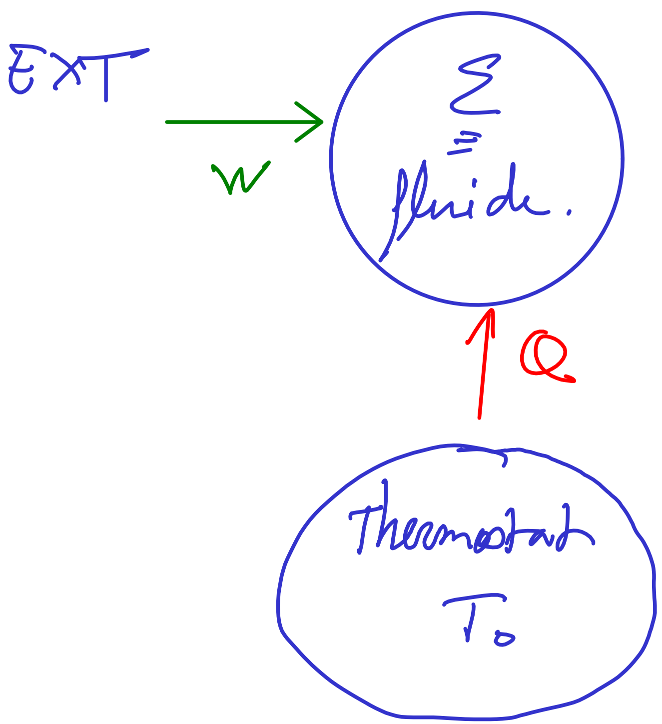
TD T4 – T1

Moteur monotherme cyclique



$W < 0$ possible ?

1er principe sur cycle

$$\Delta U = Q + W$$

or $\Delta U = 0 \Rightarrow \underline{Q = -W}$ (*)

2e principe sur cycle.

$$\Delta S = S_e + S_c$$

avec $S_e = \dfrac{Q}{T_0}$ et $S_c \geq 0$

or $\Delta S = 0 \Rightarrow \dfrac{Q}{T_0} \leq 0$

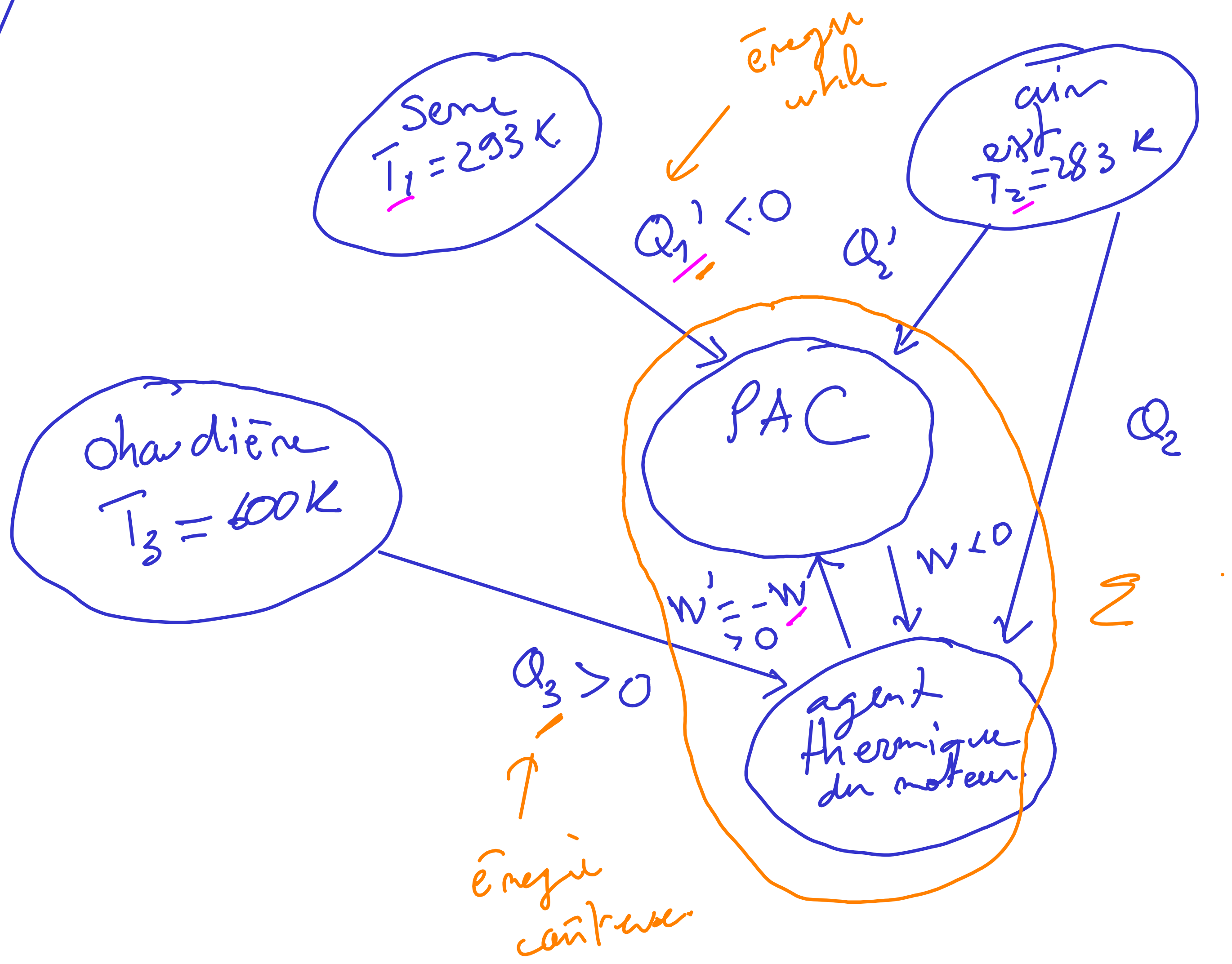
$$\Rightarrow \underline{Q \leq 0}$$

D'où (*) $\Rightarrow \underline{W \geq 0}$ Récepteur

∄ de moteur cyclique monotherme

TD T4 - T2

1/


énergie utile
Serre
$T_1 = 293\,K$
air ext
$T_2 = 283\,K$
$Q_1' < 0$
Q_2'
PAC
Q_2
chaudière
$T_3 = 600\,K$
$W < 0$
$W' = -W > 0$
Σ
$Q_3 > 0$
agent thermique du moteur
énergie coûteuse

2/ Rendement du moteur :

$$\eta = \left| \frac{\text{énergie utile}}{\text{énergie coûteuse}} \right| = \left| \frac{W}{Q_3} \right| = -\frac{W}{Q_3}$$

Moteur réversible : $\eta = \eta_{carnot} = 1 - \frac{T_2}{T_3}$

d'où : $W = -Q_3\left(1 - \frac{T_2}{T_3}\right)$ soit $\boxed{Q_3 = -\frac{W}{1 - T_2/T_3}}$

3/ Efficacité de la PAC :

$$e = \left| \frac{\text{énergie utile}}{\text{énergie coûteuse}} \right| = \left| \frac{Q_1'}{W'} \right| = -\frac{Q_1'}{W'} = \frac{Q_1'}{W}$$

$Q_1' < 0$

$W' > 0$

$W' = -W$

PAC réversible : $e = e_{carnot}$.

e_{carnot} ?

$$e = \left|\frac{Q_C}{W}\right| \underset{\substack{Q_C<0 \\ W>0}}{=} -\frac{Q_C}{W}$$ avec 1^{er} principe : $W = -Q_C - Q_F$

$$\Rightarrow e = \frac{1}{1+\frac{Q_F}{Q_C}}$$ avec 2^{e} principe : $\frac{Q_F}{T_F} + \frac{Q_C}{T_C} \underset{\text{réversibilité}}{=} 0$

$$\Rightarrow Q_F = -Q_C \times \frac{T_F}{T_C}$$

$$\Rightarrow e_{carnot} = \frac{1}{1-\frac{T_F}{T_C}}$$

Ici $T_F = T_2$ et $T_C = T_1$

$$e = \frac{Q_1'}{W} = e_{carnot} = \frac{1}{1-\frac{T_2}{T_1}} \Leftrightarrow \boxed{Q_1' = \frac{W}{1-\frac{T_2}{T_1}}}$$

4/ $e_\Sigma = \left| \dfrac{Q_1'}{Q_3} \right|$ avec $Q_3 > 0$ et $Q_1' < 0$

$e_\Sigma = -\dfrac{Q_1'}{Q_3}$ or $Q_1' = \dfrac{W}{1 - T_2/T_1}$

$Q_3 = -\dfrac{W}{1 - T_2/T_3}$

d'où $\boxed{e_\Sigma = \dfrac{1 - T_2/T_3}{1 - T_2/T_1}}$

Hyp : PAC et moteur fonctionnent réversiblement.

A.N : $T_2 = 283\,K$, $T_1 = 293\,K$, $T_3 = 600\,K$: $e_\Sigma = 15{,}5$

En réalité : $e \sim 3$ ou 4

chauffage direct : $e = \left|\dfrac{Q_1'}{Q_3}\right|$ avec $|Q_1'| = |Q_3|$

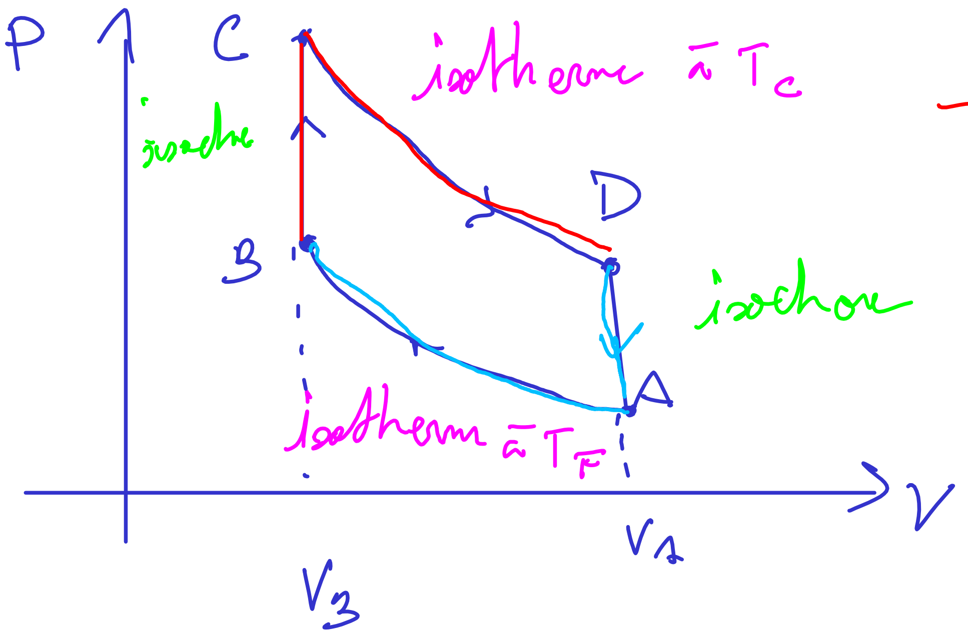
$$e = 1 < 3/4$$

15,5

Le chauffage via le syst PAC + moteur est plus intéressant qu'un chauffage direct.

TD4 – T3

1/



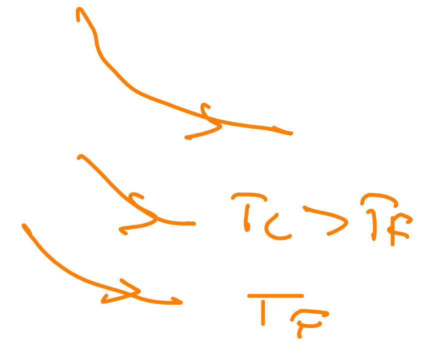
— contact avec la source froide

— contact avec la source chaude

$\alpha = \dfrac{V_A}{V_B} = 5$ taux de compression

Isotherme : $PV = nRT_F \iff P = \dfrac{nRT_F}{V} \propto \dfrac{1}{V}$

$PV = nRT_C \iff P = \dfrac{nRT_C}{V}$



2/ AB et CD : isothermes quasistatiques $\iff$ réversible

BC : transfert thermique entre le système et le thermostat avec $T \neq T_C$

DA : // // // $T \neq T_F$) irréversible

3) AB : compression isotherme quasistatique.

isotherme $\Rightarrow$ $\underline{\Delta U = 0}$, $T = T_F$

quasistatique $\Rightarrow$ $PV = nRT = nRT_F$ $\Rightarrow$ $P = \dfrac{nRT_F}{V}$

1er principe : $\Delta U = Q_{AB} + W_{AB} \Rightarrow Q = -W_{AB}$

où $W_{AB} = -\int_{V_A}^{V_B} P_{ext}\, dV$ or quasistatique $\Rightarrow$ $P_{ext} = P$

$$W_{AB} = -\int_{V_A}^{V_B} P\, dV = -\int_{V_A}^{V_B} \frac{nRT_F}{V} = nRT_F \times \ln\left(\frac{V_A}{V_B}\right)$$

$$= nRT_F \ln 2$$

$$\Rightarrow \boxed{Q_{AB} = -\overset{=1}{\widehat{n}}\, RT_F \ln 2} < 0$$

BC : isochore $\Rightarrow V = cte \Rightarrow W_{BC} = 0$

D'où $Q_{BC} = \Delta_{BC} U \Leftrightarrow Q_{BC} = c_{v,m}(T_C - T_B)$

$$\boxed{Q_{BC} = \frac{R}{\gamma - 1}(T_C - T_F)}$$

CD : détente isotherme quasi-statique $\Rightarrow$ réversible.

Comme pour AB : $\boxed{Q_{CD} = +RT_C \ln\alpha}$

$\Delta U = 0$
$Q = -W$
et $W < 0$
$V_C = V_B$
$V_D = V_A$

DA : isochore :

$$\boxed{Q_{DA} = \frac{R}{\gamma - 1}(T_F - T_C)}$$

4/ Rendement :

$$\eta = -\frac{W}{Q_C} \quad \text{avec} \quad W = -Q_F - Q_C$$

$$\Rightarrow \eta = 1 + \frac{Q_F}{Q_C} \quad \text{avec} \quad Q_F = Q_{DA} + Q_{AB}$$

$$Q_C = Q_{BC} + Q_{CD}$$

$$\Rightarrow \eta = 1 + \frac{Q_{DA} + Q_{AB}}{Q_{BC} + Q_{CD}} \Leftarrow \eta = 1 + \frac{\frac{\cancel{R}}{\gamma-1}(T_F - T_C) - \cancel{R}T_F \ln \alpha}{\frac{\cancel{R}}{\gamma-1}(T_C - T_F) + \cancel{R}T_C \ln \alpha}$$

$$\boxed{\eta = 1 + \frac{T_F - T_C - (\gamma-1)T_F \ln \alpha}{T_C - T_F + (\gamma-1)T_C \ln \alpha}}$$

<u>A.N.</u> : $\eta = 1 + \frac{293 - 453 - (1,4-1) \times 293 \ln 5}{453 - 293 + (1,4-1) \times 453 \ln 5} \simeq 25\,\%$

5/ Si $Q_{BC} = 0$ $Q_{DA} = 0$

$$\eta = 1 + \frac{Q_F}{Q_C} = 1 + \frac{-RT_F \ln 2}{RT_C \ln 2} \Rightarrow \boxed{\eta = 1 - \frac{T_F}{T_C}}$$

Rendement de Carnot

A.N. $\eta = 40\,\%$

<u>Rem</u> : si $Q_{BC} = 0$, $Q_{DA} = 0$

$\longrightarrow$ transfert thermique irréversible supprimé

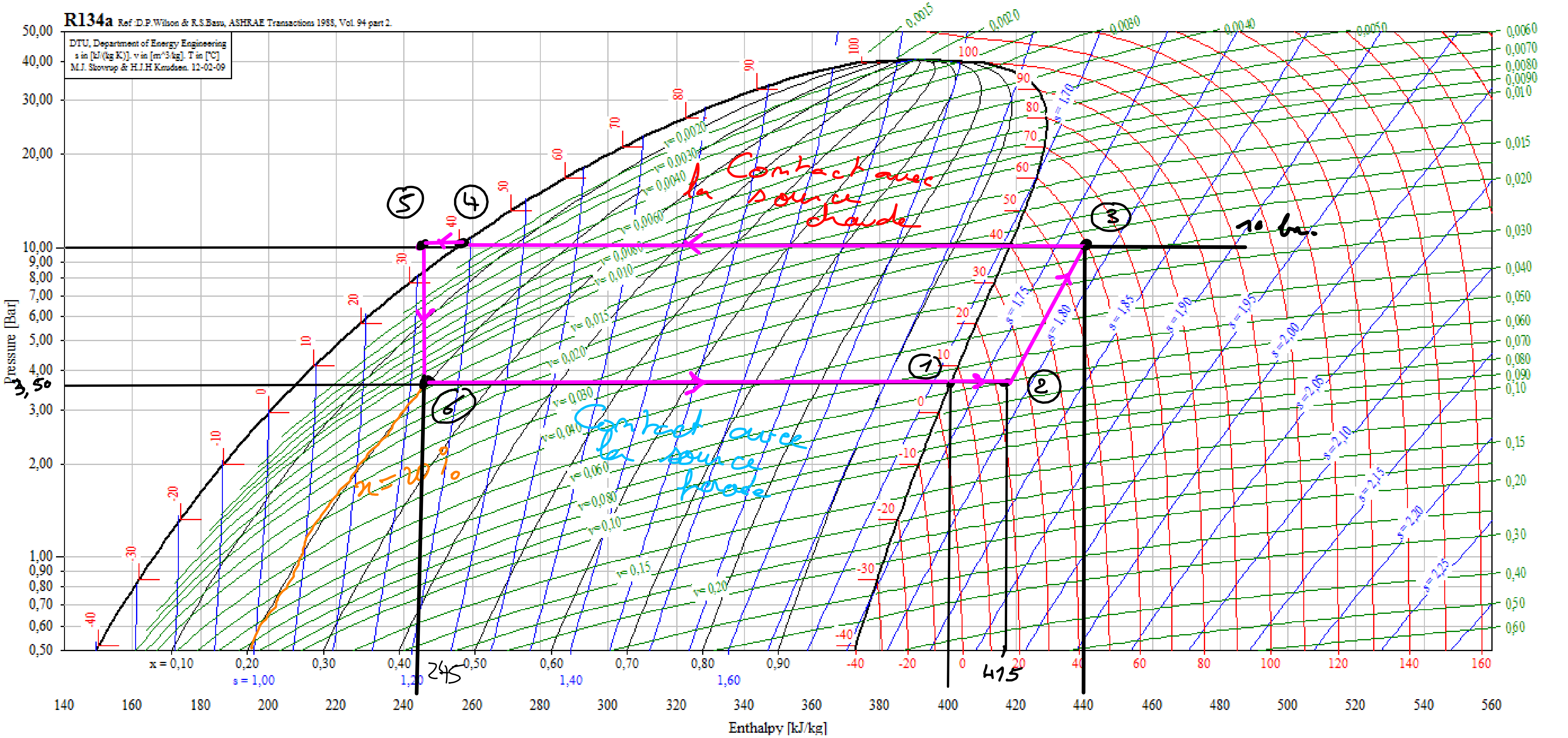
$\Longrightarrow$ Moteur réversible.

TD - Climatiseur

1) $c_p = \dfrac{C_p}{m_{HFC}}$ avec $C_p = \dfrac{\gamma n R}{\gamma - 1} \Rightarrow c_p = \dfrac{\gamma \frac{nR}{m}}{\gamma - 1} = \dfrac{\gamma \times \frac{R}{M}}{\gamma - 1}$

$\Rightarrow \boxed{c_p = \dfrac{\gamma R}{\gamma - 1}}$ A.N. : $c_p = 0{,}75\ kJ.K^{-1}$ (eau : $4{,}18\ kJ.K^{-1}$)

2)


R134a Ref :D.P.Wilson & R.S.Basu, ASHRAE Transactions 1988, Vol. 94 part 2.
DTU, Department of Energy Engineering
s in [kJ/(kg K)]. v in [m^3/kg]. T in [ºC]
M.J. Skovrup & H.J.H Knudsen. 12-02-09
Pressure [Bar]
Enthalpy [kJ/kg]
la Contact avec source chaude
Contact avec la source froide
10 bar
3,50
x = 20 %
245
415
1
2
3
4
5
6

3/ 2 $\in$ à l'isotherme $\theta = 20°C$ (ou presque) $\Rightarrow$ $\theta_2 = 20°C$

4/ θ_3 ?

Graphiquement : $\theta_3 \approx 60°C$

Analytiquement : $2 \rightarrow 3$: - réversible
- adiabatique
- $\Sigma \equiv G.P.$

} $\Rightarrow$ loi de Laplace valide.

$PV^{\gamma} = cste$ avec $V = \frac{nRT}{P}$ $\Rightarrow$ $P^{1-\gamma} T^{\gamma} = cste.$

En particulier : $P_3^{1-\gamma} T_3^{\gamma} = P_2^{1-\gamma} T_2^{\gamma}$

$$\Leftrightarrow \boxed{T_3 = T_2 \times \left(\frac{P_2}{P_3}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}}$$

A.N. $T_2 = 293 K$, $P_2 = 35 \times 10^5 Pa$, $P_3 = 10 \times 10^5 Pa$, $\gamma = 1,12$

$\Rightarrow T_3 = 327,1 K$ donc $\theta_3 = 55°C$

5/ P_m ?

$2 \to 3$: 1ᵉ principe : $D_m \, \Delta_{23} h = P_m + \cancel{\Phi_{23}}_{0}$ adiabatique.

$$\Rightarrow \quad \boxed{P_m = D_m (h_3 - h_2)}$$

A.N. $D_m = 0{,}13 \ kg.s^{-1}$
$h_2 = 415 \ kJ.kg^{-1}$
$h_3 = 440 \ kJ.kg^{-1}$

$P_m = 3{,}3 \ kW$

6/ Φ_c ? $3 \to 5$: contact avec la source chaude

$P_u = 0$ (condenseur = tuyau)

1er principe : $D_m \Delta_{35} h = \Phi_c \Leftrightarrow$

$$\boxed{\Phi_c = D_m (h_5 - h_3)}$$

A.N. : $D_m = 0{,}13 \ kg.s^{-1}$
$h_3 = 440 \ kJ.kg^{-1}$
$h_2 = 245 \ kJ.kg^{-1}$

$\Phi_c = -25 \ kW$

7/ $6 \longrightarrow 2$: contact avec la source froide.

$$P_m = 0$$

$$\boxed{\Phi_f = D_m (h_2 - h_1)}$$

<u>A.N.</u> : $\left.\begin{array}{l} h_2 = 415\ kJ.kg^{-1} \\ h_1 = 245\ kJ.kg^{-1} \\ D_m = 0,13\ kg.s^{-1} \end{array}\right\}$ $\Phi_f = 21,7\ kW$

8/ $COP = \left| \dfrac{\text{energie utile}}{\text{energie coûteuse}} \right| = \left| \dfrac{\Phi_f}{P_m} \right| = 7$