TD S8
Corrigé

S1- Sensibilité de la rétine

1/ Energie d'un photon composant la lumière visible.

$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$

A.N. : $\lambda \sim 600$ nm , $E \sim 2$ eV
$h = 6{,}63 \times 10^{-34}$ J.s
$c = 3{,}0 \times 10^{8}$ m.s^{-1}

2/ Nombre de photons reçus par unité de temps par la rétine.

Puissance reçue par l'oeil : $P = P_s \times \frac{\pi D^2}{4}$ où $P_s \approx 10^{-14}$ W.cm^{-2} et $D = 4$ mm.

Cette puissance s'écrit aussi $P = \frac{E}{\tau}$ ← énergie reçue
↑ durée

avec $E = N h\nu = N h \frac{c}{\lambda}$

nombre de photons reçus

énergie d'un photon

D'où $P_s \pi \frac{D^2}{4} = \frac{N}{\tau} h \frac{c}{\lambda}$

nombre de photons reçus par unité de temps.

$$\Leftrightarrow \boxed{\frac{N}{\tau} = \frac{P_s \lambda}{hc} \times \frac{\pi D^2}{4}}$$

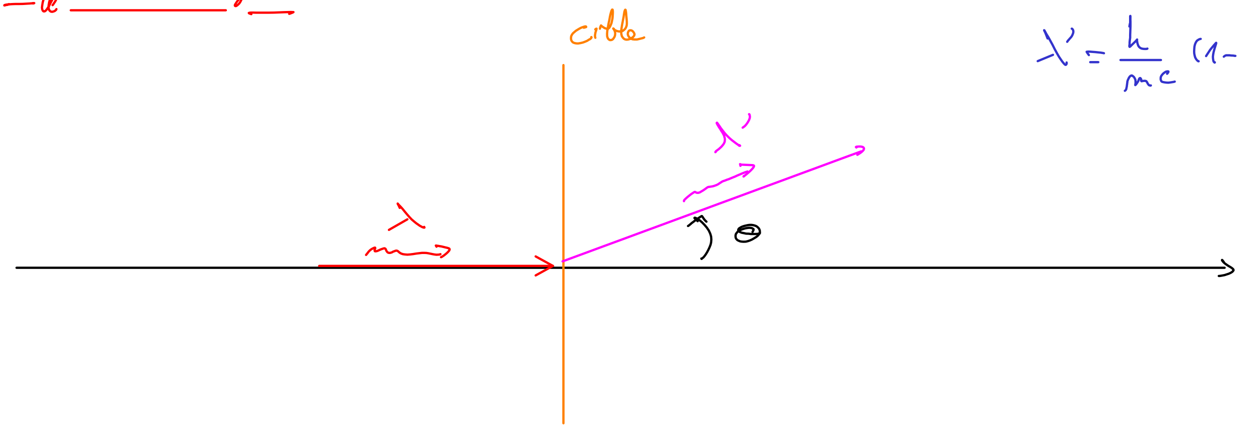
A.N. $P_s = 10^{-14}$ W.cm^{-2} $= 10^{-10}$ W.m^{-2}
$c = 3 \times 10^{8}$ m.s^{-1}
$\lambda = 600$ nm $= 6 \times 10^{-7}$ m
$D = 4$ mm $= 4 \times 10^{-3}$ m
$h = 6{,}63 \times 10^{-34}$ J.s

$\frac{N}{\tau} \sim 5000$ photons/s

3/ En 0,1 s, la rétine perçoit 500 photons : c'est très peu. La rétine est très sensible à la lumière.

Rem : des expériences ont montré que les cellules rétiniennes sont sensibles à des photons uniques et que la chaîne complète de la vision (oeil + nerf optique + aires cérébrales) à 9 photons. Dans le ciel nocturne le bruit lumineux limite la perception des étoiles bien plus que la rétine !

S2- Diffusion Compton



$$\lambda' = \frac{h}{mc}(1-\cos\theta)$$

1/ Longueur d'onde Compton de l'électron.

$$[\lambda_c] = \left[\frac{h}{mc}\right] = \frac{[h]}{[m][c]} = \frac{ML^2T^{-2}T}{M\,L\,T^{-1}} = L \quad \text{longueur !}$$

<u>A.N.</u> $\left.\begin{array}{l} h = 6{,}63\times 10^{-34}\ \text{J.s} \\ m = 9{,}0\times 10^{-31}\ \text{kg} \\ c = 3{,}0\times 10^{8}\ \text{m.s}^{-1} \end{array}\right\}$ $\lambda_c \approx 2{,}41$ pm

2/ $\lambda' - \lambda = \lambda_c \underbrace{(1-\cos\theta)}_{\approx 1}$ d'où $\Delta\lambda = |\lambda' - \lambda| \sim \lambda_c$

Si $\lambda \sim 1$ pm (rayon X dur) alors $\Delta\lambda \sim \lambda$: la variation de longueur d'onde des photons diffusés est aisément mesurable.

3/ l'énergie du photon passe de $E = \frac{hc}{\lambda}$ à $E' = \frac{hc}{\lambda'}$

or $\lambda' > \lambda \iff E < E'$: le photon cède de l'énergie à la matière.

4/ Pour $\theta = \frac{\pi}{2}$, $\lambda' = \lambda + \lambda_c$.

<u>A.N.</u> : $\left.\begin{array}{l} \lambda_c = 2{,}41\ \text{pm} \\ \lambda = 70{,}8\ \text{pm} \end{array}\right\}$ $\underline{\lambda' = 73{,}2\ \text{pm}}$

5/ Energie gagnée par un photon :

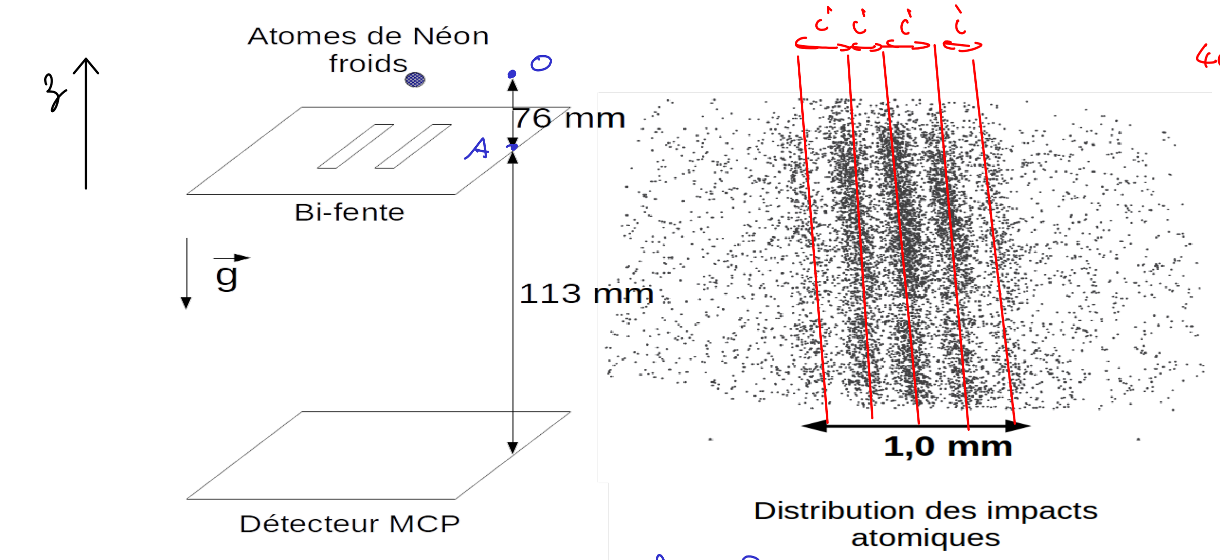
$$\Delta E = E' - E = hc\left(\frac{1}{\lambda'} - \frac{1}{\lambda}\right) < 0$$

<u>A.N.</u> $\Delta E = 9{,}17\times 10^{-17}$ J ~ -600 eV

Or $\Delta E \gg \underbrace{E_{ionisation}}_{\sim 10\ \text{eV}}$: les rayons X ionisent la matière !

<u>Rem</u> : ce qui fait leur dangerosité !

S3 - Expérience de SHIMIZU et TAKUMA



$4i \approx 1$ mm

$\Leftrightarrow i \approx 250\ \mu m$

1/ Vitesse des atomes au niveau des fentes ?

Syst : atome de Ne

Réf : labo, galiléen.

BDF : poids uniquement !

Conservation de l'énergie mécanique entre O et A :

$E_m(A) = E_m(O) \Leftrightarrow \frac{1}{2} m \underbrace{v_A}_{v_s}{}^2 + mgz_A = \frac{1}{2} m \underbrace{v_0}_{0}{}^2 + mgz_0$

$\Leftrightarrow \boxed{v_s = \sqrt{2gh}}$ où $h = z_0 - z_A = 76$ mm.

A.N. $v_s \approx 1{,}22\ m.s^{-1}$.

2/ Comportement classiquement ondulatoire si $\lambda \sim a$ avec $a = 6\ \mu m$.

Avec $\lambda = \frac{h}{p} \Leftrightarrow \boxed{\lambda = \frac{h}{m v_s}}$ ($v_s \ll c$: atome non relativiste)

A.N. $\lambda \sim 16$ nm $\sim 100a$ $\longrightarrow$ comportement ondulatoire (interférence, diffraction)

Rem : La condition $a \lesssim \lambda$ est insuffisante : voir le principe de complémentarité pour ceux que cela intéresse. (hors programme)

3/ Interfrange : $i \sim 250\ \mu m$. (voir la figure)

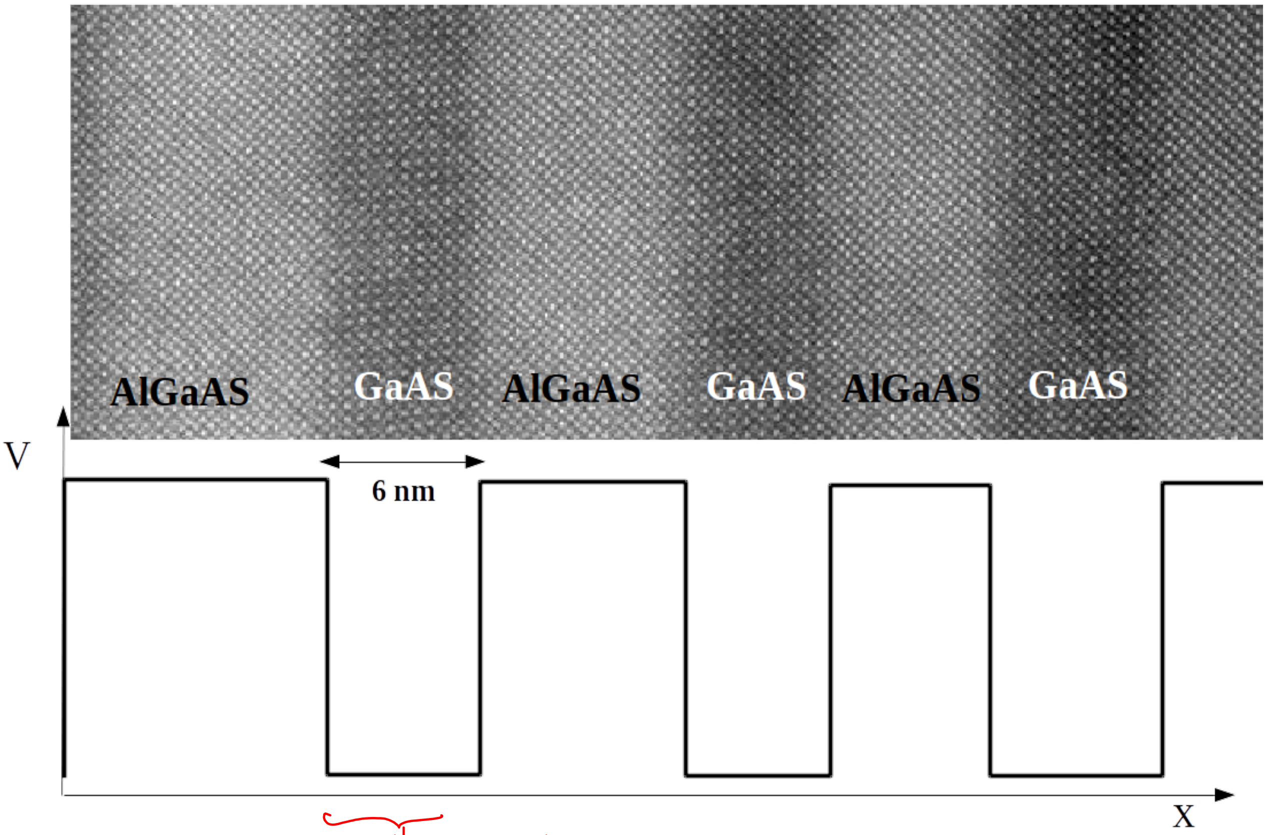
4/ Modèle :

$$i = \frac{h}{m v_s} \times \frac{D}{e} \times \frac{2(\sqrt{1+\alpha} - 1)}{\alpha} \quad \text{avec} \quad \alpha = \frac{2gD}{v_s^2}$$

A.N. $\alpha = 1{,}49$ et $i = 238\ \mu m$.

Le modèle est conforme à l'expérience.

S4 - Puits quantiques



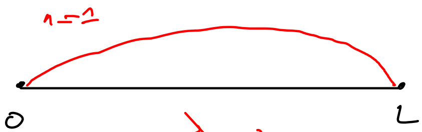
puits quantique

1/ $E = E_c = \frac{p^2}{2m}$ avec $p = \frac{h}{\lambda_n} \Rightarrow E_n = \frac{\;^2}{2m\lambda_n^2}$

Analogie avec la corde vibrante : si on confine une onde (nœuds aux extrémités), les longueurs d'onde autorisées sont discrétisées.

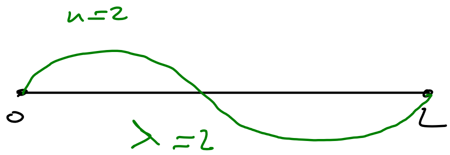
Comment retrouver les valeurs λ_n autorisées ?

Raisonnement physique & graphique.



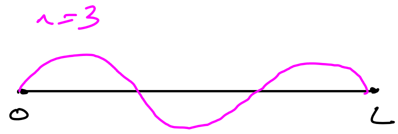
$\frac{\lambda}{2} = L.$

$\Leftrightarrow \lambda = 2L$



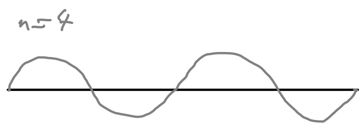
$\lambda = 2$

$\Leftrightarrow \lambda = L$



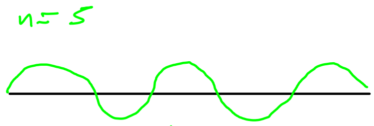
$\frac{3\lambda}{2} = L$

$\Leftrightarrow \lambda = \frac{2L}{3}$



$2\lambda = L$

$\Leftrightarrow \lambda = \frac{L}{2}$



$\frac{5}{2}\lambda = L$

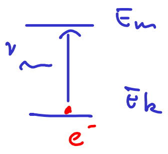
$\Leftrightarrow \lambda = \frac{2L}{5}$

$$\left.\begin{array}{l} E_n = \frac{\;^2}{2m\lambda_n^2} \\ \lambda_n = \frac{2L}{n} \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{E_n = n^2\frac{h^2}{8mL^2}}, \; n \in \mathbb{N}^*$$

Généralisation : Seules des ondes telles que $\boxed{L = n \times \frac{\lambda}{2}}$ peuvent satisfaire les annulations en $x=0$ et $x=L$

soit : $\boxed{\lambda_n = \frac{2L}{n}}$

2/ $E_m - E_k = \nu_{n,k}$



2.1/ Conservation de l'énergie

2.2/ AsGa : $E_n = n^2 E_1$, avec $E_1 = \dfrac{h^2}{8mL^2} = 2,5\times10^{-20}$ J

$$\left.\begin{aligned}
\nu_{2,1} &= \frac{E_2 - E_1}{h} = \frac{3E_1}{h} = 4,52\times10^{13}\ \text{Hz} \\
\lambda_{2,1} &= \frac{c}{\nu_{2,1}} = 6,63\ \mu\text{m} \\
\nu_{3,1} &= \frac{E_3 - E_1}{h} = \frac{8E_1}{h} = 3,02\times10^{14}\ \text{Hz}
\end{aligned}\right\}\ \text{I.R.}$$

$$\lambda_{3,1} = \frac{c}{\nu_{3,1}} = 0,99\ \mu\text{m}$$

2.3/ $\underbrace{\text{Absorption}}_{\text{détecteur}}$ ou $\underbrace{\text{émission}}_{\text{émetteur.}}$ de rayonnement infrarouge.