

Dernière mise à jour	Détermination des actions dans les mécanismes statiques	Denis DEFAUCHY
16/11/2017		Cours

## A.IV. Actions de liaisons

### A.IV.1 Torseurs statiques

Le torseur statique est noté :

$$\{T_{j \rightarrow i}\} = \{T_{ji}\} = \{T_{j/i}\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{R_{jl}} \\ \overrightarrow{M_M(R_{jl})} \end{array} \right\}_M = \left\{ \begin{array}{c} X_{ji}\overrightarrow{x_0} + Y_{ji}\overrightarrow{y_0} + Z_{ji}\overrightarrow{z_0} \\ L_{ji}\overrightarrow{x_0} + M_{ji}\overrightarrow{y_0} + N_{j/i}\overrightarrow{z_0} \end{array} \right\}_M = \left\{ \begin{array}{cc} X_{ji} & L_{ji} \\ Y_{ji} & M_{ji} \\ Z_{ji} & N_{ji} \end{array} \right\}_M^{\mathfrak{B}_0}$$

$\overrightarrow{R_{jl}}$  est appelé la résultante du torseur, c'est aussi la résultante en statique. Ses composantes dans la base  $\mathfrak{B}_0$  sont  $X_{ji}$ ,  $Y_{ji}$  et  $Z_{ji}$

$\overrightarrow{M_M(R_{jl})}$  est appelé le moment du torseur, c'est aussi le moment en statique. Ses composantes dans la base  $\mathfrak{B}_0$  sont  $L_{ji}$ ,  $M_{ji}$  et  $N_{ji}$

La notation  $\{T_{ji}\}$  est indépendante du point où sera exprimé le torseur.

La notation vectorielle  $\left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{R_{jl}} \\ \overrightarrow{M_M(R_{jl})} \end{array} \right\}_M$  a l'obligation d'être exprimée en un point qu'il faut préciser.

La notation verticale  $\left\{ \begin{array}{cc} X_{ji} & L_{ji} \\ Y_{ji} & M_{ji} \\ Z_{ji} & N_{ji} \end{array} \right\}_M^{\mathfrak{B}_0}$  doit être utilisée en précisant la base. Cette notation sera

uniquement utilisée pour apprendre les torseurs, puis lorsqu'ils seront posés, on repassera à la notation vectorielle.

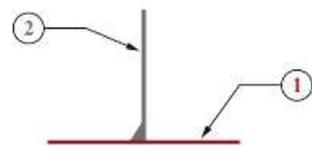
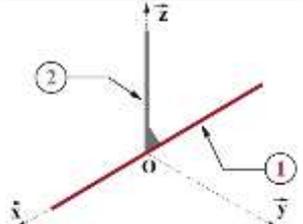
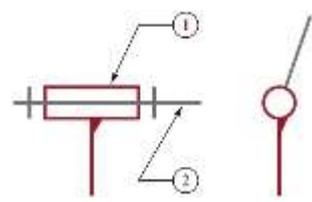
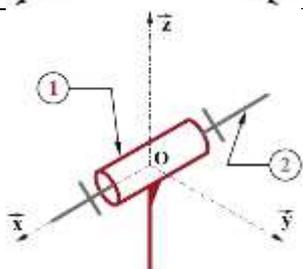
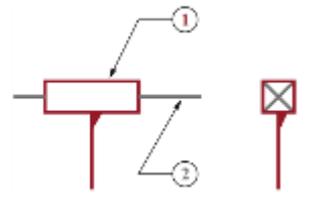
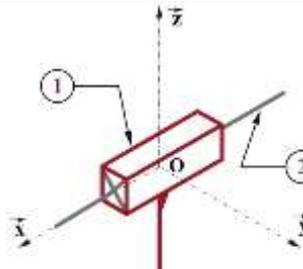
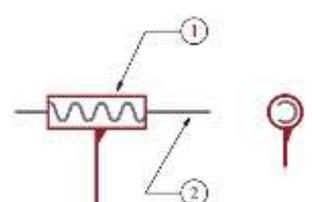
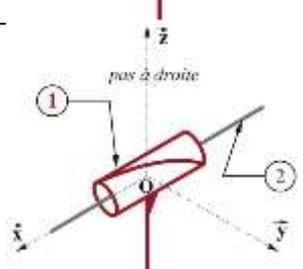
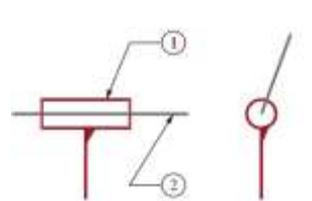
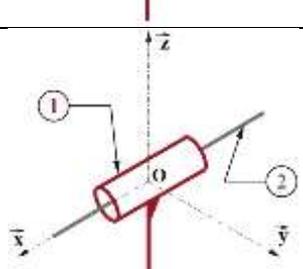
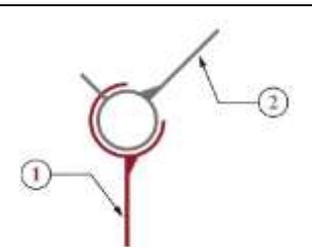
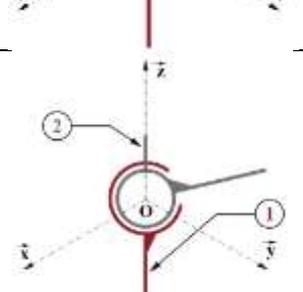
Quel que soit le point où le torseur est exprimé, le vecteur résultante reste constant.

Selon le point choisi, le vecteur moment change et est exprimé à l'aide de la formule de changement de Varignon :

$$\left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{R_{jl}} \\ \overrightarrow{M_M(R_{jl})} \end{array} \right\}_M = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{R_{jl}} \\ \overrightarrow{M_N(R_{jl})} \end{array} \right\}_N = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{R_{jl}} \\ \overrightarrow{M_M(R_{jl})} + \overrightarrow{NM} \wedge \overrightarrow{R_{jl}} \end{array} \right\}_N$$

## A.IV.2 Liaisons normalisées parfaites

### A.IV.2.a Liaisons en 3D

Liaison	Elem Géom	2D	3D	$\{T_{21}\}$ Forme canonique	Validité	$\mathfrak{B}$	$I_c$
Encastrement $E$	RAS			$\begin{Bmatrix} X_{2/1} & L_{2/1} \\ Y_{2/1} & M_{2/1} \\ Z_{2/1} & N_{2/1} \end{Bmatrix}_P^{\mathfrak{B}}$	$\forall P$	$\vec{x}$ — —	6
Pivot $P$	$(O, \vec{x})$			$\begin{Bmatrix} X_{2/1} & 0 \\ Y_{2/1} & M_{2/1} \\ Z_{2/1} & N_{2/1} \end{Bmatrix}_P^{\mathfrak{B}}$	$(O, \vec{x})$	$\vec{x}$ — —	5
Glissière $Gl$	$\vec{x}$			$\begin{Bmatrix} 0 & L_{2/1} \\ Y_{2/1} & M_{2/1} \\ Z_{2/1} & N_{2/1} \end{Bmatrix}_P^{\mathfrak{B}}$	$\forall P$	$\vec{x}$ — —	5
Hélicoïdale $He$	$(O, \vec{x})$			$\begin{Bmatrix} X_{2/1} & L_{2/1} \\ Y_{2/1} & M_{2/1} \\ Z_{2/1} & N_{2/1} \end{Bmatrix}_P^{\mathfrak{B}}$ $L_{2/1} = -\frac{pas}{2\pi} X_{2/1}$	$(O, \vec{x})$	$\vec{x}$ — —	5
Pivot Glissant $PG$	$(O, \vec{x})$			$\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y_{2/1} & M_{2/1} \\ Z_{2/1} & N_{2/1} \end{Bmatrix}_P^{\mathfrak{B}}$	$(O, \vec{x})$	$\vec{x}$ — —	4
Rotule à doigt Sphérique à doigt	$O$ Rainure $(O, \vec{x}, \vec{z})$ Doigt $\vec{z}$			$\begin{Bmatrix} X_{2/1} & L_{2/1} \\ Y_{2/1} & 0 \\ Z_{2/1} & 0 \end{Bmatrix}_P^{\mathfrak{B}}$ Ref $\mathfrak{B}_1$ & $\mathfrak{B}_2$	$O$	$\vec{x}$ $\vec{y}$ $\vec{z}$	4

Rotule $S$ Sphérique $S$	$O$			$\begin{Bmatrix} X_{2/1} & 0 \\ Y_{2/1} & 0 \\ Z_{2/1} & 0 \end{Bmatrix}_P^{\mathcal{B}}$	$O$	- - -	3
Appui plan $AP$	$\vec{z}$			$\begin{Bmatrix} 0 & L_{2/1} \\ 0 & M_{2/1} \\ Z_{2/1} & 0 \end{Bmatrix}_P^{\mathcal{B}}$	$\forall P$	- - -	3
Linéaire annulaire $LA$ Sphère cylindre $SC$	$(O, \vec{x})$			$\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y_{2/1} & 0 \\ Z_{2/1} & 0 \end{Bmatrix}_P^{\mathcal{B}}$ $Ref \mathcal{B}_1$	$O$	$\vec{x}$ - -	2
Linéaire rectiligne $LR$ Cylindre Plan $CP$	$\{(O, \vec{x}), \vec{z}\}$			$\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & M_{2/1} \\ Z_{2/1} & 0 \end{Bmatrix}_P^{\mathcal{B}}$ $Ref \mathcal{B}_1 \& \mathcal{B}_2$	$(O, \vec{x}, \vec{z})$	$\vec{x}$ $\vec{y}$ $\vec{z}$	2
Ponctuelle $Pct$ Sphère-plan $SP$	$(O, \vec{x})$			$\begin{Bmatrix} X_{2/1} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_P^{\mathcal{B}}$ $Ref \mathcal{B}_1$	$(O, \vec{x})$	$\vec{x}$ - -	1

### A.IV.2.b Liaisons en 2D

En mécanismes plans, les mouvements des pièces ont lieu dans un seul plan, par exemple le plan  $(O, \vec{x}, \vec{y})$ .

Dans ce cas, les seules actions possibles sont:

- Les efforts dans le plan suivant  $\vec{x}$  et  $\vec{y}$
- Le moment autour de  $\vec{z}$

Dans les torseurs statiques des liaisons, les trois termes  $L_{2/1}$ ,  $M_{2/1}$  et  $Z_{2/1}$  sont donc nuls. Il ne reste que 3 inconnues maximum par liaison.

$$\begin{Bmatrix} X_{2/1} & 0 \\ Y_{2/1} & 0 \\ 0 & N_{2/1} \end{Bmatrix}_M^{\mathfrak{B}_0}$$

Les seules liaisons permettant de représenter des mouvements plans sont les liaisons suivantes, en tenant compte des axes  $\vec{x}$  et  $\vec{y}$  du plan:

Encastrement		$\begin{Bmatrix} X_{2/1} & 0 \\ Y_{2/1} & 0 \\ 0 & N_{2/1} \end{Bmatrix}_P^{\mathfrak{B}}$	$\forall P$	$I_S^{2D} = 3$
Glissière $\vec{x}$		$\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y_{2/1} & 0 \\ 0 & N_{2/1} \end{Bmatrix}_P^{\mathfrak{B}}$	$\forall P$	$I_S^{2D} = 2$
Pivot $(O, \vec{z})$		$\begin{Bmatrix} X_{2/1} & 0 \\ Y_{2/1} & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_P^{\mathfrak{B}}$	$(O, \vec{z})$	$I_S^{2D} = 2$
Ponctuelle $(O, \vec{y})$		$\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y_{2/1} & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_P^{\mathfrak{B}}$	$(O, \vec{y})$	$I_S^{2D} = 1$

Toute autre liaison se rapportera, dans le plan, à l'une de celles-ci.