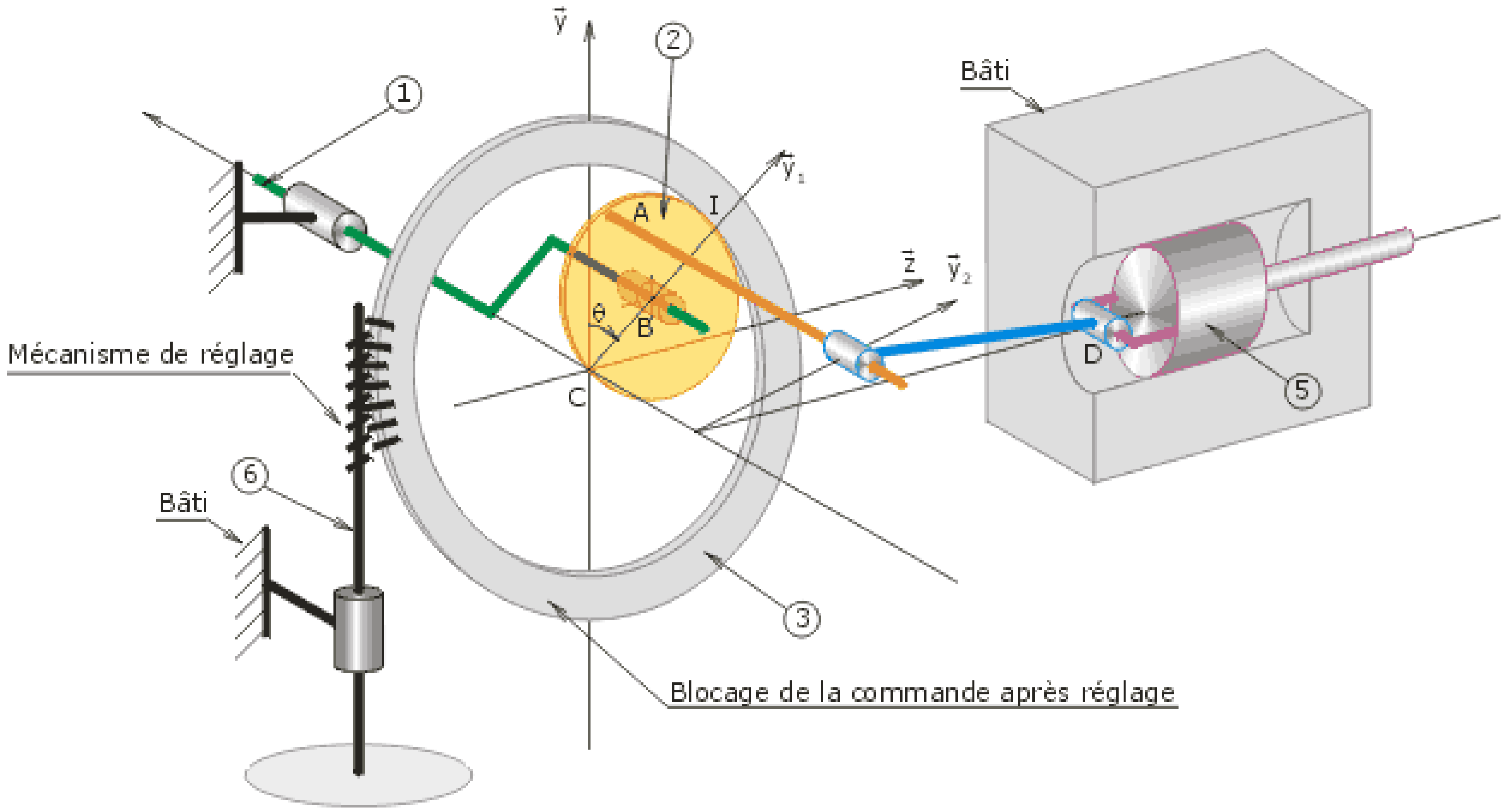
Enoncé

Le schéma joint, représente le système d'entraînement d'une pompe doseuse utilisée pour la constitution de dosages pharmaceutiques précis. Ce mécanisme transforme le mouvement de rotation uniforme de l'arbre d'entrée (1) en translation alternative d'amplitude réglable du piston de sortie. Cette transformation et son réglage sont obtenus par l'utilisation judicieuse des propriétés cinématiques d'un train épicycloïdal dont le diamètre ***primitif*** du satellite (2) est égal au rayon primitif de la couronne (3). La partie excentrée de l'axe-satellite (2) sert de manivelle à la bielle. Celle-ci entraîne donc le piston (5) en D en translation rectiligne alternative dans son guidage par rapport au bâti (0). L'amplitude de cette translation est ajustée par rotation de la couronne (3), au moyen de la vis sans fin (6), avant son immobilisation par rapport au carter (0) par une vis de blocage.



1 Dans un train épicycloïdal plan, quelle est la trajectoire décrite par un point appartenant au cercle primitif du satellite par rapport au bâti ?

2 Dans ce cas particulier , établir la relation $\frac{\omega_{2/0}}{\omega_{1/0}}$ en considérant que le diamètre ($d_2 = 2.R$) du cercle primitif lié à (2) est la moitié du diamètre du cercle primitif lié à (3).

3 A quoi correspond le point I , point de tangence des deux cercles primitifs à un instant t ?

4 En considérant un point quelconque M appartenant au cercle primitif lié à (2). Montrer que la vitesse $\vec{V}(M \in 2/0)$ passe toujours par le centre C du cercle primitif lié à (3). Il sera utile à l'occasion de réaliser une figure plane paramétrant la position d'un point M quelconque du cercle primitif de (2).

5 En supposant que ce point M est en fait A (voir figure), quelle-est alors la trajectoire de A par rapport au

bâti (0) si l'on suppose que pour $t = 0$ (instant initial), $\theta = \theta_0 = 0$, l'angle entre $\overrightarrow{BI}$ et $\overrightarrow{BA}$ est β_0 et que l'angle entre $\overrightarrow{CA}$ et $\vec{y}$ est paramétré par α_0 ?

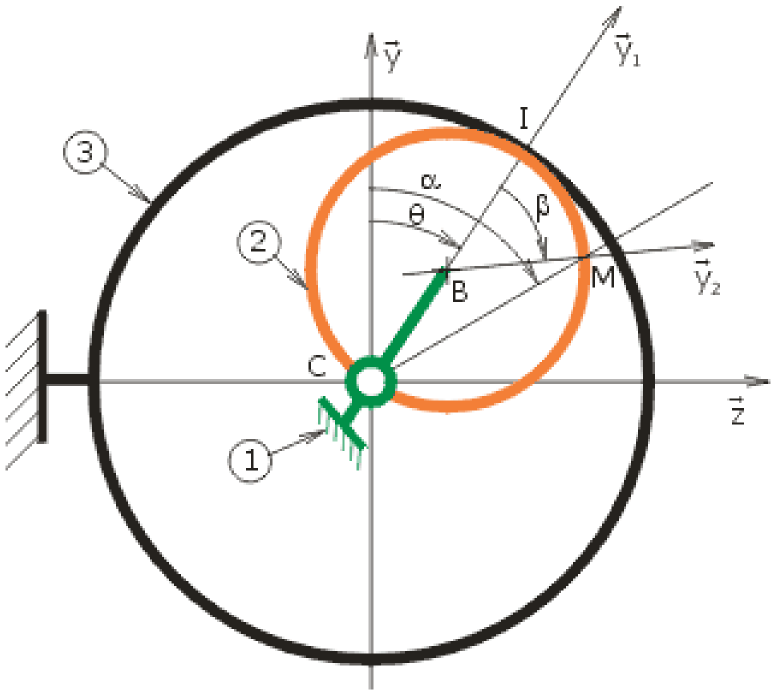
Solution

1 Le cercle primitif lié au satellite (2), roulant sans glisser à l'intérieur du cercle primitf du planétaire (3), tout point lié à ce cercle décrit une hypocycloïde par rapport au bâti.

2 Pour établir la relation $\dfrac{\omega_{2/0}}{\omega_{1/0}}$, on peut, soit utiliser la formule de ***WILLIS*** qu'il faut adapter soigneusement, soit définir la cinématique du train épicycloïdal en changeant de repère d'observation : le porte-satellite (ici la pièce (1)).
En décrivant le mouvement par rapport à (1) on est en présence d'un train d'engrenages ***simple*** .
On a donc $\dfrac{\omega_{3/1}}{\omega_{2/1}} = (-1)^0 \cdot \dfrac{R}{2.R}$. En utilisant la composition des vitesses et le fait que (3) est liée entièrement à (0), on a: $\dfrac{\omega_{3/1}}{\omega_{2/1}} = \dfrac{-\omega_{1/0}}{\omega_{2/0} - \omega_{1/0}} = (-1)^0 \cdot \dfrac{R}{2.R}$ et l'on déduit que $\boxed{\dfrac{\omega_{2/0}}{\omega_{1/0}} = -1}$

3 Le point I correspond au ***CIR*** du mouvement de (2) par rapport à (3) (donc par rapport à (0)) . En ce point on peut écrire dans ce cas de cinématique plane: $\vec{V}(I \in 2/0) = \vec{0}$

4 A partir de la figure jointe paramétrant la position d'un point M appartenant à (2):



On a :

$$\vec{V}(M\in 2/0)=\underbrace{\vec{V}(I\in 2/0)}_{\vec{0}}+\overrightarrow{MI}\wedge\vec{\Omega}_{2/0}$$

$$\overrightarrow{MC}\wedge\vec{V}(M\in 2/0)=\overrightarrow{MC}\wedge\left(\overrightarrow{MI}\wedge\vec{\Omega}_{2/0}\right)=\underbrace{\left(\overrightarrow{MC}.\vec{\Omega}_{2/0}\right)}_{\vec{0}}.\overrightarrow{MI}-\underbrace{\left(\overrightarrow{MC}.\overrightarrow{MI}\right)}_{\left(\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{BC}\right).\left(\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{BI}\right)}.\vec{\Omega}_{2/0}$$

$$\overrightarrow{MC}\wedge\vec{V}(M\in 2/0)=-\underbrace{\left(\left(\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{BC}\right).\left(\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{BI}\right)\right)}_{\overrightarrow{MB}^2+\overrightarrow{MB}.\underbrace{\left(\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BI}\right)}_{\vec{0}}+\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{BI}}.\vec{\Omega}_{2/0}=\left\{\left(\frac{d_2}{2}\right)^2-\left(\frac{d_2}{2}\right)^2\right\}.\vec{\Omega}_{2/0}=\vec{0}$$

les vecteurs $\overrightarrow{MC}$ et $\vec{V}(M\in 2/0)$ sont donc colinéaires.

5 En utilisant la relation déterminée à la question 2 ($\dfrac{\omega_{2/0}}{\omega_{1/0}}=-1$), on a $\dot{\theta}+\dot{\beta}=-\dot{\theta}$ et donc $\dot{\beta}=-2.\dot{\theta}$. Par intégration de cette relation entre l'instant initial $t=0$ et l'instant t il vient : $\beta-\beta_0=-2.(\theta-\theta_0)$ avec θ_0 =0

D'après la figure précédente, en considérant que le point M est aussi le point A, le triangle (C,B,A) étant isocèle, on a $\alpha=\theta+\dfrac{\beta}{2}$. En combinant cette relation et la relation $\beta-\beta_0=-2.(\theta)$, on obtient

$\alpha = \frac{\beta_0 - \beta}{2} + \frac{\beta}{2} = \frac{\beta_0}{2} = \alpha_0$ = constante. Le vecteur $\overrightarrow{CA}$ garde une inclinaison fixe par rapport à $\vec{y}$. La trajectoire de A est donc un segment de droite de longueur $2.d_2$, centré sur C et incliné d'un angle α_0 par rapport à l'axe (C, $\vec{y}$).