



DS3 – PHYSIQUE-CHIMIE – CORRIGÉ

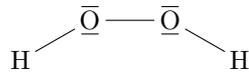
D.Malka – MPSI 2017-2018 – Lycée Saint-Exupéry

18.11.2017

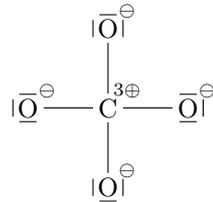
Exercice – Schémas de Lewis de quelques molécules

Proposer un schéma de Lewis pour les molécules et ions suivants :

1. le peroxyde d'hydrogène H_2O_2 : $D = \frac{N}{2} = \frac{2 \times 1 + 2 \times 6}{2} = 7$ doublets à placer.



2. l'ion perchlorate ClO_4^- sachant que l'atome de chlore est central : $D = \frac{N}{2} = \frac{4 \times 6 + 7 + 1}{2} = 16$ doublets à placer.



3. le protoxyde d'azote N_2O : $D = \frac{N}{2} = \frac{2 \times 5 + 6}{2} = 8$ doublets à placer.

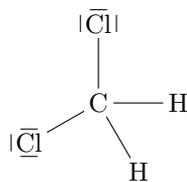


Problème 1 – Extraction de la caféine par le CO_2 supercritique

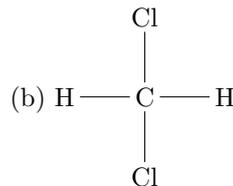
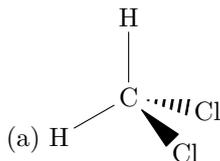
En vous appuyant sur vos connaissances et **sur les documents 1,2 et 3 fournis**, répondre aux questions suivantes :

1. Le dichlorométhane CH_2Cl_2 est un solvant très utilisé pour décaféiner les graines de café.

1.1 Schéma de Lewis du dichlorométhane.



1.2 On propose les deux géométries suivantes pour le dichlorométhane :



La géométrie tétraédrique (a) prédit que le dichlorométhane est polaire tandis que la géométrie plane (b) prédit que le dichlorométhane est apolaire. D'après le document 2, le moment dipolaire électrique du dichlorométhane vaut 1,14D donc la géométrie correcte est (a).

- 1.3 $T_{vap}(CH_2F_2) < T_{vap}(CH_2Cl_2)$? Cela signifie que les liaisons entre molécules de dichlorométhane sont plus fortes que les liaisons entre molécules de difluorométhane. Pourquoi ?

- Aucune des molécules n'est susceptible de former des liaisons hydrogènes. L'explication n'est pas celle là.
- La molécule CH_2Cl_2 est bien plus grosse donc plus bien polarisable que CH_2F_2 . les interactions résultant de la polarisation des molécules sont donc bien plus fortes entre molécules de dichlorométhane qu'entre molécule de difluorométhane.
- $\xi_F < \xi_{Cl}$ donc le difluorométhane est plus polaire que le dichlorométhane. De ce point de vue les interactions entre dipôles permanents – dipôle permanent sont plus fortes entre molécules de CH_2F_2 .

En conclusion, la plus forte température de vaporisation du dichlorométhane ne peut s'expliquer que par sa plus grande polarisabilité.

1.4 La grande solubilité de la caféine dans le dichlorométhane peut s'expliquer :

- par la grande polarisabilité des deux molécules ($M_{C_2H_2Cl_2} = 97 \text{ g.mol}^{-1}$ et $M_{caf} = 194, 19 \text{ g.mol}^{-1}$),
- par le caractère polaire des deux molécules.

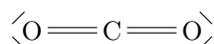
La faible solubilité de la caféine dans l'eau peut s'expliquer :

- par la formation de liaison hydrogène entre molécule d'eau,
- la grande polarisabilité des molécules de caféine et la faible polarisabilité des molécule d'eau.

Ainsi les interactions entre molécules de caféine et les interactions entre les molécules d'eau sont nettement plus forte qu'entre une molécule d'eau et une molécule de caféine.

2. Le CO_2 super critique est un solvant alternatif au dichlorométhane de plus en plus utilisé dans l'industrie.

2.1 Schéma de Lewis du dioxyde de carbone :



2.2 Les liaisons $C = O$ sont fortement polarisés mais du fait de la géométrie linéaire de la molécule, les moments dipolaires partielles associés au deux liaisons $C = O$ se compensent. Le dioxyde de carbone est donc apolaire.

2.3 L'extraction de la caféine par le CO_2 supercritique par rapport à l'extraction à l'aide d'un solvant organique usuel tel que le dichlorométhane présente les avantage suivant :

- non toxicité pour l'homme ,
- non polluant,
- peu cher et abondant,
- récupération très simple de la caféine par simple dépressurisation.

2.4 Essayons d'expliquer la forte solubilité de la caféine dans le CO_2 supercritique :

- La caféine est polaire alors que le dioxyde de carbone est apolaire : ce n'est pas favorable à la dissolution de la caféine dans le dioxyde de carbone.
- la caféine a une masse molaire élevée et est donc fortement polarisable. Le CO_2 est nettement moins polarisable. Ce facteur n'est pas favorable à la dissolution de la caféine dans le dioxyde de carbone.
- Le CO_2 et la caféine ne peuvent pas former de liaisons hydrogène (pas de doublet non liant disponible, pas d'atome d'hydrogène de charge partielle élevé).

Les explications habituelles de la solubilités d'un solvant dans un autre échouent. La forte solubilité de la caféine dans le CO_2 supercritique reste inexpliquée.

Problème 2 – Observation des anneaux de Saturne

1. La lumière est une onde. Si la longueur d'onde λ de la lumière est tel que $\lambda \ll d$ où d est la taille caractéristique des obstacle qu'elle rencontre, alors on peut décrire sa propagation à l'aide de rayons lumineux.
2. Dans les conditions de Gauss, les rayons lumineux incidents sur un système centré sont proche de l'axe optique et peu incliné par rapport à l'axe optique. Le système est alors approximativement stigmatique.
3. Diamètre apparent des anneaux de Saturne :

$$\tan \alpha = \frac{R_A}{D} \text{ et } \tan \alpha \approx \alpha \text{ donc } \alpha \approx \frac{R_1}{D} = \frac{10^8}{1,5 \cdot 10^{12}} = 6,6 \cdot 10^{-5} \text{ rad}$$
4. Image de Saturne et de ses anneaux par la lunette : fig.1.
5. Calculons le grossissement $G = \frac{\alpha'}{\alpha}$.

En assimilant les angles à leur tangente (conditions de Gauss) :

$$\alpha \approx \frac{\overline{A_1 B_1}}{f'_1}$$

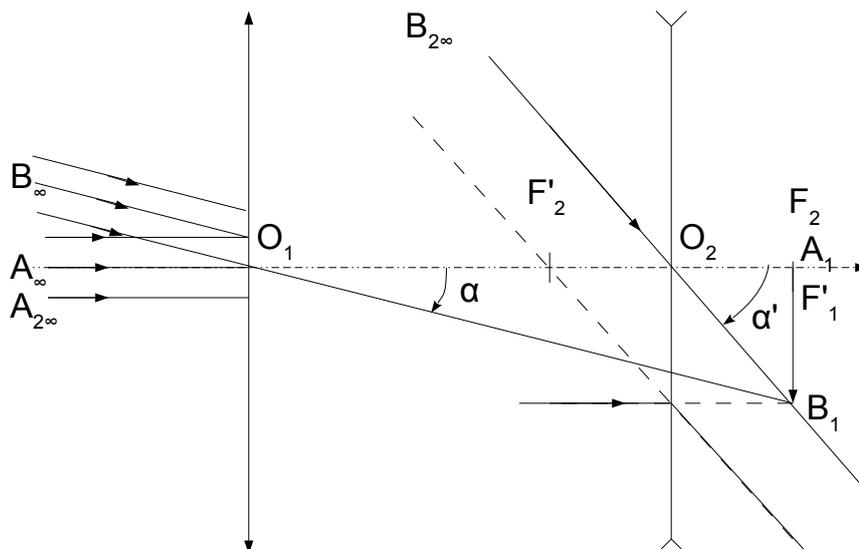


FIGURE 1 – Schéma de la lunette afocale

et

$$\alpha' \approx \frac{\overline{A_1 B_1}}{-f'_2}$$

donc

$$G = -\frac{f'_1}{f'_2} = -\frac{V_2}{V_1}$$

A.N. : $G = 5$

6. A l'œil nu, l'angle séparant le centre de saturne de ses anneaux (en considérant saturne comme un point) vaut $\alpha = \frac{R_A}{D} \approx 6,6 \cdot 10^{-5} \text{ rad}$.

On note $\varepsilon \sim 3 \cdot 10^{-4} \text{ rad}$ le pouvoir séparateur de l'œil.

Comme $\alpha < \varepsilon$, on ne peut pas distinguer les anneaux de saturne à l'œil nu, on ne voit qu'une tâche lumineuse.

Avec la lunette, l'angle séparant le centre de saturne de ses anneaux vaut $\alpha' = 5\alpha \approx 3,3 \cdot 10^{-4} \text{ rad}$.

Comme $\alpha' \gtrsim \varepsilon$, la lunette permet de distinguer les anneaux de saturne mais difficilement.

7. Voir figure 2.

En raisonnant sur la figure 2, on détermine le rayon $A_3 B_3$ des anneaux sur le détecteur :

$$A_3 B_3 = f'_3 \alpha' = 6,6 \mu\text{m}$$

On reconnaît un anneau sur l'image numérique (figure 3).

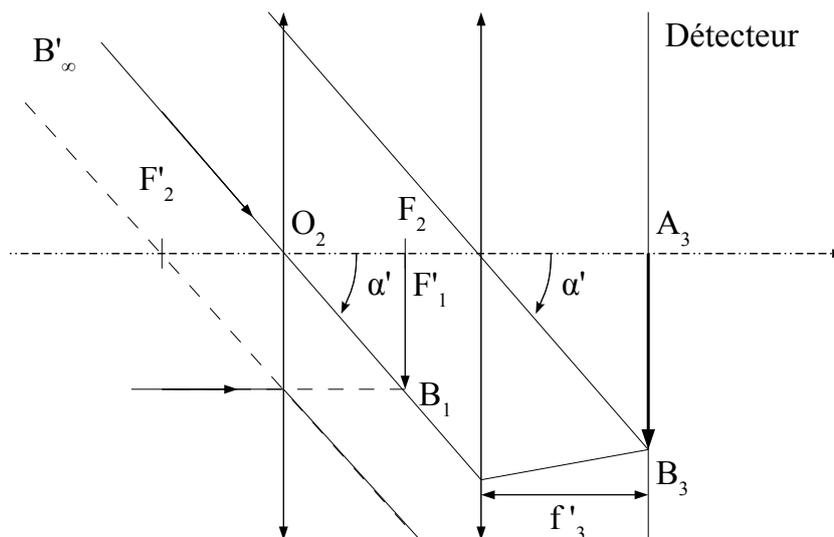


FIGURE 2 – Formation de l’image sur le détecteur

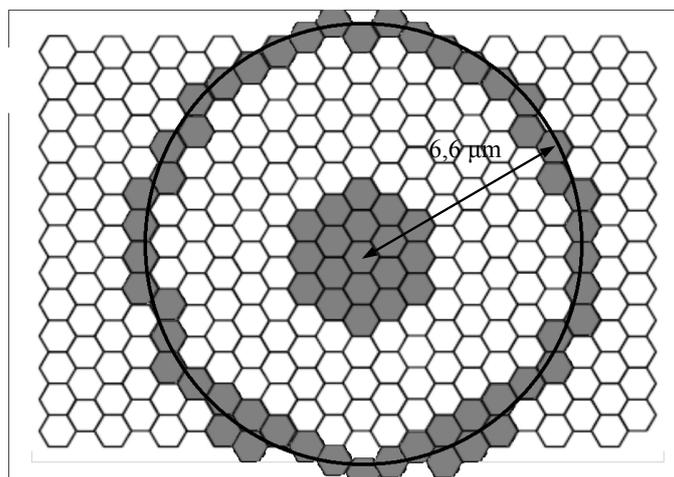


FIGURE 3 – Image numérique de Saturne et de ses anneaux (les 19 pixels de la tâche formée par Saturne ont été grisée)

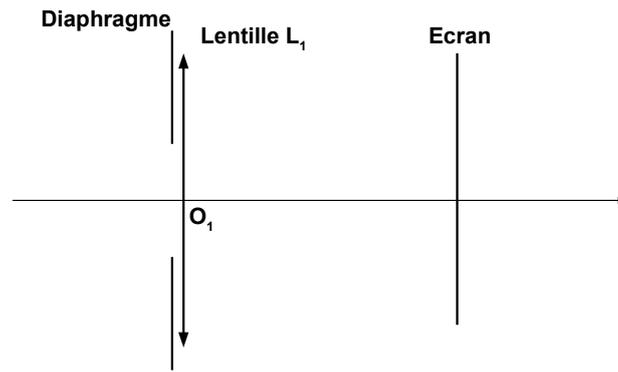
Problème 3 – L’œil « naturel » et L’œil artificiel

1. Modélisation simple de l’œil : fig.??.
2. Accommoder signifie contracter certains muscles oculaires afin de bomber le cristallin. Sa vergence est alors augmentée ce qui permet de voir net des objets proches.
3. La résolution angulaire ε de l’œil humain est de l’ordre de 3×10^{-4} rad.
4. D’après le document 6, la densité moyenne de cellules sur la rétine est de l’ordre de $d \sim 10^5 \text{mm}^{-2}$. Si on note a la taille caractéristique d’une cellule, alors :

$$d = \frac{1}{a^2}$$

soit

$$a = \frac{1}{\sqrt{d}}$$



Éléments constitutifs de l'œil	Modélisation
Cristallin	Lentille convergente
Rétine	Ecran
Pupille	Diaphragme

FIGURE 4 – Modélisation de l'œil

A.N. : $a \sim 3 \mu\text{m}$

A partir de la résolution angulaire de l'œil, on peut calculer la taille d'une cellule élémentaire via la construction fig.5.

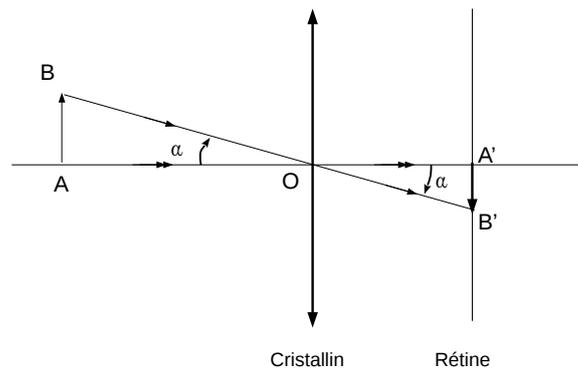


FIGURE 5 – Deux points de l'espace sont résolus si leurs images respectives sur la rétine sont distantes au moins de a où a est la taille d'une cellule élémentaire de la rétine. Si le diamètre apparent de AB vaut ε alors $A'B'$ vaut a .

Alors $a \sim f'\varepsilon$ avec $f' = 16 \text{ mm}$: $a \sim 4,8 \mu\text{m}$ valeur cohérente avec l'ordre de grandeur déterminé précédemment.

5. Profondeur de champ de l'œil au repos.

L'ensemble des points-objet formant des taches-image de diamètres inférieurs à a sera vu net. Au repos, l'œil voit net les objets situés à l'infini. Le point-objet de l'axe optique le plus proche que l'œil peut voir net est celui dont la tache-image a un diamètre égal à a .

On raisonne sur la construction fig.6. Cherchons la position du point-image A' telle que la tache sur l'axe optique est un diamètre a :

D'une part :

$$\tan \alpha = \frac{a}{2A'F'} = \frac{a}{2(f' - OA')}$$

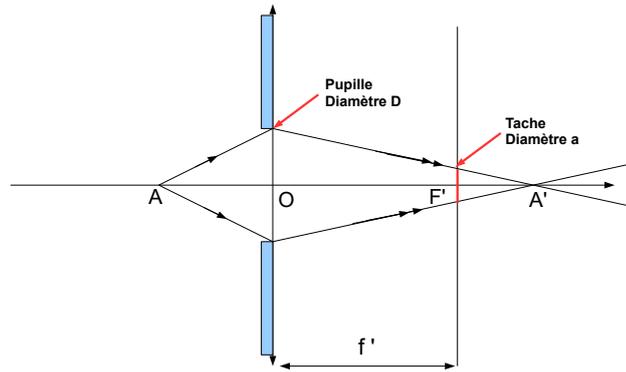


FIGURE 6 – Profondeur de champ de l'oeil

D'autre part :

$$\tan \alpha = \frac{a}{2\overline{OA}'}$$

D'où :

$$\overline{OA}' = f' \frac{D}{D+a}$$

La relation de conjugaison permet de trouver \overline{OA} :

$$\boxed{\overline{OA} = f' \left(-1 + \frac{a+D}{D} \right)^{-1}}$$

A.N. : $f' \approx 18 \text{ mm}$, $a = 3 \mu\text{m}$, $D \approx 2 \text{ mm}$, $\overline{OA} = 12 \text{ m}$. En fait le critère utilisé est un peu trop fort, jusqu'à 1 m l'image paraît nette.

6. Le diamètre D de la pupille est de l'ordre de 2 mm . L'angle de diffraction de la lumière pénétrant dans l'oeil est de l'ordre de :

$$\theta \sim \frac{\lambda}{D}$$

dans le domaine visible, $D \sim 600 \text{ nm}$ d'où $\theta \sim 3 \cdot 10^{-4} \text{ rad}$. La tâche image sur la rétine a alors pour diamètre :

$$e \approx f'\theta \approx 5,4 \mu\text{m}.$$

C'est du même ordre de grandeur que la taille des cellules rétinienne. Si ces dernières étaient plus petites, la résolution de l'oeil serait limité par la diffraction et donc cela n'apporterait aucune amélioration de l'acuité visuelle. C'est en sens que la taille des cellules rétinienne constitue un optimum physiologique.

7. Par un calcul simple mais précis et détaillé, justifier l'affirmation suivante (doc 3) : « Les patients équipés de rétines artificielles sont capables de [...] lire le courrier. ».

Le courrier sera déchiffrable par un patient équipé d'une rétine artificielle si la taille $A'B'$ de l'image de la lettre sur la rétine tient sur au moins 3 pixels. Il peut alors résoudre les détails constitutifs des lettres.

On place le courrier au punctum-proximum afin que l'image soit la plus grande possible sur la rétine. Soit $\delta \approx 25 \text{ cm}$, la distance du punctum proximum à l'oeil : $\overline{OA} = -\delta$. Comme $\delta \gg f'$ ($f' \approx 18 \text{ mm}$ d'après le document 6), $\overline{OA}' = f'$ donc le grandissement vaut :

$$\gamma = \frac{\overline{OA}'}{\overline{OA}} = -\frac{f'}{\delta}$$

d'où :

$$A'B' = \frac{f'}{\delta} AB$$

A.N. : $f' \approx 18 \text{ mm}$, $\delta \approx 25 \text{ cm}$ et $AB \approx 2 \text{ mm}$ (taille d'une lettre), $\overline{A'B'} \sim 150 \mu\text{m}$

Déterminons la taille a d'un pixel de la rétine artificielle. D'après le document 8 :

$$S = Na^2$$

soit

$$a = \sqrt{\frac{S}{N}}$$

A.N. : avec $S = 9 \text{ mm}^2$, $N = 1500$ on trouve $a = 77 \mu\text{m}$.

Conclusion : $A'B' \approx 2a$: c'est un peu juste mais avec une aide complémentaire comme une loupe, le courrier peut-être lu.