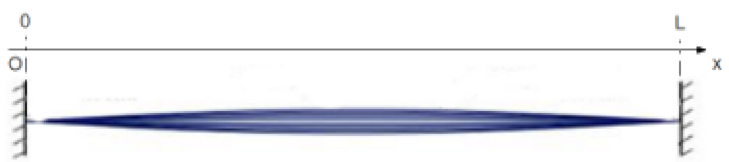
Ondes stationnaires

Exemple de la corde de guitare

Modélisation



On imagine la formation d'ondes stationnaires sur la corde (dues à une perturbation sinusoïdale).

$$f(x,t) = D\cos(\omega t - \varphi_t)\cos(kx - \varphi_x)$$

Conditions aux limites :

$$f(0,t) = 0$$
$$f(L,t) = 0$$

Les conditions aux limites imposent :

$$\sin(kL) = 0$$

Soit :

$$L = n\frac{\lambda}{2}$$
$$f_n = n\frac{v}{2L}$$

Ces ondes stationnaires correspondent aux **modes propres de vibration de la corde**.

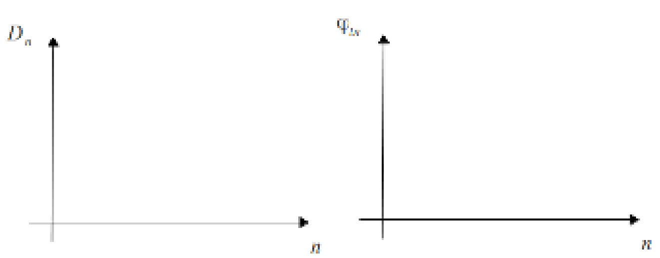
Expérience : perturbation quelconque

La forme de l'onde est une superposition des modes propres de la corde :

$$f(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} D_n \cos\left(n\frac{v\pi}{L}t - \varphi_{tn}\right)\sin\left(n\frac{\pi}{L}x\right)$$

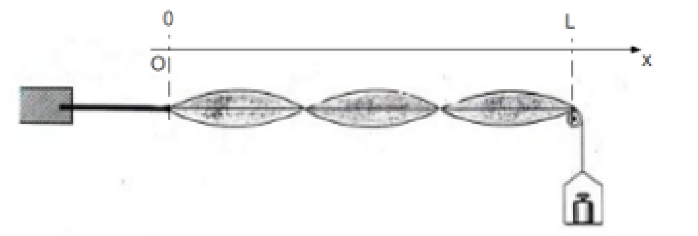
Les spectres en amplitude et en phase s'en déduisent :

$$D_n = f(n) \text{ et } \varphi_{tn} = f(n)$$



Exemple de la corde de Melde

Expérience



On observe un phénomène de **résonance**, avec formation de fuseaux, pour certaines fréquences multiples les unes des autres.

Modélisation

En tout point de l'axe (Ox), on considère la superposition d'une onde incidente et d'une onde réfléchie.

$$f(x,t) = A\cos(\omega t - kx - \varphi_i) + B\cos(\omega t + kx - \varphi_r)$$

Conditions aux limites :

$$f(0,t) = C\cos(\omega t)$$
$$f(L,t) = 0$$

On obtient une forme << d'onde stationnaire >> :

$$f(x,t) = \frac{C}{\sin(kL)}\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)\cos(kx - kL)$$

La forme générale d'une onde stationnaire est :

$$f(x,t) = D\cos(\omega t - \varphi_t)\cos(kx - \varphi_x)$$

Les dépendances spatiale et temporelle sont séparées.

<u>Rappel :</u>

$$\cos p - \cos q = -2\sin\left(\frac{p+q}{2}\right)\sin\left(\frac{p-q}{2}\right)$$

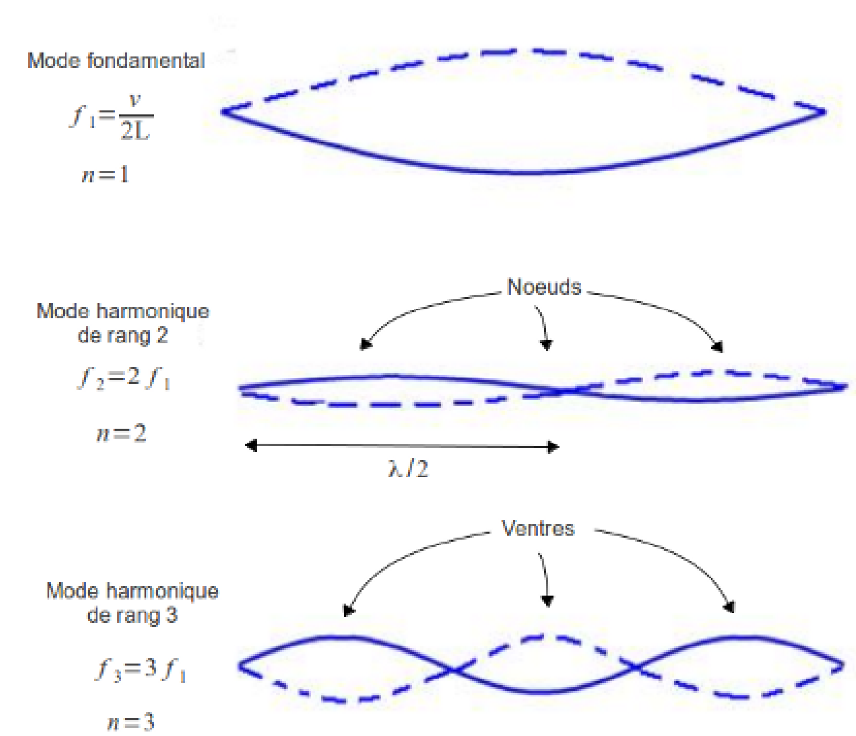
Il y a résonance (forte amplitude de vibration) si :

$$\sin(kL) \to 0$$

Soit :

$$L = n\frac{\lambda}{2}$$
$$f_n = n\frac{v}{2L}$$

Ces modes de vibration de forte amplitude sont appelés **modes propres de la corde**.



La distance entre deux **noeuds** ou deux **ventres** de vibration est :

$$\frac{\lambda}{2}$$