

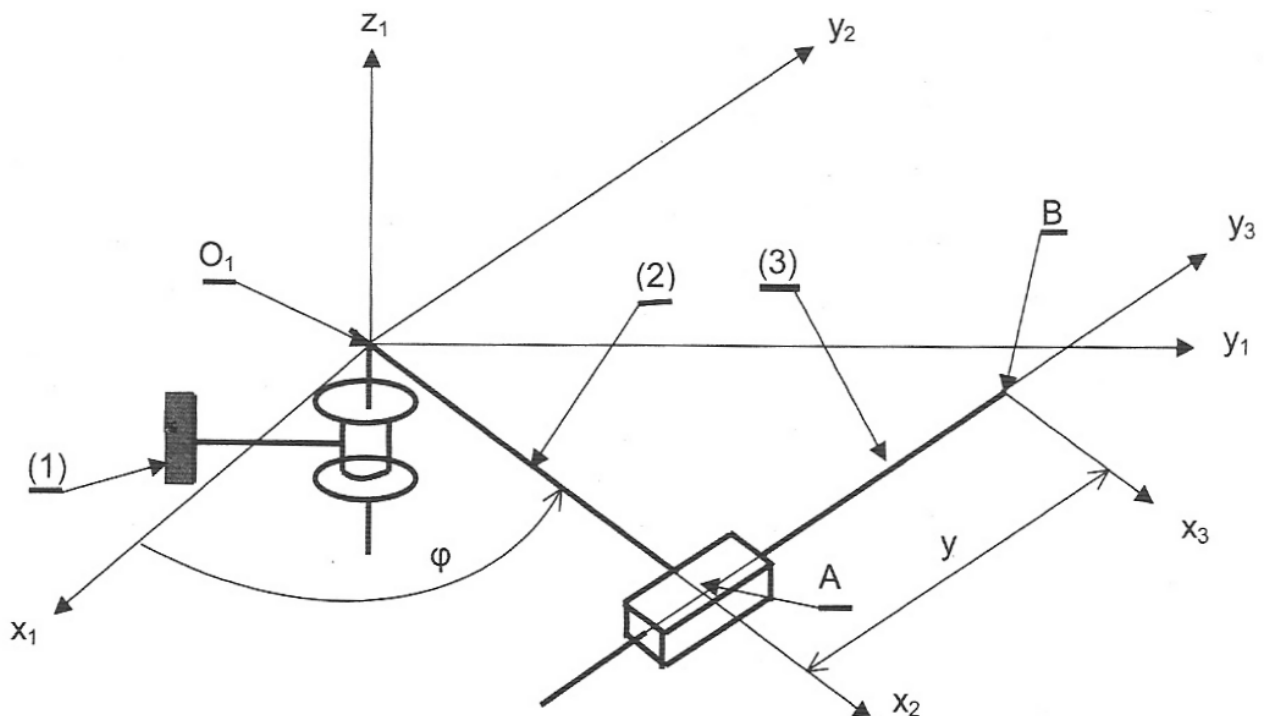
TD cinématique du solide : Position d'un solide

Exercice 1 : Robot manipulateur 2 axes.

Le robot manipulateur représenté ci-dessous possède deux degrés de liberté :

- ✓ Une rotation du corps (2) par rapport au socle (1) (liaison pivot) d'axe (O_1, \vec{z}_1) et d'angle φ .
- ✓ Une translation du bras (3) par rapport à (2) (liaison glissière) située en A et de direction \vec{y}_3 . Cette translation est paramétrée par la distance y entre A et B.

On donne : $\vec{O_1A} = a \cdot \vec{x}_2$ $\vec{AB} = y \cdot \vec{y}_3$ (Les repères R_2 et R_3 sont parallèles).



Questions

1. Tracer la figure de changement de base.
2. Déterminer la position du point B dans la base $(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$
3. Déterminer la condition pour que le point B se déplace sur la droite (O_1, \vec{y}_1) .

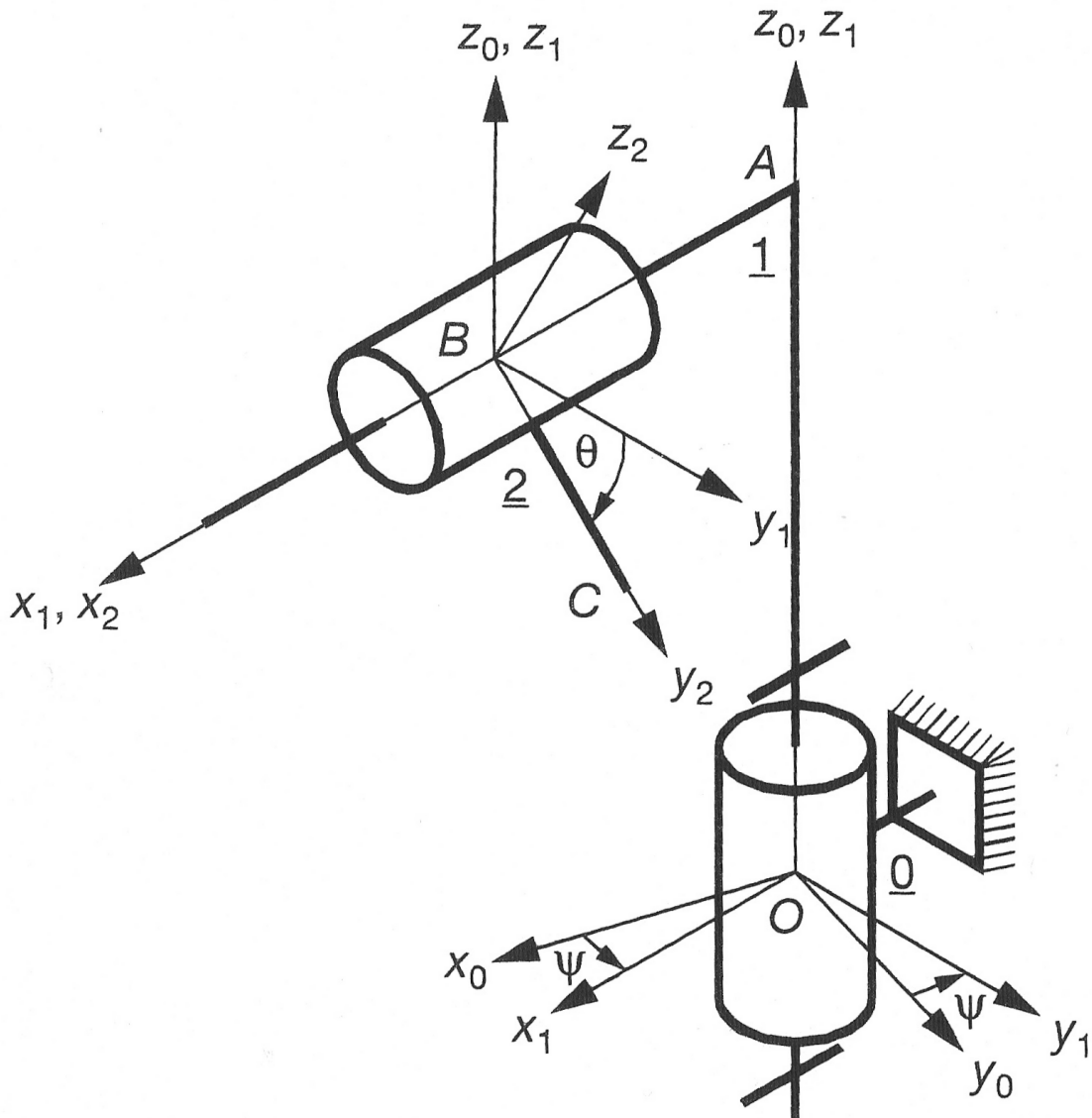
Exercice 2 : Robot manipulateur 3 axes.

Un robot est constitué :

- ✓ D'un bâti (0).
- ✓ D'un solide (1) animé d'un mouvement de rotation par rapport à (0).
- ✓ D'un solide (2) animé d'un mouvement de rotation et de translation par rapport à (1).

On pose $\overrightarrow{OA} = a \cdot \vec{z}_0$ $\overrightarrow{AB} = x \cdot \vec{x}_1$ et $\overrightarrow{BC} = b \cdot \vec{y}_2$,

Le point B appartient au solide (2)



Questions.

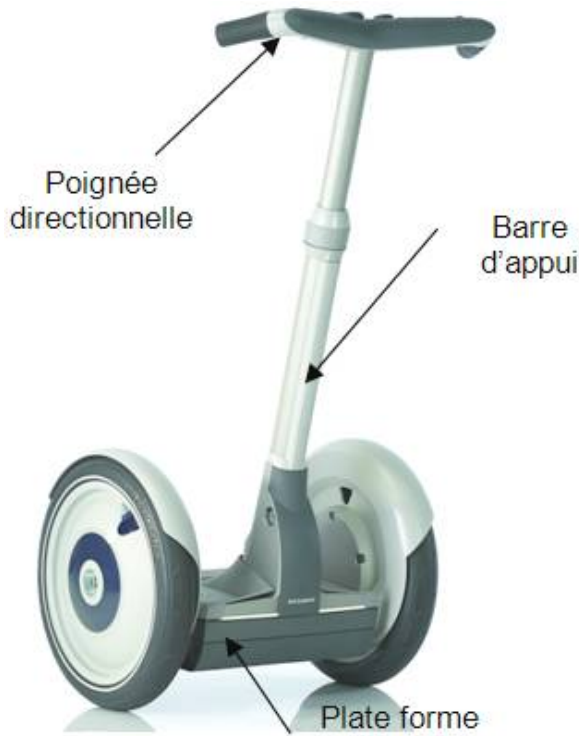
1. Tracer les figures de changement de base.
2. Déterminer la position du point C dans la base $(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$

Exercice 3 : Segway (Centrale PSI 05)

Le support de l'étude est le véhicule auto balancé Segway®.

Il s'agit d'un moyen de transport motorisé qui permet de se déplacer en ville.

En termes de prestations, il est moins rapide qu'une voiture ou qu'un scooter, plus maniable, plus écologique, moins encombrant et nettement plus moderne.



La conduite du Segway[®] se fait alors par inclinaison du corps vers l'avant ou vers l'arrière, afin d'accélérer ou freiner le mouvement (comme pour la marche à pied dans laquelle le piéton s'incline vers l'avant pour débiter le mouvement).

Les virages à droite et à gauche sont quant à eux commandés par la rotation de la poignée directionnelle située sur la droite du guidon.

La spécificité de ce véhicule est d'avoir deux roues qui ont le même axe de rotation, avec son centre de gravité situé au dessus de l'axe commun des roues, si bien qu'on se demande comment rester à l'équilibre une fois monté sur la plate-forme.

Tout comme le cerveau permet à l'homme de tenir debout sans tomber grâce à l'oreille interne, le système comporte un dispositif d'asservissement d'inclinaison, maintenant la plate forme du véhicule à l'horizontale ou encore la barre d'appui, supposée orthogonale à cette plate forme, à la verticale.

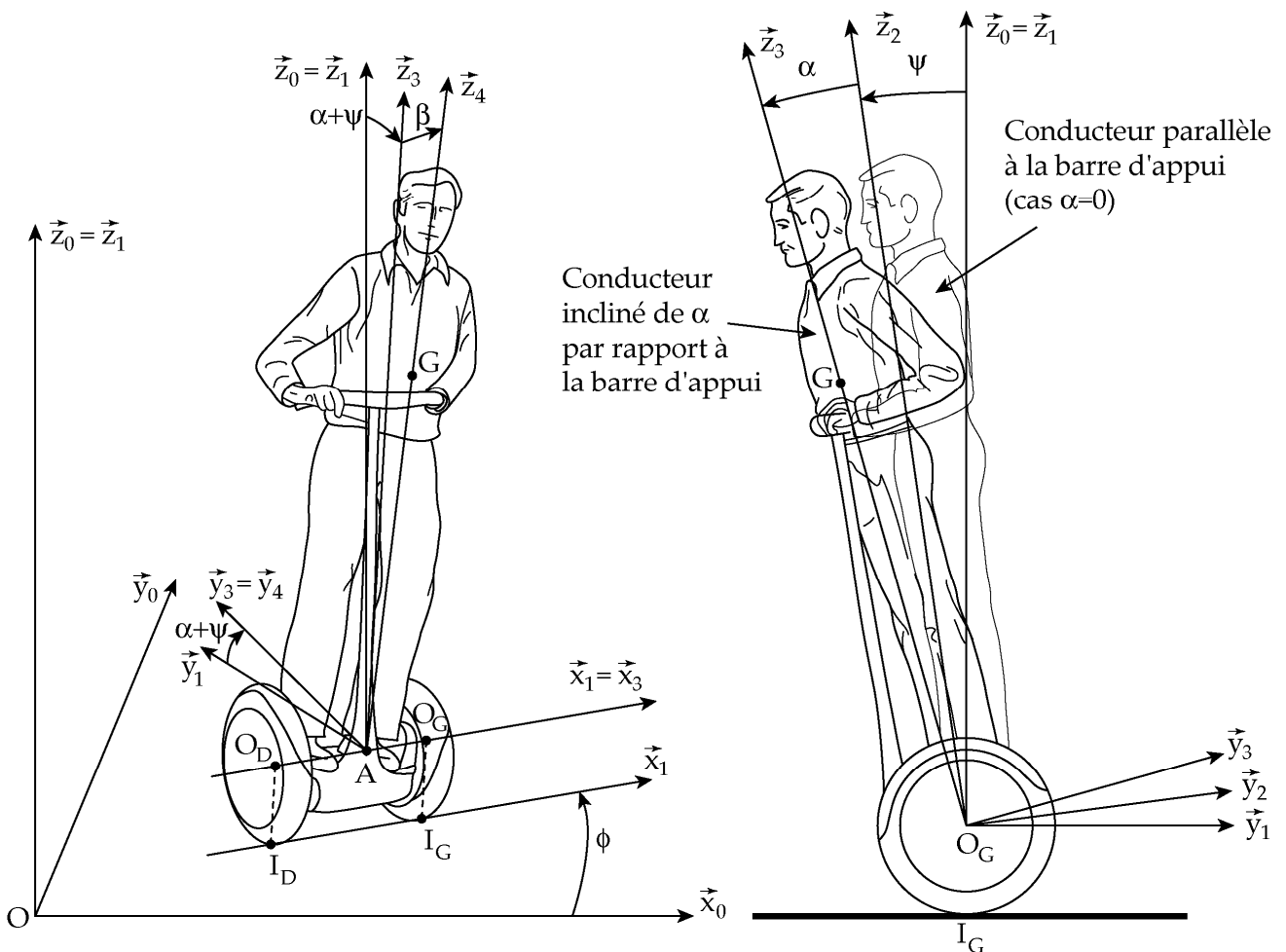
Le Segway comporte à cet effet des capteurs et des microprocesseurs transmettant des consignes aux deux moteurs électriques équipant les deux roues.

Modèle de comportement mécanique

- ✓ Soit $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ un repère supposé galiléen lié à la route tel que \vec{z}_0 soit dirigé suivant la verticale ascendante.
- ✓ $R_1(A, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$ un repère en rotation par rapport à R_0 autour de \vec{z}_0 tel que \vec{x}_1 soit colinéaire à l'axe commun des roues et A le point milieu de l'axe des roues. On pose $\varphi = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$ l'angle de virage.
- ✓ $R_2(A, \vec{x}_1, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ un repère lié au châssis du chariot, en rotation autour de (A, \vec{x}_1) par rapport à R_1 tel que \vec{z}_2 soit colinéaire à la barre d'appui. On pose $\psi = (\vec{y}_1, \vec{y}_2) = (\vec{z}_0, \vec{z}_2)$ l'angle d'inclinaison du châssis par rapport à la verticale.

- ✓ $R_3(A, \vec{x}_1, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$ un repère intermédiaire en rotation par rapport à R_2 , autour de (A, \vec{x}_1) . On pose $\alpha = (\vec{y}_2, \vec{y}_3) = (\vec{z}_2, \vec{z}_3)$ l'angle d'inclinaison arrière-avant du conducteur.
- ✓ $R_4(A, \vec{x}_4, \vec{y}_3, \vec{z}_4)$ un repère lié au conducteur, considéré comme un solide indéformable, en rotation par rapport à R_3 autour de (A, \vec{y}_3) tel que l'axe (A, \vec{z}_4) passe par le centre de gravité G du conducteur. On pose $\beta = (\vec{x}_3, \vec{x}_4) = (\vec{z}_3, \vec{z}_4)$ l'angle d'inclinaison gauche-droite du conducteur et $\overrightarrow{AG} = h \cdot \vec{z}_4$ avec h constante positive.

Paramétrage cinématique du système et figure simplifiée dans le cas $\beta = 0$ (soit $\vec{z}_3 = \vec{z}_4$)



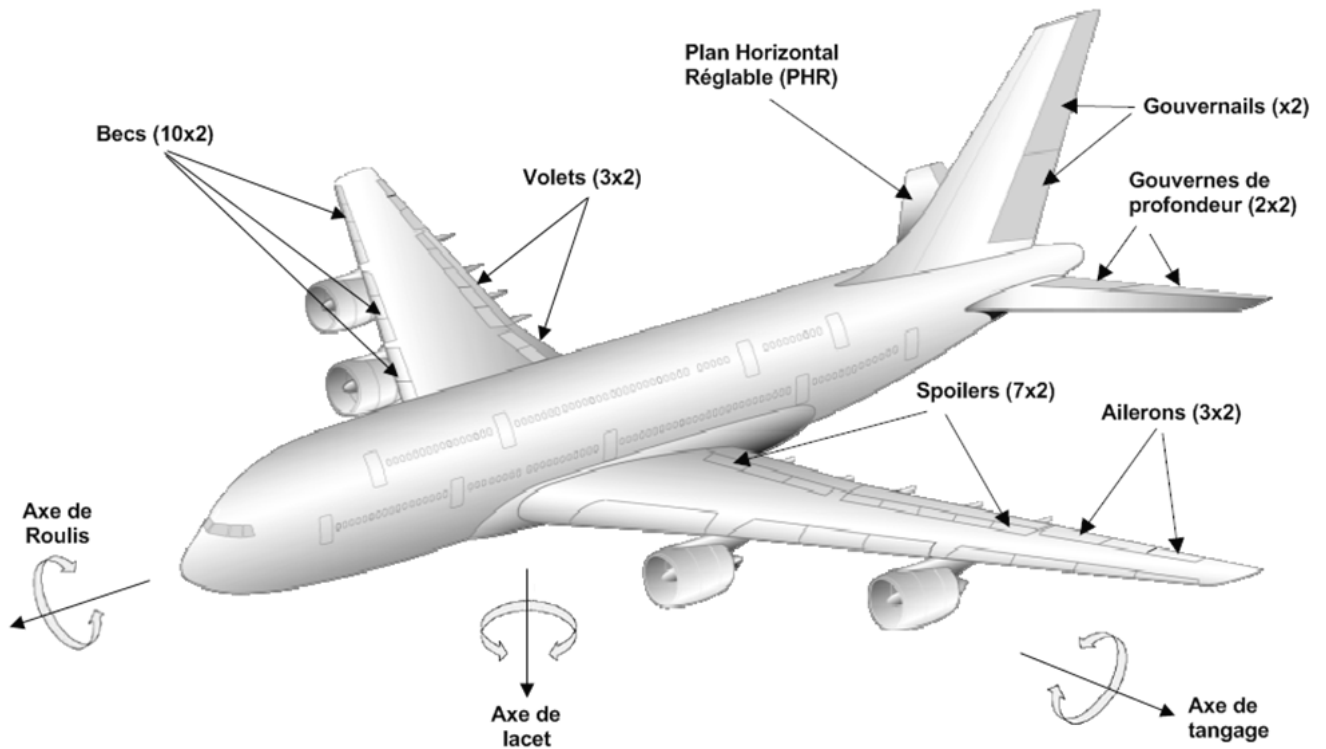
Questions

1. Dessiner les figures planes de changement de base associées à chacun des paramètres angulaires.
2. Déterminer les coordonnées du vecteur de position \overrightarrow{AG} dans la base $(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$.

Exercice 4 : Gouverne de l'airbus A380 (CCP MP 09)

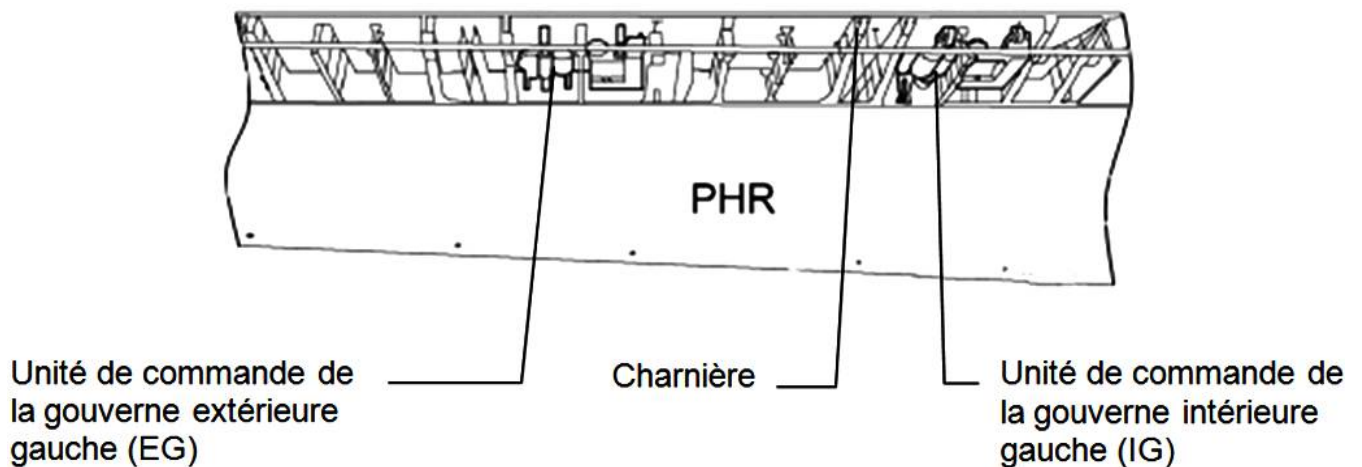
Pour piloter un avion, il est nécessaire de pouvoir contrôler en permanence ses évolutions dans l'espace suivant trois directions ou axes :

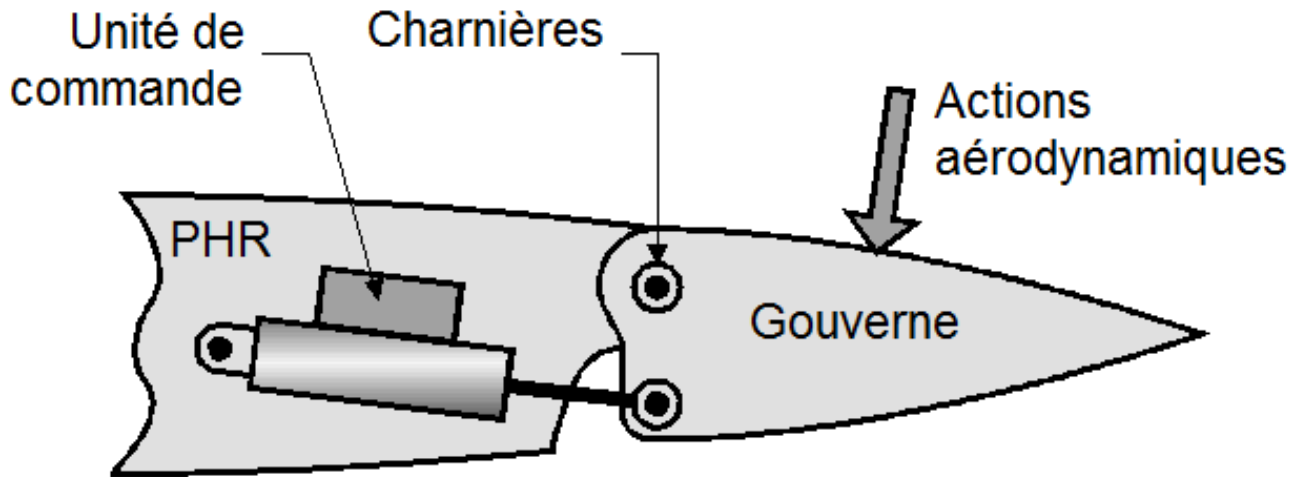
- ✓ L'axe de lacet (vertical).
- ✓ L'axe de roulis (horizontal et dans la direction de la marche).
- ✓ L'axe de tangage (horizontal et perpendiculaire à la marche).



Les gouvernes de profondeur

L'Airbus A 380 est équipé de quatre gouvernes de profondeur disposées symétriquement sur le plan horizontal réglable (PHR) de l'avion.

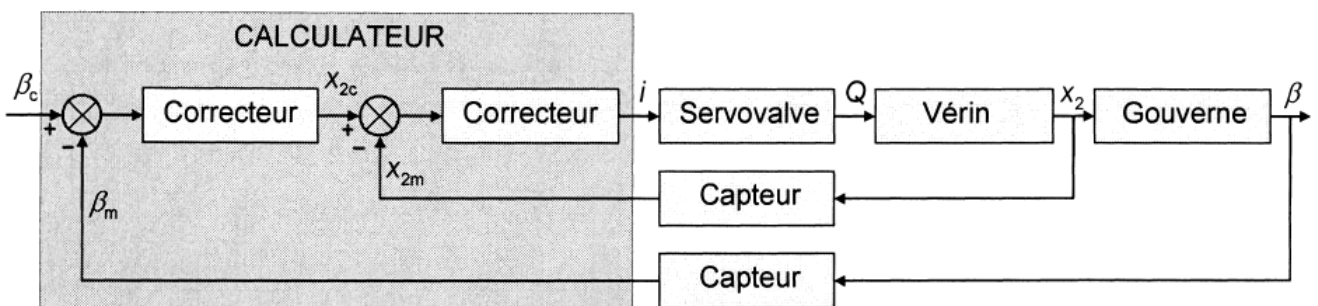




Problème posé :

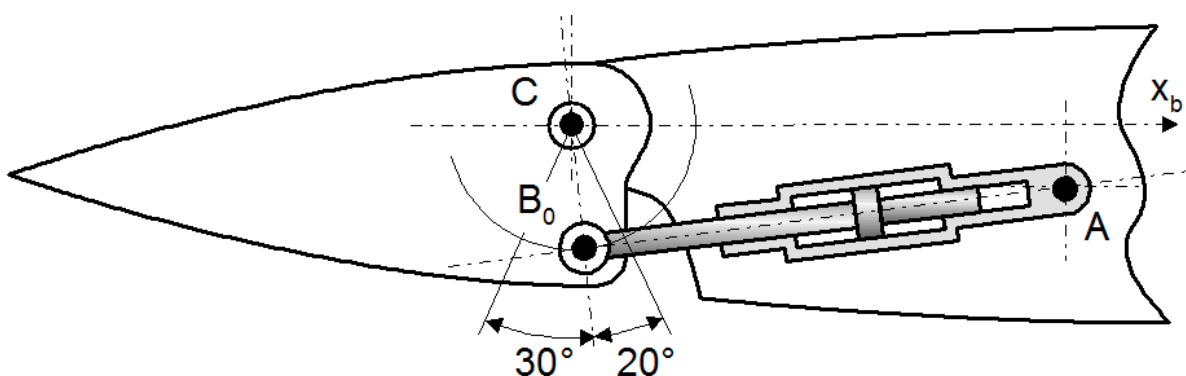
On se propose de modéliser le comportement de la gouverne afin :

- ✓ De vérifier que la course du vérin est compatible avec le débattement des gouvernes.
- ✓ De réaliser l'asservissement en position de la gouverne.



Éléments du cahier des charges

Fonction	Critères	Niveaux
FT1-2	Distance nominale L_0 entre attachements en position neutre	700 mm
	Longueur du bras de levier R	155 mm
	Course maxi de la tige du vérin à partir de la position neutre	± 90 mm
	Section utile du vérin S	$57,1 \text{ cm}^2$



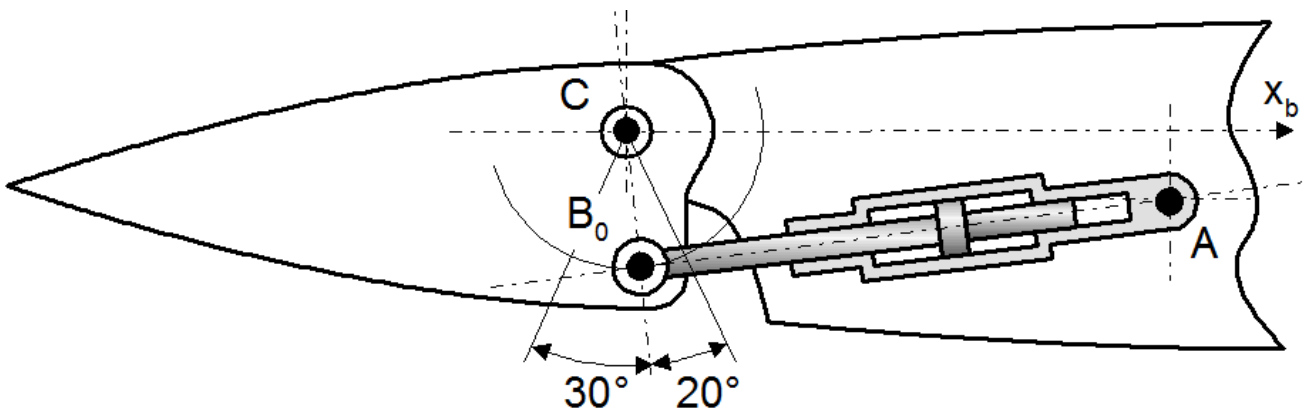
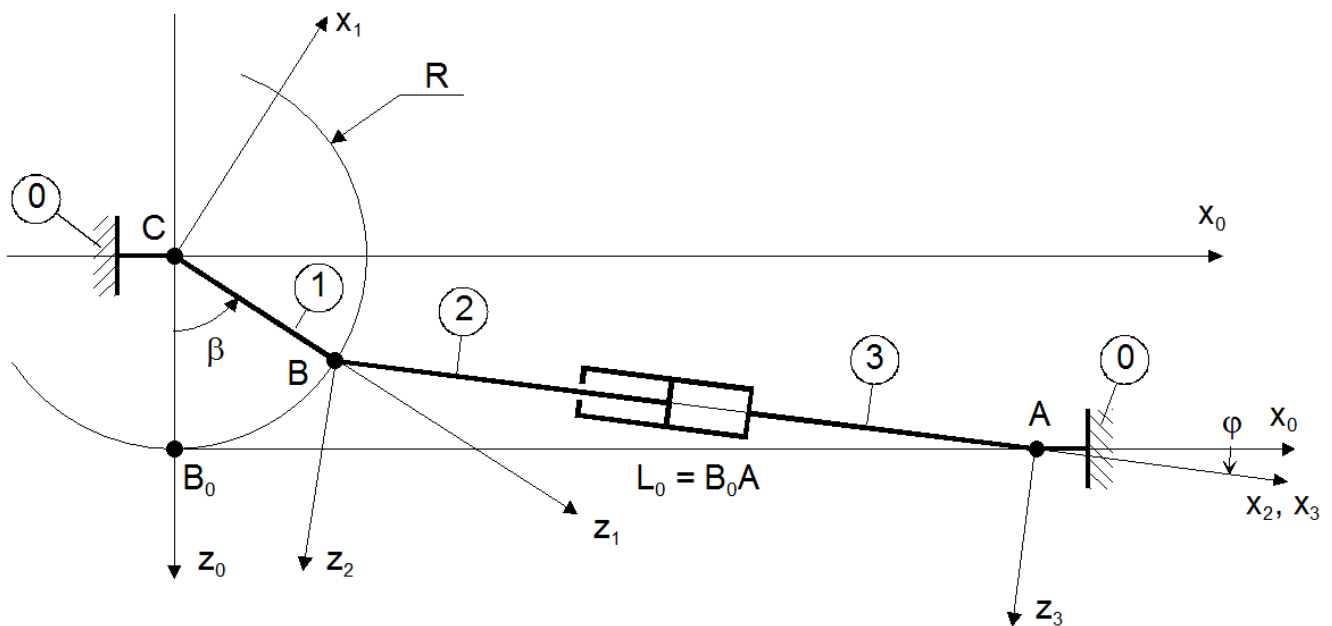


Schéma de la gouverne :



On utilise les repères et notations suivants :

- ✓ $R_0(C, x_0, y_0, z_0)$: Repère lié au PHR **0** .
- ✓ $R_1(C, x_1, y_1, z_1)$: Repère lié à la gouverne **1** .
- ✓ $R_2(B, x_2, y_2, z_2)$: Repère lié à la tige du vérin **2** .
- ✓ $R_3(A, x_3, y_3, z_3)$: Repère lié au corps du vérin **3** .

Le PHR a une liaison pivot d'axe (A, \vec{y}_0) avec le corps du vérin et une liaison pivot d'axe (B, \vec{y}_0) avec la gouverne.

La tige du vérin a une liaison pivot d'axe (B, \vec{y}_0) avec la gouverne et une liaison pivot glissant avec le corps du vérin. L'angle $\varphi = (x_0, x_3) < 0$.

Nota : En position neutre $\beta = 0^\circ$, $L_0 = AB_0 = 700 \text{ mm}$ et AB_0 perpendiculaire à B_0C .

Questions

1. Les angles β et φ étant dépendants, démontrer la relation suivante liant ces deux

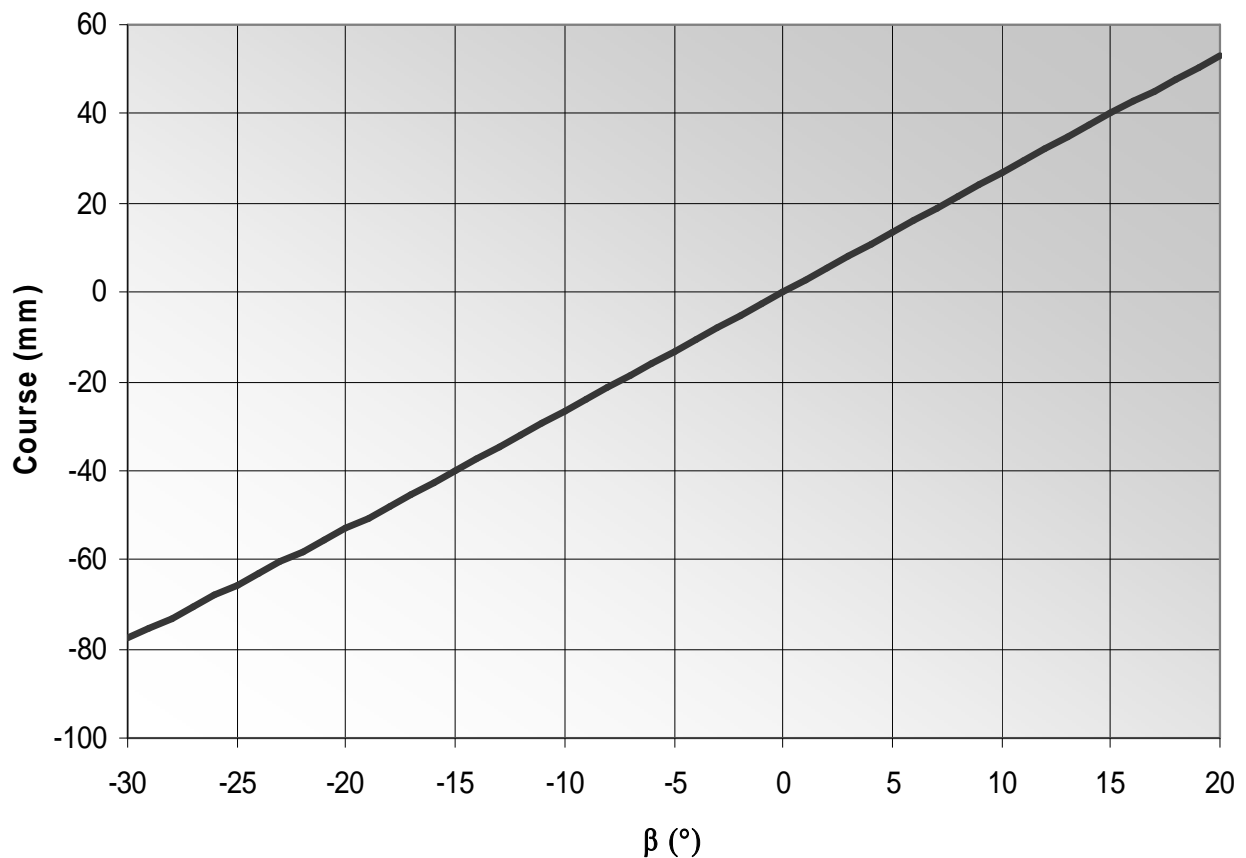
paramètres :
$$\tan \varphi = \frac{R(\cos \beta - 1)}{L_0 - R \cdot \sin \beta} .$$

2. Démontrer que la longueur $L=AB$ entre les attachements A et B du vérin pour une position β des gouvernes est donnée par l'expression :

$$L = \sqrt{2R^2 + L_0^2 - 2R(R \cos \beta + L_0 \sin \beta)}$$

3. En déduire l'expression de la course x_2 du vérin en fonction de β et vérifier qu'elle est compatible avec les spécifications du cahier des charges pour $\beta = -30^\circ$ et $\beta = 20^\circ$.

La figure suivante représente l'évolution de la course x_2 du vérin en fonction de β . Elle autorise l'hypothèse selon laquelle l'évolution de β en fonction de x_2 est linéaire, c'est-à-dire de la forme $\beta = K_G \cdot x_2$ avec β en radians et x_2 en mètres.



4. Déterminer K_G .