont en millimètres.

**Questions.**

1. On modélise les liaisons L<sub>1</sub> et L<sub>2</sub> par des pivots glissants et L<sub>3</sub> par une liaison linéaire rectiligne. Ecrire les torseurs statiques et faire le bilan des équations et des inconnues.
2. On modélise les liaisons L<sub>1</sub> et L<sub>2</sub> par des linéaires annulaires et L<sub>3</sub> par une liaison ponctuelle. Appliquer le PFS au point A, en déduire les inconnues de liaison.