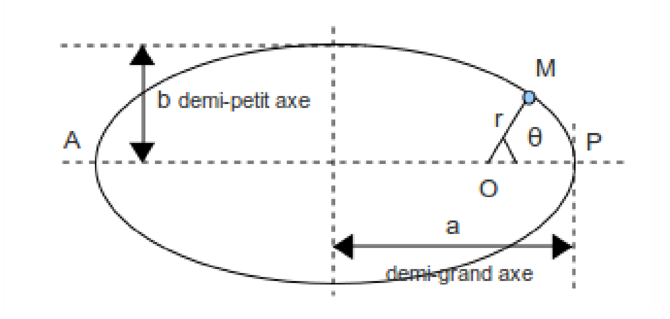
Mouvement à force centrale newtonienne

- Lois de Kepler
  - 1ère loi : Le centre des planètes décrit une ellipse dont l'un des foyers est le soleil.

    $r = \dfrac{p}{1 + e\cos\theta}$

    $a = \dfrac{p}{1 - e^2}$

    $b = \sqrt{ap}$
  - 2ième loi : Les rayons vecteurs balaient des aires égales en des temps égaux.
  - 3ième loi : $\dfrac{T^2}{a^3} = Cte$
- Établissement des lois de Kepler
  - Formules de Binet — $u = \dfrac{1}{r}$
    - PFD — $\vec{a} = \begin{vmatrix} -C^2u^2\left(\dfrac{\mathrm{d}^2u}{\mathrm{d}\theta^2} + u\right) \\ 0 \end{vmatrix}$
      - ...
    - TEM — $\vec{v} = \begin{vmatrix} -C\,\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}\theta} \\ Cu \end{vmatrix}$
      - ...
  - Vecteur excentricité
  - Calcul direct à partir de l'expression de Em
- Vitesse de libération (Em>0) — $v_\ell = \sqrt{\dfrac{2\mathcal{G}M}{r}}$
- Cas d'une trajectoire circulaire
  - Le mouvement est nécéssairement uniforme
  - PFD

    $v = \sqrt{\dfrac{\mathcal{G}M}{r}}$

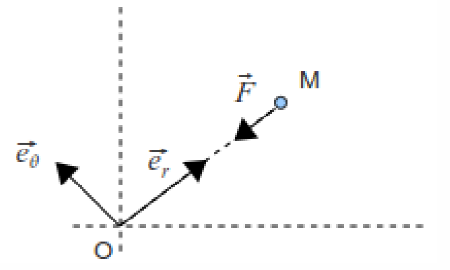
    $\dfrac{T^2}{r^3} = \dfrac{4\pi^2}{\mathcal{G}M}$

    $E_c = -\dfrac{1}{2}E_p$

    $E_m = -E_c = \dfrac{1}{2}E_p$
- Force gravitationnelle — $\vec{F}_g = -\mathcal{G}\,\dfrac{mM}{r^2}\vec{e}_r$
- Énergie potentielle gravitationnelle — $E_p = -\mathcal{G}\,\dfrac{mM}{r}$

Force centrale

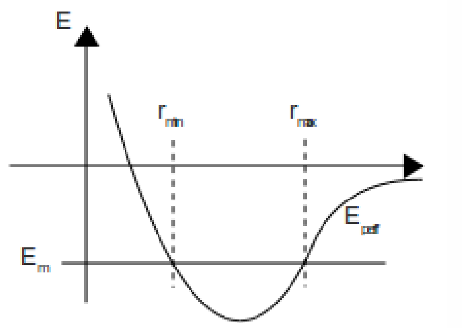
- Force dont la direction passe par un point fixe du référentiel

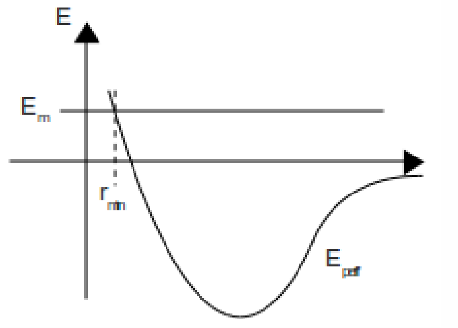
  

  - Force gravitationnelle — $\vec{F}_g = -\mathcal{G}\,\dfrac{mM}{r^2}\vec{e}_r$
  - Force électrique — $\vec{F}_e = k\,\dfrac{q\,Q}{r^2}\vec{e}_r$
- conservative — $\delta W = \vec{F}\cdot\mathrm{d}\overrightarrow{OM} = -\mathrm{d}E_p$
  - Énergie potentielle gravitationnelle — $E_p = -\mathcal{G}\,\dfrac{mM}{r}$
  - Énergie potentielle électrique — $E_p = k\,\dfrac{q\,Q}{r^2}$
- Cas d'une force centrale conservative — $E_m = Cte$
  - Énergie potentielle effective

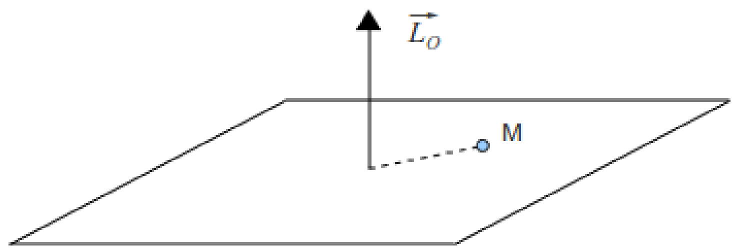
    $E_m = \dfrac{1}{2}m\dot{r}^2 + E_{p,\text{eff}}(r)$

    $E_{p,\text{eff}}(r) < E_m$
  - Discussion graphique

- TMC — $\vec{L}_O = \overrightarrow{Cte} = mr^2\dot{\theta}\vec{e}_z = mC\vec{e}_z = 2m\dfrac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}t}\vec{e}_z$
  - Le mouvement se fait dans le plan perpendiculaire au moment cinétique.

  - Constante des aires — C
  - Vitesse aréolaire — $\dfrac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}t}$