

Epreuve de Sciences Industrielles A

Durée 5 h

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, d'une part il le signale au chef de salle, d'autre part il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

L'usage de calculatrices est interdit.

Aucun document n'est autorisé

Composition du sujet :

- 1 cahier de 19 pages de texte numérotées de 1 à 19.
- 8 pages de documents annexes, numérotées de 1 à 8.
- 1 cahier réponse numérotées de 1 à 24, à rendre à la fin de l'épreuve.

Il est demandé au candidat de formuler toutes les hypothèses qu'il jugera nécessaires pour répondre aux questions posées.

La présentation, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. En particulier, les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte. Les candidats sont invités à encadrer les résultats de leurs calculs.

Le traitement d'une partie dans sa continuité sera valorisé par rapport à un traitement ponctuel de quelques questions.

Tournez la page S.V.P.

Il est interdit aux candidats de signer leur composition ou d'y mettre un signe quelconque pouvant indiquer sa provenance.

TRAIN D'ATTERRISSAGE D'HÉLICOPTÈRE

Parmi les hélicoptères lourds de dernière génération, le NH90 (NATO Helicopter) est un hélicoptère biturbine européen de transport militaire de la classe des 10 tonnes conçu entre la France, l'Allemagne, l'Italie et les Pays Bas, rejoints par le Portugal en juin 2001 et la Belgique en 2006. Le NH90 se décline en 2 versions : TTH (transport tactique) et NFH (lutte anti-surface et anti-sous-marine). Les quatre groupes industriels, Agusta-Westland (Italie), Eurocopter (France), Eurocopter Deutschland et Fokker-Stork (Pays-Bas) ont constitué une coentreprise sous le nom de NHIndustries.



Figure 1 - NH90 NFH (© : MARINE NATIONALE)

Le NH90 est propulsé par 2 turbines Turbomeca Rolls-Royce RTM 322-01/9. Ses dimensions sont précisées par la figure 2 ci-contre et ses principales caractéristiques sont les suivantes :

| | |
|--|----------------------|
| Puissance moteur décollage/continue | 1566/877 kW |
| Masse à vide/en charge | 6400/10600 kg |
| Autonomie | 5 h 30 min |
| Vitesse croisière/maximale | 260/295 km/h |

La charge utile de 4200kg permet, par exemple, le transport d'une vingtaine d'hommes en plus de l'équipage réduit à une, deux ou trois personnes suivant les versions.

Sa version de soutien aux troupes au sol est principalement conçue pour assurer de façon autonome :

- le transport de troupes et/ou de matériel,
- la recherche et le sauvetage,
- les évacuations sanitaires.

Parmi ses équipements, on peut citer :

- commandes de vol électriques,
- système intégré de gestion des communications,
- pales et pylône de queue repliables automatiquement,
- train d'atterrissage rétractable et résistant aux crashes.

Comme pour les avions, le vol d'un hélicoptère présente plusieurs phases. Cependant la comparaison ne va guère plus loin car son principe de sustentation, conduit à des mouvements par nature instables qui sont plus délicats à contrôler que ceux d'un avion.

Ainsi certaines situations de vol sont à éviter comme les descentes rapides. Les phases d'approche, de décollage et d'atterrissage sont également des phases critiques où le pilote doit faire face aux effets de paroi ou de sol sur le flux d'air brassé par les pales. Le contrôle de ces phases est toujours délicat et l'atterrissage d'un hélicoptère, surtout pour les plus lourds, conduit le plus souvent à une mise en contact avec le sol relativement violente.

La phase d'atterrissage peut se scinder en deux temps : la descente vers le sol et le contact avec le sol. C'est sur ce dernier point que porte l'étude proposée dans ce sujet.

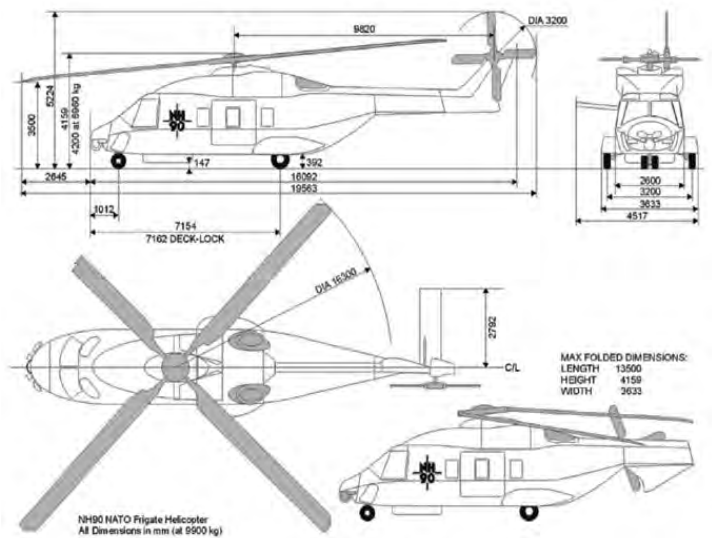
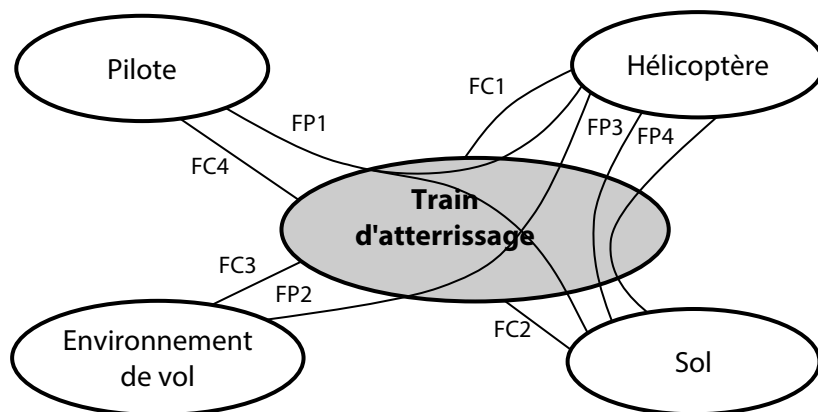


Figure 2 - NH90 NFH (© : NHIndustrie)

CAHIER DES CHARGES DU TRAIN D'ATERRISSAGE

L'interface de contact sol-hélicoptère doit répondre à un certain nombre de fonctions de service dont le cahier des charges partiel, donné dans la suite, décrit et caractérise les plus importantes.

La recherche des fonctions de service peut être menée par l'intermédiaire d'un diagramme des interacteurs techniques qui peut prendre la forme suivante :



Le cahier des charges associé est le suivant :

| Fonctions | Critères | Niveaux | Flexibilité |
|--|---|---|---|
| FP1 – Permettre au pilote de poser l'hélicoptère au sol sans l'endommager | 1- Capacité à supporter la vitesse d'impact 2- Accélération angulaire du pylône de queue à l'impact 3- Pulsation forcée des oscillations du pylône de queue | ≤ 4 m/s ≤ 3 rad/s ² < pulsation propre | 0,2 m/s 0,2 rad/s ² aucune |
| FP2 – Préserver l'aérodynamisme de l'hélicoptère en vol | 4- Trainée aérodynamique ajoutée | $\leq 2\%$ trainée initiale $\leq 1\%$ volume total | 0,5 % 0,5 % |
| FP3 – Assurer le roulage au sol de l'hélicoptère | 5- Effort de roulage 6- Manœuvrabilité | $\leq 1\%$ poids rotation sur place | 0,2 % - |
| FP4 – Assurer la stabilité de l'hélicoptère au sol rotor tournant | 7- Retournement de roulis | Nul | aucune |
| FC1 – Être adapté à l'hélicoptère | 8- Masse 9- Encombrement | ≤ 100 kg $\leq 1\%$ volume total | 10 kg 0,5 % |
| FC2 – Être adapté à différents types de sol | 10- Dureté du sol | D'un terrain naturel à une surface métallique | |
| FC3 – Être adapté à l'environnement de vol | 11- Résistance à l'atmosphère saline | 35 g/kg en moyenne | ± 5 g/kg |
| FC4 – Permettre la commande par le pilote | Non précisés | | |

DESCRIPTION STRUCTURELLE DU TRAIN D'ATTERRISSAGE

La solution apportée par Fokker-Stork, au besoin exprimé, est fondée sur un train à roues munies d'amortisseurs. En effet les atterrisseurs à patins munis de dispositifs amortisseurs ne sont pas adaptés à des appareils qui dépassent les 4 tonnes et des vitesses d'impact supérieures à environ 1,4 m/s.

Le train principal constitué de deux roues simples est installé dans le fuselage central et le train auxiliaire constitué de deux roues jumelées de direction dans la partie avant du fuselage (figure 3).

Des caissons permettent d'escamoter les trains d'atterrissage lors du vol.



Figure 3 - APPONTAGE NH90 NFH (© : NHIndustrie)

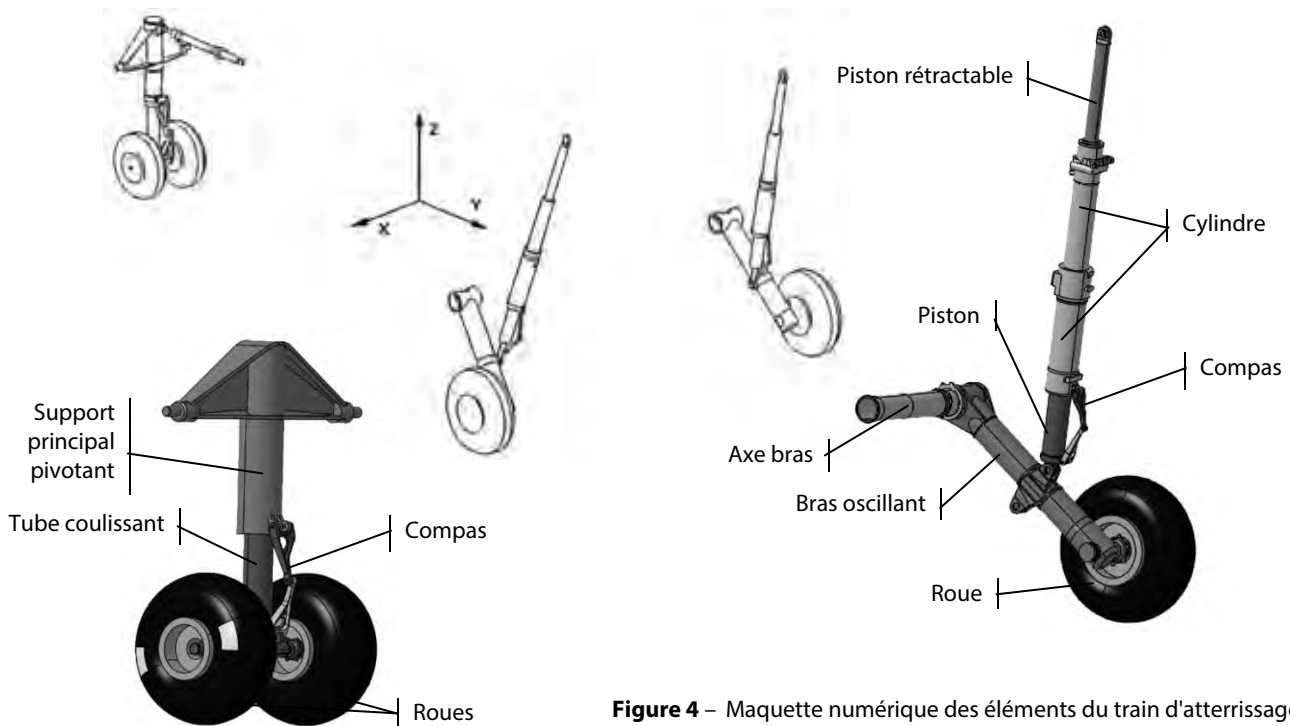


Figure 4 – Maquette numérique des éléments du train d'atterrissage (© : Gino Vanheers - KHBO)

Une jambe du train principal est constituée de (figure 4) :

- une roue avec un pneumatique,
- un bras oscillant,
- un vérin amortisseur : piston – cylindre,
- un triangle anti-vrillage ou compas,
- un vérin de rétraction : piston rétractable – cylindre.

Le train auxiliaire situé à l'avant est constitué de (figure 4) :

- deux roues jumelées,
- un tube coulissant amortisseur,
- un triangle anti-vrillage ou compas,
- un support principal pivotant autour de l'axe vertical.

Le vérin amortisseur d'une jambe du train principal, articulé avec le bras oscillant (figure 5) joue un rôle primordial dans le comportement du train d'atterrissage. Le vérin de rétractation prend une part de l'absorption d'énergie dans les situations d'urgence en cas de crash, soit une vitesse d'impact de l'ordre de 6 m/s.

Le choix du concepteur s'est porté sur un vérin amortisseur oléopneumatique spécifique. Sa structure est donnée de manière schématique sur la figure 4 de l'annexe 2. La chambre supérieure est remplie d'azote et joue le rôle d'un ressort. La chambre inférieure remplie d'huile assure au vérin son rôle d'amortisseur proprement dit en laminant l'huile au travers d'un orifice dont la section est réglée, suivant la course du vérin, par une tige de calibrage solidaire du piston. Généralement le facteur d'amortissement ou facteur de frottement fluide est donc variable en fonction de la course du piston, mais il diffère également entre le mouvement de compression et d'extension. La figure 6 montre les principales phases d'action de l'amortisseur.

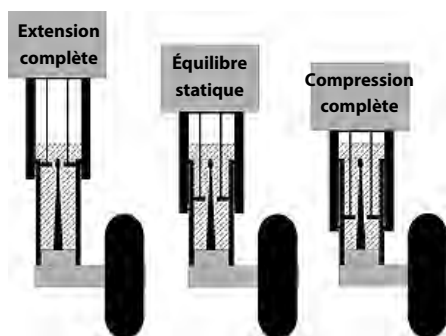


Figure 6 – Phases d'action du vérin amortisseur

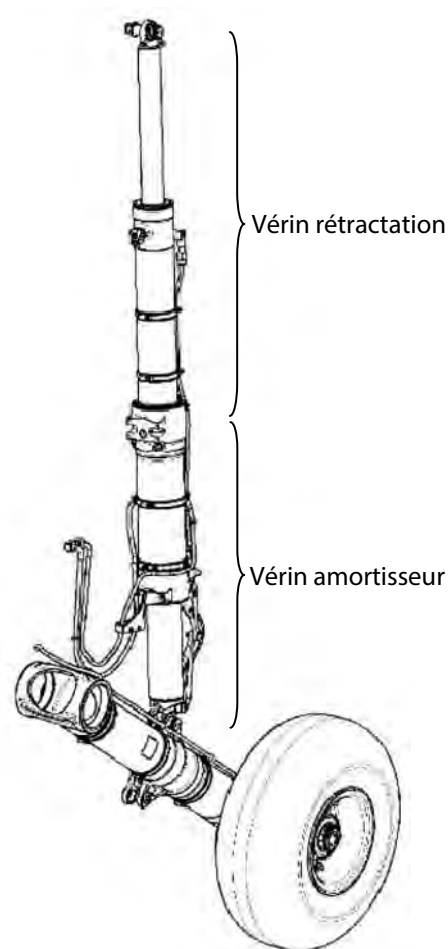


Figure 5 – Vérin amortisseur. (© : Deltares)

PROBLÉMATIQUE

Lors d'atterrissages à grande vitesse qualifiés de durs, les oscillations induites par l'impact au sol du train d'atterrissage principal génèrent des contraintes mécaniques importantes à la liaison du pylône de queue avec la cabine. Les oscillations du pylône de queue de l'appareil correspondant à son premier mode de flexion, ne sont pas négligeables (figure 7).

Lors de ces atterrissages, les vitesses verticales minimales sont de l'ordre de 2 m/s mais peuvent atteindre des valeurs plus importantes lors d'appontage sur un bateau à cause des mouvements du bateau dus à la houle.

La résistance aux crashes correspond à la possibilité de garder opérationnel un appareil qui aurait atterri avec une vitesse d'impact pouvant atteindre 4 m/s.



Figure 7 – Premier mode de flexion du pylône de queue situé dans les basses fréquences. (© : Ugo Crisponi)

Les oscillations engendrées peuvent porter atteinte à la pérennité de la structure et conduire dans un cas extrême à la rupture du pylône de queue.

La **problématique** de l'étude proposée est l'obtention et la validation des niveaux des **critères 2 et 3** de la fonction **FP1**. On cherche à minimiser les risques d'endommagement voire de rupture de la structure de l'appareil au niveau de la liaison entre le pylône de queue et la cabine.

Pour prévenir ce phénomène, on peut renforcer la structure de l'appareil au niveau de cette liaison. Cette solution est coûteuse en masse, diminue la masse de chargement utile et modifie les fréquences propres de l'appareil. L'ensemble de ces inconvénients font que cette solution n'est pas retenue.

Le constructeur s'est donc dirigé vers une autre voie qui consiste à maîtriser l'effort transmis par les trains d'atterrissage à la structure en agissant sur leurs caractéristiques dynamiques. Ceci permet de minimiser les oscillations du pylône de queue et plus particulièrement le pic d'accélération subi par celui-ci lors de l'atterrissage.

OBJECTIFS DE L'ÉTUDE PROPOSÉE

On se propose dans ce sujet d'analyser, de modéliser et de valider la solution choisie par le concepteur vis-à-vis des performances attendues.

Dans cette optique, après une lecture attentive du sujet (environ 20 minutes), il est proposé au candidat une étude articulée autour de cinq parties indépendantes (les durées indiquées correspondent aux poids relatifs de chacune d'elles) :

- Partie A : Analyse fonctionnelle et structurelle (40 min)
- Partie B : Modélisation structurelle et comportementale (1h30)
- Partie C : Modélisation du comportement du train principal (1h)
- Partie D : Modélisation d'une commande semi-active de l'amortisseur (45 min)
- Partie E : Optimisation du correcteur de la commande de l'amortisseur (45 min)

ANALYSE FONCTIONNELLE ET STRUCTURELLE

Objectif :

Cette partie a pour objectif d'élaborer une description topo-fonctionnelle et d'analyser la structure du train d'atterrissage.

Question 1

À partir de la présentation du système et du diagramme SADT de niveau A-0 de la figure 1 de l'annexe 1, compléter le diagramme SADT de niveau A0 du Cahier réponse en indiquant les composants réalisant les différentes fonctions.

Question 2

À partir de la présentation du système et du diagramme SADT de niveau A0 précédent, compléter le diagramme SADT de niveau A2 du Cahier réponse en indiquant les composants ou éléments de composants réalisant les différentes fonctions.

Question 3

À partir de la présentation du système, indiquer dans les bulles associées aux fonctions techniques du diagramme FAST du Cahier réponse, les composants ou éléments du système réalisant ces fonctions.

Nota : Un même élément peut remplir plusieurs fonctions.

Question 4

À partir du schéma cinématique de la structure d'une jambe du train principal de la figure 2 de l'annexe 1, donner le degré de mobilité de cet ensemble en distinguant degré utile et degré interne. Calculer alors, à partir de ce degré de mobilité, le degré d'hyperstatisme en précisant bien les hypothèses validant la ou les relations que vous utilisez.

Question 5

Préciser, en argumentant votre réponse, la nature et la direction des degrés de liberté qu'il serait nécessaire de relâcher pour rendre le modèle proposé isostatique.

Question 6

À partir des figures 2 et 3 des annexes 1 et 2, préciser, en argumentant votre réponse, à quelles sollicitations (traction, torsion, flexion, ...) est soumis le bras oscillant supportant la roue. La figure du bras oscillant du cahier réponse, permettra d'appuyer votre raisonnement sur des éléments graphiques.

Question 7

Au vu de la réponse à la question 5, est-il judicieux de rendre le système totalement isostatique ? Quel(s) degré(s) d'hyperstatisme serait-il préférable de conserver ?

Question 8

Comment peut-on expliquer la différence de conception du train principal à bras oscillants avec le train auxiliaire à tube coulissant ? Vous argumenterez votre réponse en précisant la différence et en analysant une phase d'atterrissage sur des considérations énergétiques qui permettent de satisfaire le critère 2 du cahier des charges.

MODÉLISATION STRUCTURELLE ET COMPORTEMENTALE

Objectif :

Cette partie a pour objectif de modéliser la structure de l'hélicoptère avec son train d'atterrissage dans la phase qui va de l'instant où l'hélicoptère touche le sol jusqu'à ce qu'il s'immobilise au sol.

Phase d'étude :

Le type d'atterrissage étudié sera limité au cas où l'hélicoptère est légèrement cabré (figure 7), le contact avec le sol se faisant alors uniquement sur le train principal. On suppose aussi que le contact est symétrique et que les deux roues touchent le sol simultanément. La phase terminale d'un tel atterrissage qui correspond au basculement vers l'avant de l'hélicoptère et son appui sur le train auxiliaire avant, ne sera pas étudiée. Cette restriction n'est pas dommageable à l'étude puisqu'on ne s'intéresse qu'au pic d'accélération du pylône de queue lors de la mise en contact de l'hélicoptère avec le sol. Un atterrissage à l'horizontal en trois points serait moins pénalisant pour la sollicitation du pylône de queue.

Modélisation :

Malgré la complexité de la structure du système, la modélisation envisagée reste relativement simple. En effet, on propose un modèle composé de trois parties :

- le corps de l'hélicoptère et le rotor principal que l'on nommera le "fuselage",
- le pylône de queue et le rotor de queue,
- le train principal constitué des deux jambes à bras oscillants.

L'optimisation et la validation de ce type de modèle est effectué sur des structures de test simplifiées par rapport à l'hélicoptère lui-même. On utilise à cet effet un puits de chute où une ou plusieurs masses chutent verticalement sur le train d'atterrissage. La figure 8 montre un exemple de ce type de système d'essai. La similitude est la suivante :

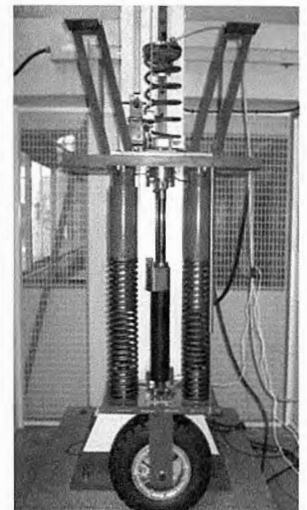
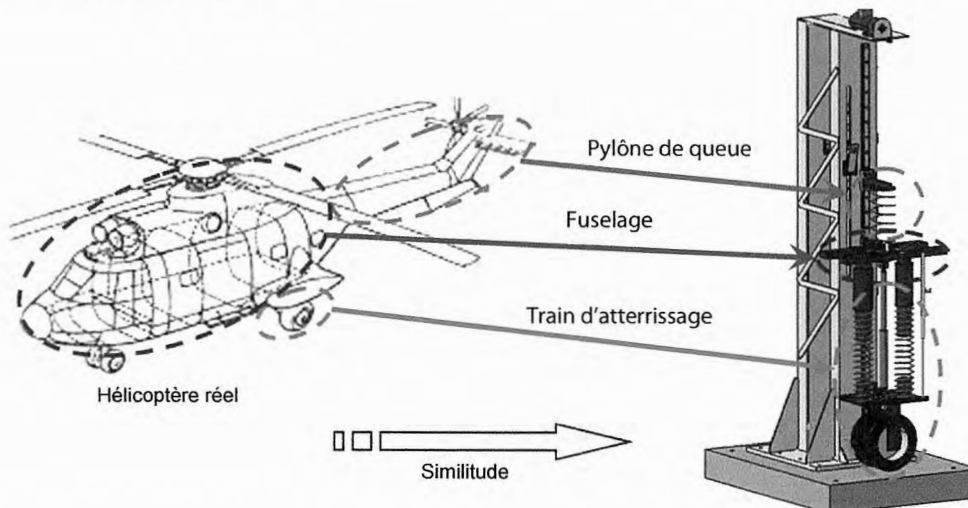


Figure 8 – Puits de chute.
(© : François Malburet)

Dans ces conditions, le fuselage est modélisé par un solide indéformable de masse m_1 qui se déplace en translation rectiligne verticale. Le pylône de queue quant à lui sera assimilé également à un solide indéformable mais en liaison pivot avec le fuselage. On adjoint à la liaison pivot un rappel élastique amorti qui simule le comportement en flexion du pylône de queue. On considère que la masse du pylône en matériaux composites est négligeable devant la masse du rotor de queue. Le pylône de queue est donc constitué d'une poutre de masse négligeable et d'une masse m_2 supposée ponctuelle située à son extrémité.

La structure du train principal est conservée, mais on néglige sa masse qui constitue environ 2% de la masse totale de l'hélicoptère. On néglige également les déformations des pièces et notamment celle du pneumatique.

Le contact simultané sur les deux roues est pris en compte en donnant des caractéristiques mécaniques doubles au vérin amortisseur.

On modélise donc l'hélicoptère (figure 5 annexe 3) comme un ensemble de deux solides indéformables : le corps principal ou fuselage (1) et le pylône de queue de l'appareil (2). Le train principal est constitué du bras oscillant (3), du vérin amortisseur (4)-(5) et de la roue (6).

La modélisation est plane car le système admet un plan de symétrie (vertical) et que les mouvements sont des mouvements plan sur plan dans ce plan de symétrie.

La liaison pivot entre 2 et 1 est actionnée par un ressort de torsion dont la raideur sera l'image de la déformation réelle du pylône de queue et amortie selon les caractéristiques d'absorption d'énergie du matériau. La liaison pivot glissant entre 4 et 5 est, quant à elle, actionnée par un ressort de raideur k et amortie par un amortisseur de facteur d'amortissement λ .

Notations :

Les torseurs cinématique, cinétique et dynamique du mouvement du solide j par rapport au solide i, réduits

au point A, sont notés respectivement : $\mathcal{V}_{(j/i)} = \left\{ \begin{matrix} \vec{\Omega}_{(j/i)} \\ \vec{V}_{(A,j/i)} \end{matrix} \right\}_A$; $\mathcal{C}_{(j/i)} = \left\{ \begin{matrix} \vec{R}_c(j/i) \\ \vec{\sigma}_{(A,j/i)} \end{matrix} \right\}_A$ et $\mathcal{D}_{(j/i)} = \left\{ \begin{matrix} \vec{R}_d(j/i) \\ \vec{\delta}_{(A,j/i)} \end{matrix} \right\}_A$.

Le torseur modélisant l'action mécanique transmise par la liaison entre les solides i et j, réduit au point A et

exprimé dans une base $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$, sera noté : $\mathcal{F}_{(i \rightarrow j)} = \left\{ \begin{matrix} \vec{R}_{(i \rightarrow j)} = X_{ij} \vec{x} + Y_{ij} \vec{y} + Z_{ij} \vec{z} \\ \vec{M}_{(A,i \rightarrow j)} = L_{ij} \vec{x} + M_{ij} \vec{y} + N_{ij} \vec{z} \end{matrix} \right\}_A$.

B1 – DÉTERMINATION DE LA MASSE RÉDUITE DU FUSELAGE

Objectif :

Il s'agit dans un premier temps de déterminer la valeur de la masse du solide modélisant le fuselage.

La figure 6 de l'annexe 4 montre l'hélicoptère dans la phase d'atterrissage considérée.

Notations et hypothèses :

On suppose que l'ensemble de l'hélicoptère est un seul et unique solide indéformable de repère lié $(G, \vec{x}_1, \vec{y}_g, \vec{z}_1)$. Il n'est soumis qu'à l'action du sol au point de contact K de la roue avec le sol et à l'action de la pesanteur au centre de gravité G de l'hélicoptère.

Le repère lié au sol $(O, \vec{x}_g, \vec{y}_g, \vec{z}_g)$ est galiléen.

On note F la norme de l'effort de contact normal du sol sur l'hélicoptère et P la norme de l'action de la pesanteur sur l'hélicoptère. On note g la norme de l'accélération de la pesanteur et \vec{z}_g est la verticale ascendante.

On note M la masse de l'hélicoptère et I_{yy} son moment d'inertie autour de l'axe (G, \vec{y}_g) .

Le point K est fixe dans le repère galiléen et l'angle $\psi \ll 1$. On notera $\vec{\Omega}_{(hélico/sol)} = \dot{\psi} \vec{y}_g$ et $\vec{a}_{(G,hélico/sol)} = \ddot{z} \vec{z}_g$

On définit la masse réduite m_1 comme étant la masse qui donnerait $\mathbf{F} = m_1 \cdot \mathbf{g}$.

Question 9

Déterminer la relation liant \ddot{z} et $\ddot{\psi}$.

Question 10

Appliquer à l'hélicoptère, le théorème de la résultante dynamique en projection sur \vec{z}_g et exprimer F en fonction de M, g, e et $\ddot{\psi}$.

Question 11

Appliquer à l'hélicoptère, le théorème du moment dynamique en G et en projection sur \vec{y}_g et exprimer $\ddot{\psi}$ en fonction de F, I_{yy} et e.

Question 12

Exprimer la masse réduite m_1 en fonction M, I_{yy} et e. Faire l'application numérique pour $M = 10^4$ kg, $e = 2$ m et $I_{yy} = 8.10^4$ kg.m².

B2 – DÉTERMINATION DE LA RAIDEUR DU RESSORT DE RAPPEL DE LA LIAISON PIVOT 2/1

Objectif :

Il s'agit de déterminer la raideur du ressort de rappel de la liaison pivot entre le fuselage et le pylône de queue afin d'obtenir un comportement similaire entre un solide indéformable articulé et une poutre déformable en flexion.

La figure 7 de l'annexe 4 définit les paramètres du problème.

Notations et hypothèses :

Le repère $(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ supposé galiléen uniquement pour cette partie (B2), est lié au solide **1**.

Le solide **2** est une tige \mathbf{HG}_2 sans masse associée à une masse ponctuelle m_2 en \mathbf{G}_2 . Il est en liaison pivot d'axe (H, \vec{y}_1) avec le solide 1. Le repère $(\vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ est lié au solide 2 et tel que $(\vec{x}_1, \vec{x}_2) = (\vec{z}_1, \vec{z}_2) = \theta$.

On suppose que l'angle θ reste faible, soit $\theta \ll 1$.

On note $\overline{HG}_2 = L \vec{x}_2$ et C_θ la norme du couple de rappel élastique du solide **2** exercé par le solide **1**, tel que $C_\theta = C_{\theta 0} + k_\theta \cdot \theta$ avec $C_{\theta 0}$ la valeur du couple de rappel à la position d'équilibre $\theta = \theta_0 = 0$.

On note g la norme de l'accélération de la pesanteur et \vec{z}_1 est la verticale ascendante.

La similitude du comportement est obtenue lorsque la fréquence propre du modèle est égale à la fréquence propre du pylône de queue dont la valeur a été mesurée expérimentalement.

Question 13

Préciser en argumentant, quelle équation du principe fondamental de la dynamique (solide isolé, théorème, projection, ...) permet d'obtenir l'équation différentielle du mouvement en θ .

Question 14

Après avoir tracé les figures planes de changement de base, écrire cette équation et mettre l'équation différentielle sous la forme $\ddot{\theta} + \omega_0^2 \cdot \theta = 0$. Donner alors l'expression de ω_0^2 en fonction de m_2 , L et k_θ .

Question 15

La fréquence propre f_0 mesurée sur l'hélicoptère est de 7 Hz. En déduire la valeur numérique de la raideur k_θ , sachant que $m_2 = 600$ kg.

B3 – DÉTERMINATION DE LA VARIATION D'INCLINAISON DU VERIN AMORTISSEUR

Objectif :

Il s'agit de déterminer la variation d'inclinaison du vérin amortisseur afin de simplifier le modèle.

Notations et hypothèses :

Les notations sont fournies sur la figure 5 de l'annexe 3.

Le problème est plan dans le plan de symétrie géométrique $(O, \vec{z}_g, \vec{x}_g)$

Question 16

Après avoir tracé les figures planes de changement de base, écrire la fermeture vectorielle géométrique de la chaîne fermée de solides, puis projeter cette équation dans le repère $(O, \bar{x}_g, \bar{y}_g, \bar{z}_g)$.

Question 17

Déduire de la question précédente l'expression de $\tan\beta \approx \beta$ en fonction de a, c, d et α .

Question 18

Calculer la variation $\Delta\beta$ de l'angle β quand α varie de 45° à 0° et conclure sur l'hypothèse qui suit.

On néglige l'angle β dans toute la suite du sujet et on adopte le modèle de la figure 8 de l'annexe 5.

PARTIE C

MODÉLISATION DU COMPORTEMENT DU TRAIN PRINCIPAL

Objectif :

Cette partie a pour objectif de modéliser le comportement de l'hélicoptère à l'aide de la modélisation développée dans la partie précédente. Le modèle du comportement sera exprimé sous la forme d'un schéma bloc qui permettra dans la partie suivante de mettre en place une régulation dans le but de satisfaire le cahier des charges pour les critères 2 et 3 de la fonction FP1.

On cherche dans un premier temps à obtenir les deux équations différentielles en z et θ décrivant les mouvements des solides **1** et **2**, puis le comportement décrit par ces deux équations sera mis sous la forme d'un schéma bloc.

Cette partie s'appuie sur le modèle défini sur la figure 8 de l'annexe 5.

L'introduction de la partie B reste valable pour cette partie et pourra utilement être relue.

Notations et hypothèses :

Les notations sont fournies sur la figure 8 de l'annexe 5.

Le repère $R_g : (O, \bar{x}_g, \bar{y}_g, \bar{z}_g)$ est un repère galiléen.

Le problème est plan dans le plan de symétrie géométrique $(O, \bar{z}_g, \bar{x}_g)$. En conséquence les solides **4** et **5** représentent deux vérins amortisseurs avec des caractéristiques k et λ doubles des caractéristiques d'un seul vérin amortisseur.

L'hypothèse faite sur l'angle β conduit à considérer que \overline{CD} est constamment colinéaire à \bar{z}_g , soit $\overline{CD} = \ell \bar{z}_g$.

Le mouvement du solide **1** est réduit à un mouvement de translation vertical. En conséquence la roue **6** est fixe dans le repère galiléen.

On rappelle que la masse des solides **3, 4, 5, 6** est négligée devant la masse des solides **1** et **2**.

On suppose toutes les liaisons énergétiquement parfaites.

La liaison pivot entre **1** et **2** aussi bien que la liaison pivot glissant entre **4** et **5** sont actionnées par des ressorts de raideurs respectives k_θ et k et amorties en parallèle aux ressorts avec des facteurs d'amortissement λ_θ et λ .

Dans ces conditions, pour la liaison pivot entre **1** et **2**, on note le couple de rappel élastique $\overline{C}_r(1 \rightarrow 2) = C_r \bar{y}_g$ avec $C_r = -k_\theta \cdot \theta$, et le couple d'amortissement $\overline{C}_v(1 \rightarrow 2) = C_v \bar{y}_g$ avec $C_v = -\lambda_\theta \cdot \dot{\theta}$.

De même pour la liaison pivot glissant entre **4** et **5**, on note la force de rappel élastique $\overline{F}_r(4 \rightarrow 5) = F_r \bar{z}_g$ avec $F_r = -k \cdot (\ell - \ell_0)$ où ℓ_0 est la valeur de ℓ quand le ressort est à vide, et la force d'amortissement $\overline{F}_v(4 \rightarrow 5) = F_v \bar{z}_g$ avec $F_v = -\lambda \cdot \dot{\ell}$.

C1 – DÉTERMINATION PRÉLIMINAIRE DES CARACTÉRISTIQUES DU VÉRIN RAMENÉES AU SOLIDE 1

Objectif :

Il s'agit de déterminer la relation entre z et ℓ , et d'en déduire des caractéristiques équivalentes du vérin amortisseur dans le mouvement du solide **1**.

Question 19

Exprimer z en fonction de ℓ , a , b , d , R et h où h est tel que $\overline{DG_1} = h\bar{z}_g$.

Question 20

Montrer que F_r peut se mettre sous la forme $F_r = -k_{eq} \cdot (z - z_0)$ où k_{eq} est la raideur équivalente et z_0 la valeur de z quand ℓ vaut ℓ_0 . Donner l'expression de k_{eq} en fonction de k , a et b .

Question 21

Montrer que F_v peut se mettre sous la forme $F_v = -\lambda_{eq} \cdot \dot{z}$ où λ_{eq} est le facteur d'amortissement équivalent. Donner l'expression de λ_{eq} en fonction de λ , a et b .

C2 – MODÈLE DE COMPORTEMENT DU SOLIDE 2

Objectif :

Il s'agit de déterminer l'équation différentielle issue de l'application du principe fondamental de la dynamique au solide **2** c'est-à-dire au pylône de queue.

Hypothèse :

On suppose que l'angle θ varie peu et que par conséquent on peut faire l'approximation $\sin\theta \approx \theta$ et $\cos\theta \approx 1$

Question 22

Exprimer le moment dynamique du solide **2** au point H dans son mouvement par rapport au repère galiléen, soit $\vec{\delta}_{(H,2/R_g)}$ en fonction de m_2 , L , $\ddot{\theta}$ et \ddot{z} .

Question 23

Après un bilan rigoureux des actions mécaniques extérieures au solide **2**, isoler le solide **2** et écrire le théorème du moment dynamique au point H en projection sur \bar{y}_g .

En déduire l'équation différentielle : $\underline{m_2 \cdot L^2 \cdot \ddot{\theta} + \lambda_\theta \cdot \dot{\theta} + k_\theta \cdot \theta = m_2 \cdot L \cdot \ddot{z} + m_2 \cdot L \cdot g}$ notée équation **1**.

C3 – MODÈLE DE COMPORTEMENT DU SOLIDE 1

Objectif :

Il s'agit de déterminer une équation différentielle issue de l'application du théorème de l'énergie puissance (ou théorème de l'énergie cinétique ou encore théorème de la puissance cinétique) afin de modéliser le comportement du fuselage **1**.

Hypothèses et notations :

Voir hypothèses générales de la partie C.

On suppose toujours que l'angle θ varie peu et que par conséquent on peut faire l'approximation $\sin\theta \approx \theta$ et $\cos\theta \approx 1$.

On note Σ l'ensemble **(1+2+3+4+5+6)**.

Question 24

Exprimer la puissance galiléenne développée par les actions mécaniques extérieures à l'ensemble Σ , en fonction de $m_1, m_2, g, L, \dot{\theta}$ et \dot{z} .

Question 25

Exprimer la puissance développée par les interactions mécaniques internes à l'ensemble Σ , en fonction de $k_\theta, k_{eq}, \lambda_\theta, \lambda_{eq}, L, \theta, z, z_0, \dot{\theta}$ et \dot{z} .

Question 26

Exprimer l'énergie cinétique galiléenne de l'ensemble Σ en fonction de $m_1, m_2, L, \dot{\theta}$ et \dot{z} .

Question 27

Appliquer le théorème de l'énergie puissance à l'ensemble Σ . Cette équation est notée équation ❷.

Question 28

En combinant les équations ❶ et ❷, montrer que l'on obtient l'équation différentielle :

$$\left((m_1 + m_2) \cdot \ddot{z} + \frac{a}{a+b} \cdot [\lambda_{eq} \cdot \dot{z} + k_{eq} \cdot (z - z_0)] \right) = m_2 \cdot L \cdot \ddot{\theta} - (m_1 + m_2) \cdot g \quad \text{notée équation ❸.}$$

C4 – DESCRIPTION DU MODÈLE DE COMPORTEMENT SOUS LA FORME D'UN SCHÉMA BLOC

Objectif :

Il s'agit d'associer un schéma bloc au système d'équations décrivant le comportement du train principal.

Hypothèse :

L'action de la pesanteur sera considérée comme une perturbation du système et on note $F_g(p)$ la transformée dans le domaine de Laplace de $(m_1 + m_2) \cdot g$.

On se place dans le cas d'une descente à vitesse constante de l'hélicoptère sans oscillations résiduelles du pylône de queue avant l'impact au sol.

Question 29

Déterminer avec l'équation ❶, la valeur de $\theta = \theta_0$ quand le système est à l'équilibre en fonction de m_2, L et k_θ .
En déduire que l'on obtient l'équation ❶ sous la forme : $m_2 \cdot L^2 \cdot \ddot{\theta} + \lambda_\theta \cdot \dot{\theta} + k_\theta \cdot (\theta - \theta_0) = m_2 \cdot L \cdot \ddot{z}$.

Afin de tenir compte des conditions initiales non nulles en vitesse selon l'axe z , on pose $\dot{z}(t=0) = -V_0$. On propose alors les changements de variables suivants : $\dot{z}^* = \dot{z} + V_0$ et $\theta^* = \theta - \theta_0$.

V_0 est une grandeur positive constante représentant la vitesse de l'hélicoptère à l'impact. Dans ces conditions, on peut en déduire que : $z^* = z + V_0 \cdot t - z_0$.

On notera $Z^*(p)$, $\dot{Z}^*(p)$ et $\ddot{Z}^*(p)$ les transformées dans le domaine de Laplace des fonctions z^* , \dot{z}^* et \ddot{z}^* ainsi que $\theta^*(p)$, $\dot{\theta}^*(p)$ et $\ddot{\theta}^*(p)$ les transformées dans le domaine de Laplace des fonctions θ^* , $\dot{\theta}^*$ et $\ddot{\theta}^*$.

On notera $V(p) = \frac{V_0}{p}$ la transformée de Laplace de V_0 .

Question 30

En faisant les changements de variables indiqués ci-dessus, donner les transformées de Laplace des deux équations ❶ et ❸.

Question 31

Après avoir mis ces deux équations sous la forme : $m_2.L^2.\ddot{\theta}^*(p) = m_2.L.\ddot{z}^*(p) - H_{12}(p).\ddot{\theta}^*(p)$ et $(m_1 + m_2).\ddot{z}^*(p) = m_2.L.\ddot{\theta}^*(p) - H_{45}(p).\dot{z}^*(p) - F_g(p) + H_v(p).V(p)$, remplir le schéma bloc du cahier réponse en explicitant les fonctions $H_{12}(p)$, $H_{45}(p)$ et $H_v(p)$.

On donne sur le cahier réponse (question 32) un résultat de simulation numérique pour une vitesse initiale de 4 m/s.

Question 32

Analyser ces résultats et conclure en argumentant sur la satisfaction du cahier des charges.

PARTIE D

MODÉLISATION D'UNE COMMANDE SEMI-ACTIVE DE L'AMORTISSEUR

Objectif :

Cette partie a pour objectif d'analyser la solution proposée par le constructeur pour améliorer les performances du train d'atterrissage, et de mettre en place un modèle de comportement afin de préparer le réglage du correcteur de la boucle d'asservissement.

Les résultats de la partie précédente ont montré l'incapacité du train d'atterrissage à valider les critères de la fonction FP1 concernant les oscillations de la queue de l'appareil.

Différentes solutions ont été envisagées par le constructeur pour pallier ce problème. Celui-ci s'est finalement orienté vers une solution dite semi-active consistant à mettre en place en parallèle à l'amortisseur classique un amortisseur piloté par une servovalve. Ce choix offre notamment l'avantage de pouvoir être implanté sur des trains déjà existants.

La figure 9 de l'annexe 6 propose une modélisation cinématique de ce dispositif semi-actif.

Le paramétrage et les hypothèses faites pour la partie C restent ici valables. L'annexe 5 précise les notations retenues pour la géométrie et les caractéristiques inertielles.

Le dispositif semi-actif agit comme un amortisseur de coefficient d'amortissement réglable autour d'une valeur de référence notée λ_u . Cette variation du coefficient est obtenue grâce à une servovalve pilotée en courant.

L'amortisseur piloté délivre un effort F_U que l'on peut décomposer sous la forme suivante :

$$F_U = -\lambda_u \cdot \frac{a}{a+b} \cdot \dot{z} + \Delta F_U \quad \text{avec } \lambda_u = 5 \cdot 10^4 \text{ N.s/m}$$

On rappelle, si nécessaire, que a et b sont des dimensions caractéristiques (voir figure 8 en annexe 5) et que \dot{z} représente la vitesse de la cabine (négative lorsque la cabine descend).

ΔF_U modélise la partie variable de l'effort exercé par l'amortisseur semi-actif. Sa détermination fait l'objet de la partie suivante.

Indépendamment des valeurs numériques trouvées précédemment, on prendra pour la suite du problème : $m_1 = 6700 \text{ kg}$ et $k_\theta = 20 \cdot 10^6 \text{ N.m/rad}$.

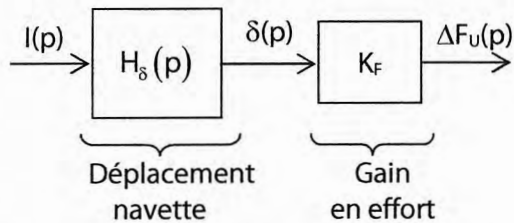
D1 – DÉTERMINATION D'UN MODÈLE DE COMPORTEMENT POUR L'ACTIONNEUR SEMI-ACTIF

Objectif :

Il s'agit de proposer un modèle de comportement pour l'actionneur semi-actif piloté par la servovalve.

Les figures de l'annexe 7 présentent la structure et les principales caractéristiques de la servovalve ainsi qu'un descriptif simplifié de son fonctionnement

On se propose de retenir le modèle de comportement suivant pour la servovalve :



Dans ce modèle :

- $I(p)$ est la transformée de $i(t)$, courant circulant dans le solénoïde.
- $\delta(p)$ est la transformée de $\delta(t)$, déplacement de la navette.
- $\Delta F_U(p)$ est la transformée de $\Delta F_U(t)$, variation d'effort obtenue.

La figure 11 de l'annexe 7 fait apparaître un retard dans la réponse fréquentielle de l'ensemble solénoïde/navette. Compte tenu de sa faible valeur, on choisit de modéliser le comportement par un 1^{er} ordre

de la forme : $H_\delta(p) = \frac{K_\delta}{1 + T_\delta \cdot p}$.

Question 33

En prenant comme référence la fréquence de coupure à -3dB sur la courbe à 100%, estimer la valeur de la constante de temps T_δ du modèle. On ne demande qu'un nombre entier de millisecondes.

Question 34

En analysant la figure 12 de l'annexe 7, donner la valeur numérique du gain K_δ .

Question 35

Compléter les expressions littérales des blocs manquants sur le schéma-bloc du cahier réponse. Indiquer les grandeurs intermédiaires et les signes dans le comparateur.

D2 – STRUCTURE DE LA COMMANDE ASSERVIE DE L'AMORTISSEUR SEMI-ACTIF

Objectif :

Il s'agit d'analyser et de valider la structure retenue pour l'asservissement de la commande semi-active.

D2.1 – Choix de la grandeur physique pilotée

Objectif :

Valider le choix du constructeur de contrôler les accélérations du pylône de queue par la maîtrise du mouvement de la cabine.

Afin de répondre aux critères du cahier des charges (fonction FP1), la commande de l'amortisseur doit permettre de réduire le pic d'accélération subit par la queue de l'appareil.

Le constructeur fait le choix pour cela de maîtriser indirectement l'accélération de la queue par un contrôle de la décélération de la cabine. Le raisonnement est le suivant : le pic d'accélération de la queue est consécutif d'une décélération trop forte de la cabine.

Lors de la partie C, un modèle de comportement dynamique du train a été établi. La relation suivante a été déduite de l'application du principe fondamental de la dynamique :

$$m_2 \cdot L^2 \cdot \ddot{\theta}^* + \lambda_\theta \cdot \dot{\theta}^* + k_\theta \cdot \theta^* = m_2 \cdot L \cdot \ddot{z}$$

On rappelle si nécessaire que dans cette relation, $\theta^* = \theta - \theta_0$ représente la variation angulaire de la queue par rapport à sa position à l'équilibre θ_0 . $\dot{\theta}^*$ et $\ddot{\theta}^*$ sont ses dérivées successives par rapport au temps, et \ddot{z} est l'accélération absolue de la cabine (voir figure 8 annexe 5).

Question 36

Déterminer la fonction de transfert $H_\theta(p) = \frac{\ddot{\theta}^*(p)}{\ddot{z}(p)}$ sous forme canonique avec $\ddot{\theta}^*(p)$ et $\ddot{z}(p)$ les transformées respectives de $\ddot{\theta}^*(t)$ et $\ddot{z}(t)$.

Question 37

Montrer qu'à décélération constante de la cabine, l'accélération de la queue tend vers zéro en régime établi. On pourra pour cela noter A_0 la décélération de la cabine.

Question 38

En admettant que l'accélération de la queue est maximale à l'instant initial, déterminer son expression notée $\ddot{\theta}_{\max}$ en fonction de A_0 , et L . Conclure sur le choix du constructeur de contrôler la décélération de la cabine.

Question 39

Déterminer la valeur numérique maximale $A_{0 \max}$ de la décélération de la cabine permettant de valider le critère du cahier des charges portant sur l'accélération de la queue.

D2.2 – Structure de la commande asservie

Objectif : Analyser la structure de la commande asservie de l'amortisseur semi-actif.

On reprend ici les changements de variables définis en partie C4 : $\theta^* = \theta - \theta_0$ et $\dot{z}^* = \dot{z} + V_0$ où θ_0 représente la position d'équilibre de la queue et V_0 la vitesse d'impact.

Dans ces conditions, l'analyse dynamique réalisée en partie C permet de déduire la relation suivante :

$$\ddot{z}(p) = H_z(p) \cdot \left[\frac{a}{a+b} \cdot F_u(p) + H_v(p) \cdot V(p) - F_g(p) \right]$$

Dans cette relation, $F_u(p)$ est l'action de l'amortisseur piloté, $F_g(p)$ l'action du champ de pesanteur (voir partie C4) et $V(p) = \frac{V_0}{p}$ la transformée de V_0 , la vitesse d'impact. $H_z(p)$ et $H_v(p)$ sont deux fonctions de transfert.

Le cahier réponse (question 40) propose une ébauche de schéma-bloc dont $\dot{z}_c^*(p)$ est la consigne. Le correcteur inclut l'interface de puissance.

Question 40

Compléter ce schéma-bloc afin de modéliser le comportement de l'asservissement.

Question 41

Montrer que ce schéma peut se mettre sous la forme de celui proposé sur le cahier réponse en complétant les fonctions de transferts dans les cadres vides.

D3 – SIMPLIFICATION DU MODÈLE DE COMPORTEMENT DYNAMIQUE DU TRAIN

Objectif :

Il s'agit de proposer un modèle simplifié pour le comportement du train d'atterrissage.

Dans les schémas-bloc complétés en D2, le comportement dynamique du train est caractérisé par la fonction de transfert $H_z(p)$. Celle-ci est issue de l'analyse dynamique effectuée en partie C et on peut montrer qu'elle s'établit sous la forme suivante :

$$H_z(p) = \frac{p^2 \cdot (m_2 \cdot L \cdot p^2 + \lambda_0 \cdot p + k_0)}{q_4 \cdot p^4 + q_3 \cdot p^3 + q_2 \cdot p^2 + q_1 \cdot p + q_0}$$

Les coefficients q_i dépendent des différentes caractéristiques mécaniques décrites en annexe 5. On donne simplement $q_0 = \frac{a^2 \cdot k \cdot k_0}{(a+b)^2}$.

La complexité de cette fonction de transfert nous incite à élaborer un modèle simplifié dans l'optique du réglage du correcteur de la commande.

À l'aide d'un logiciel de calcul formel, il est possible de déterminer les zéros et les pôles de $H_z(p)$.

$H_z(p)$ possède 2 zéros complexes conjugués : $z_1 = -6,25 + 44.j$ et $z_2 = -6,25 - 44.j$.

Elle possède également 2 paires de pôles complexes conjugués :

$$p_1 = -6,9 + 45,9.j ; p_2 = -6,9 - 45,9.j ; p_3 = -1,23 + 5,3.j ; p_4 = -1,23 - 5,3.j$$

Question 42

La fonction $H_z(p)$ présente-t-elle des risques d'instabilité ? Justifier.

On propose de simplifier la fonction de transfert $H_z(p)$ sous la forme : $H_z(p) = \frac{K_z \cdot p^2}{1 + \frac{2 \cdot \xi_z}{\omega_z} \cdot p + \frac{p^2}{\omega_z^2}}$

Question 43

Justifier ce choix. Déterminer l'expression littérale de K_z .

On donne sur le cahier réponse (question 44) la réponse temporelle de la fonction

$\frac{m_2 \cdot L \cdot p^2 + \lambda_0 \cdot p + k_0}{K_z \cdot (q_4 \cdot p^4 + q_3 \cdot p^3 + q_2 \cdot p^2 + q_1 \cdot p + q_0)}$ à un échelon unitaire ainsi que des abaques définissant les caractéristiques de la réponse indicielle d'un modèle d'ordre 2 fondamental.

Question 44

Expliquer en quoi cette courbe de réponse permet de valider le choix de modèle simplifié. Déterminer à partir des abaques les valeurs numériques de ξ_z et ω_z . On indiquera toutes les constructions nécessaires sur les courbes.

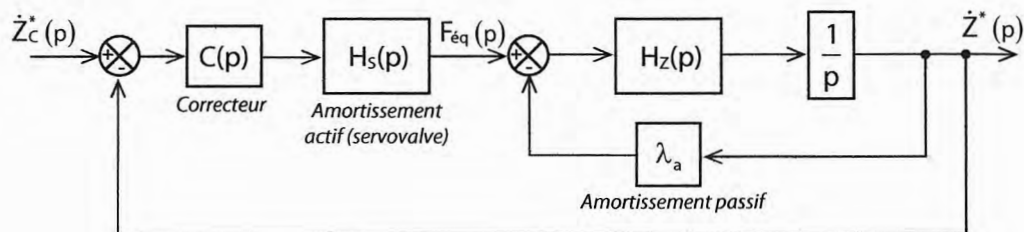
OPTIMISATION DU CORRECTEUR DE LA COMMANDE DE L'AMORTISSEUR

Objectif :

Cette partie a pour objectif de proposer un réglage pour le correcteur de la commande asservie définie dans la partie précédente. Il s'agira également de valider les performances globales obtenues grâce à cette commande semi-active.

L'asservissement mis en place lors de la partie D est complexe à régler car il fait intervenir de nombreuses grandeurs physiques. On admettra que le correcteur peut être réglé en ne considérant qu'une seule des sollicitations subies par le système. En partant du schéma établi en partie D2, on se propose d'étudier la stabilité vis-à-vis de la seule consigne $\dot{z}_c^*(p)$.

Indépendamment des résultats trouvés dans les parties précédentes, on adoptera donc pour le réglage de la correction le schéma suivant :



On note dans ce schéma :

- $\dot{z}^*(p)$ la transformée de $\dot{z}^*(t) = \dot{z}(t) + V_0$ avec V_0 la vitesse d'impact et $\dot{z}(t)$ la vitesse absolue de la cabine par rapport au sol (voir figure 8 annexe 5).
- $F_{\text{eq}}(p)$ l'effort équivalent ramené au déplacement de la cabine et fourni par la partie active de l'amortisseur (voir partie D1).
- λ_a le coefficient d'amortissement passif équivalent ramené au déplacement de la cabine.
- $H_s(p) = \frac{K_s}{1 + T_s \cdot p}$ la fonction de transfert de la partie active de l'amortisseur. Indépendamment de la partie précédente, on prendra : $K_s = 12 \cdot 10^4$ N/A et $T_s = 5 \cdot 10^{-3}$ s.
- $H_z(p) = \frac{K_z \cdot p^2}{1 + \frac{2 \cdot \xi_z}{\omega_z} \cdot p + \frac{p^2}{\omega_z^2}}$ la fonction de transfert traduisant le comportement dynamique du train.
- $C(p)$ la fonction de transfert du correcteur dont le réglage fait l'objet de cette partie.

$\dot{z}_c^*(p)$ est la transformée de la consigne $\dot{z}_c^*(t)$. Sa forme est donnée sur le cahier réponse (question 45)

Question 45

Justifier la forme de cette consigne vis-à-vis du cahier des charges. Quel paramètre souhaite-t-on ici contrôler ? Compléter les valeurs caractéristiques sur le tracé.

E1 – FONCTION DE TRANSFERT EN BOUCLE OUVERTE NON CORRIGÉE

Objectif :

Il s'agit dans un premier temps d'analyser la forme de la fonction de transfert en boucle ouverte non corrigée de la chaîne de commande semi-active.

Question 46

Déterminer littéralement et sous forme canonique la fonction de transfert $H_F(p) = \frac{Z^*(p)}{F_{\text{éq}}(p)}$.

Question 47

Déterminer littéralement et sous forme canonique la fonction de transfert en boucle ouverte non corrigée $H_{\text{BONC}}(p)$.

On donne sur le cahier réponse (question 48) le diagramme de Bode de $H_F(p)$.

Question 48

Justifier la forme de ce diagramme en traçant les asymptotes et en indiquant comment retrouver sur le tracé les valeurs de K_z et ω_z . Tracer en rouge les diagrammes de la fonction $H_{\text{BONC}}(p)$. On prendra pour cela $20\log(K_s) \approx 100$ dB

E2 – CHOIX ET RÉGLAGE DE LA CORRECTION

Objectif :

Il s'agit à présent de définir la structure du correcteur et de proposer un réglage permettant de satisfaire les critères du cahier des charges.

Afin de satisfaire les critères de la fonction FP1, une étude complémentaire non abordée dans ce sujet montre que la boucle d'asservissement doit posséder les performances suivantes :

- Erreur statique nulle
- Pulsation de coupure à 0 dB $\omega_{0\text{dB}} = 6$ rad/s
- Marge de phase $M_\phi = 45^\circ$
- Marge de gain $MG > 6$ dB

Question 49

Quelle doit être la classe minimale du correcteur afin de garantir le critère de précision ?

On choisit dans un premier temps un correcteur de la forme $C(p) = \frac{K_p}{p^2}$. On donne sur le cahier réponse (question 50) les diagrammes de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte du système ainsi corrigé pour $K_p = 1$.

Question 50

Évaluer les marges de stabilité pour ce réglage. Déterminer la valeur de K_p garantissant le critère de pulsation de coupure à 0 dB. Ce correcteur peut-il permettre de répondre aux critères de performances énoncés en début de partie ? Justifier la réponse.

On choisit finalement un correcteur de la forme $C(p) = \frac{K_p}{p^2} \cdot \frac{1 + \mu \cdot T \cdot p}{1 + T \cdot p}$ avec $\mu > 1$.

Les caractéristiques du terme en $K_p \cdot \left(\frac{1 + \mu \cdot T \cdot p}{1 + T \cdot p} \right)$ ainsi que des abaques de calcul sont donnés en annexe 8.

Question 51

Comment se nomme l'action de correction obtenue avec ce terme ?

Question 52

Quelle valeur doit-on donner à μ pour garantir le critère de marge de phase ?

Question 53

En déduire les valeurs de T et de K_p permettant d'assurer les critères de stabilité et de bande passante énoncés au début de la partie E2. Le critère de précision est-il validé ?

E3 – VALIDATION DES PERFORMANCES

Objectif :

Il s'agit dans cette dernière partie de vérifier les performances globales de la boucle d'asservissement.

On donne sur le cahier réponse (question 54) le résultat d'une simulation du système complet piloté à l'aide du correcteur précédemment dimensionné pour une vitesse d'impact de 4 m/s.

Question 54

En analysant cette courbe, conclure quant à la validité du cahier des charges (critères de la fonction FP1).

FIN DE L'ÉNONCÉ

Description fonctionnelle et structurelle

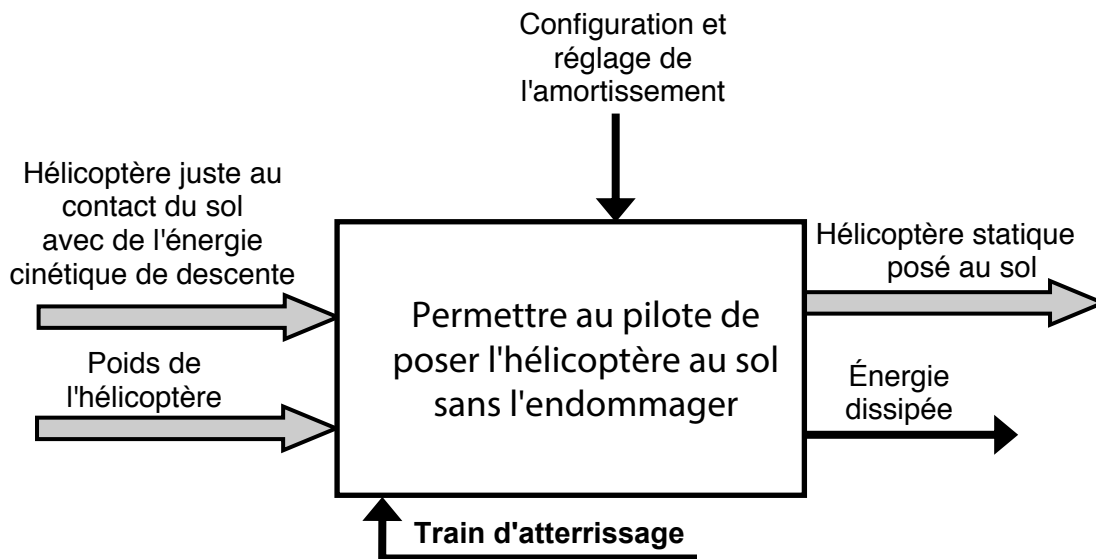


figure 1 – SADT de niveau A-0

Modélisation cinématique d'une jambe du train principal

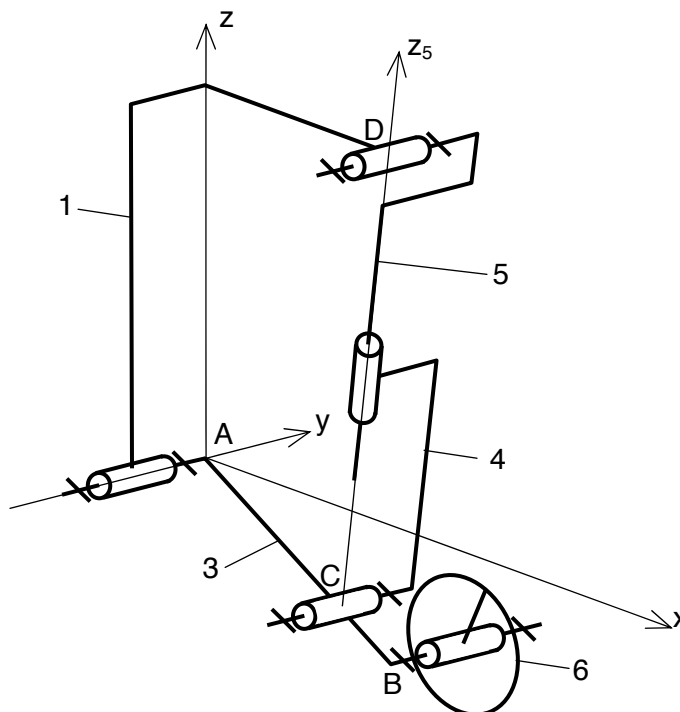


figure 2 – Schéma cinématique d'une jambe du train principal

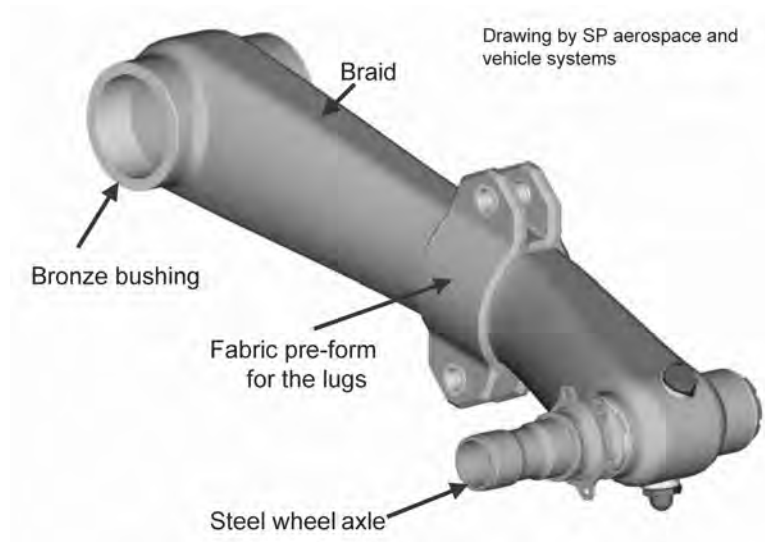


figure 3 – Maquette numérique du bras oscillant

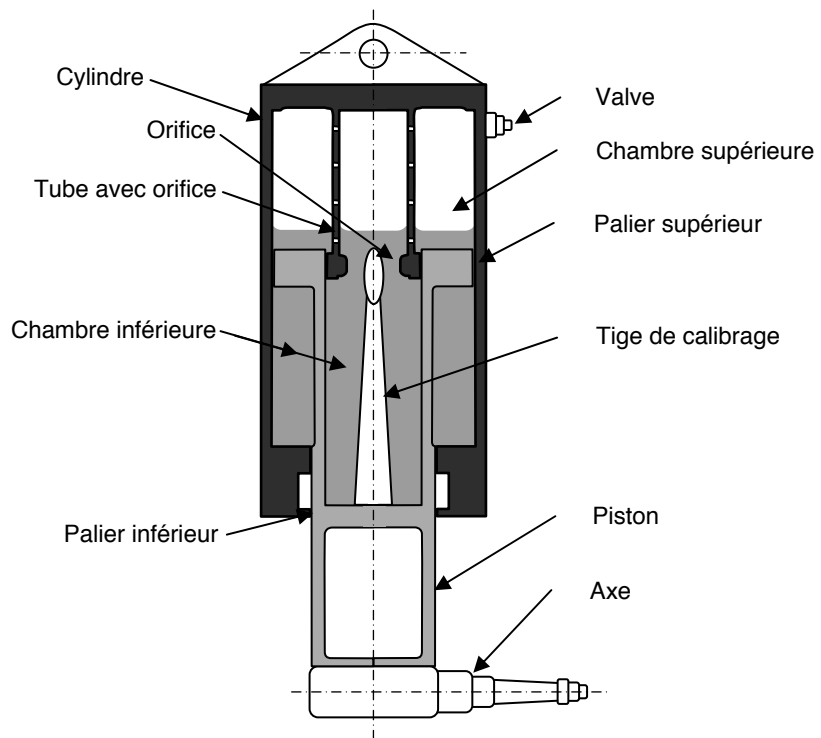
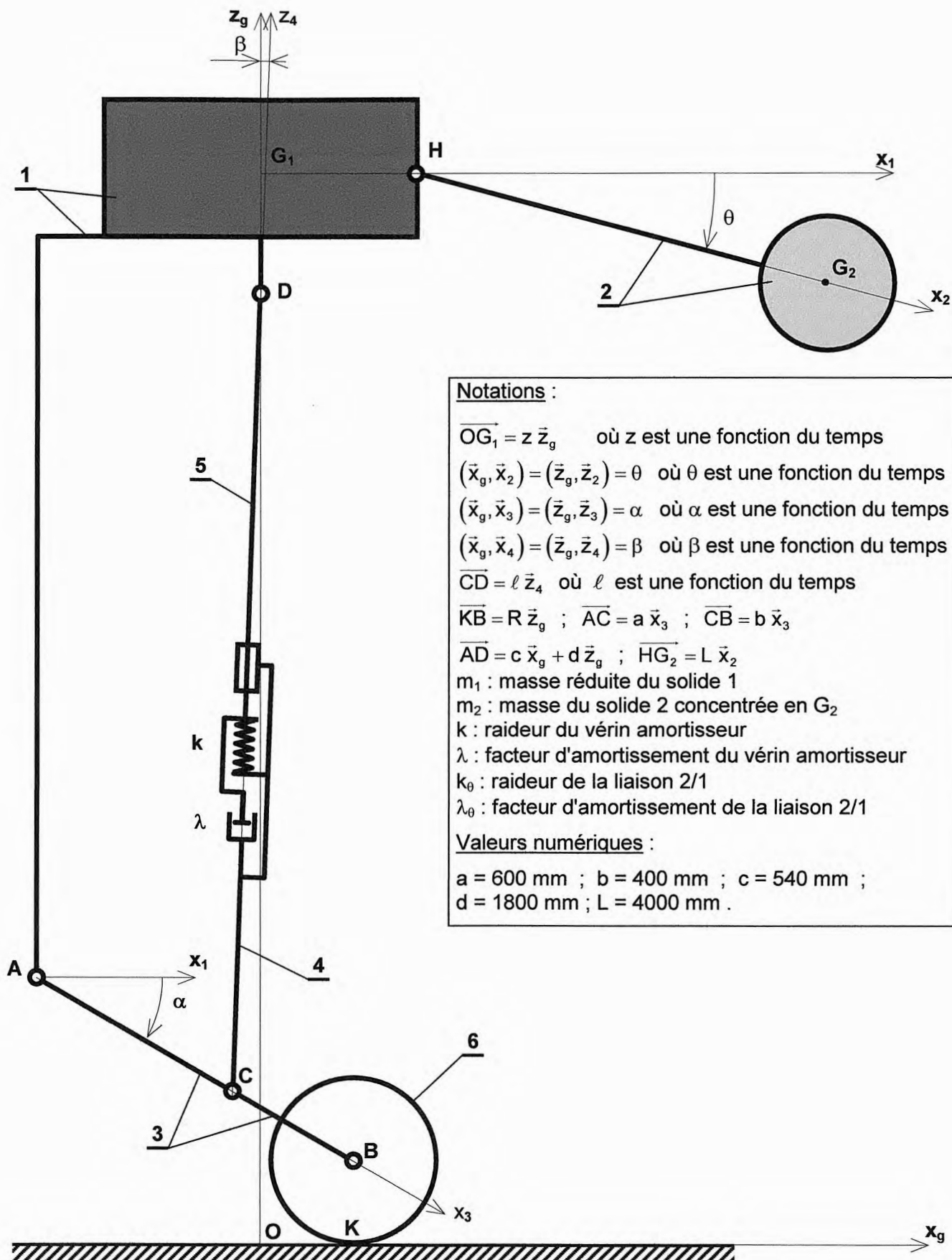


figure 4 – Structure schématique du vérin amortisseur



Notations :

- $\overline{OG_1} = z \bar{z}_g$ où z est une fonction du temps
- $(\bar{x}_g, \bar{x}_2) = (\bar{z}_g, \bar{z}_2) = \theta$ où θ est une fonction du temps
- $(\bar{x}_g, \bar{x}_3) = (\bar{z}_g, \bar{z}_3) = \alpha$ où α est une fonction du temps
- $(\bar{x}_g, \bar{x}_4) = (\bar{z}_g, \bar{z}_4) = \beta$ où β est une fonction du temps
- $\overline{CD} = \ell \bar{z}_4$ où ℓ est une fonction du temps
- $\overline{KB} = R \bar{z}_g$; $\overline{AC} = a \bar{x}_3$; $\overline{CB} = b \bar{x}_3$
- $\overline{AD} = c \bar{x}_g + d \bar{z}_g$; $\overline{HG_2} = L \bar{x}_2$
- m_1 : masse réduite du solide 1
- m_2 : masse du solide 2 concentrée en G_2
- k : raideur du vérin amortisseur
- λ : facteur d'amortissement du vérin amortisseur
- k_θ : raideur de la liaison 2/1
- λ_θ : facteur d'amortissement de la liaison 2/1

Valeurs numériques :

- $a = 600 \text{ mm}$; $b = 400 \text{ mm}$; $c = 540 \text{ mm}$;
- $d = 1800 \text{ mm}$; $L = 4000 \text{ mm}$.

figure 5 – Schéma cinématique plan de la structure du train principal

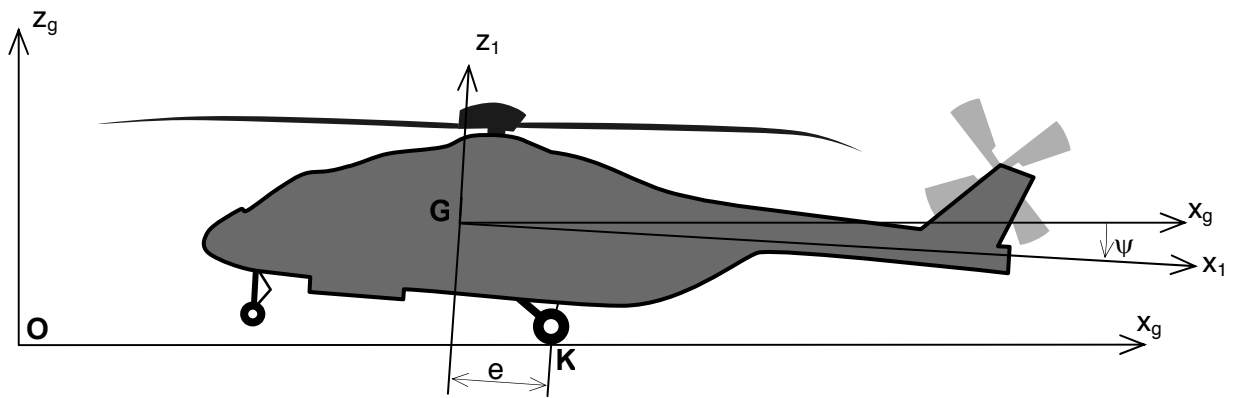


figure 6 – Détermination de la masse réduite

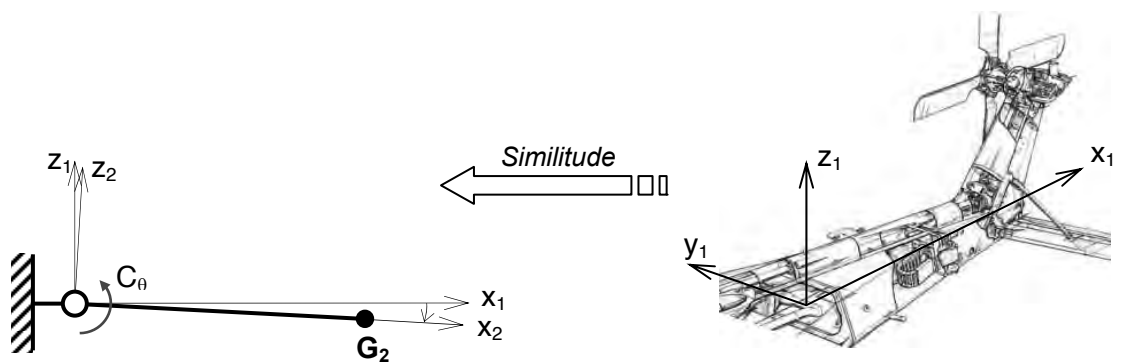
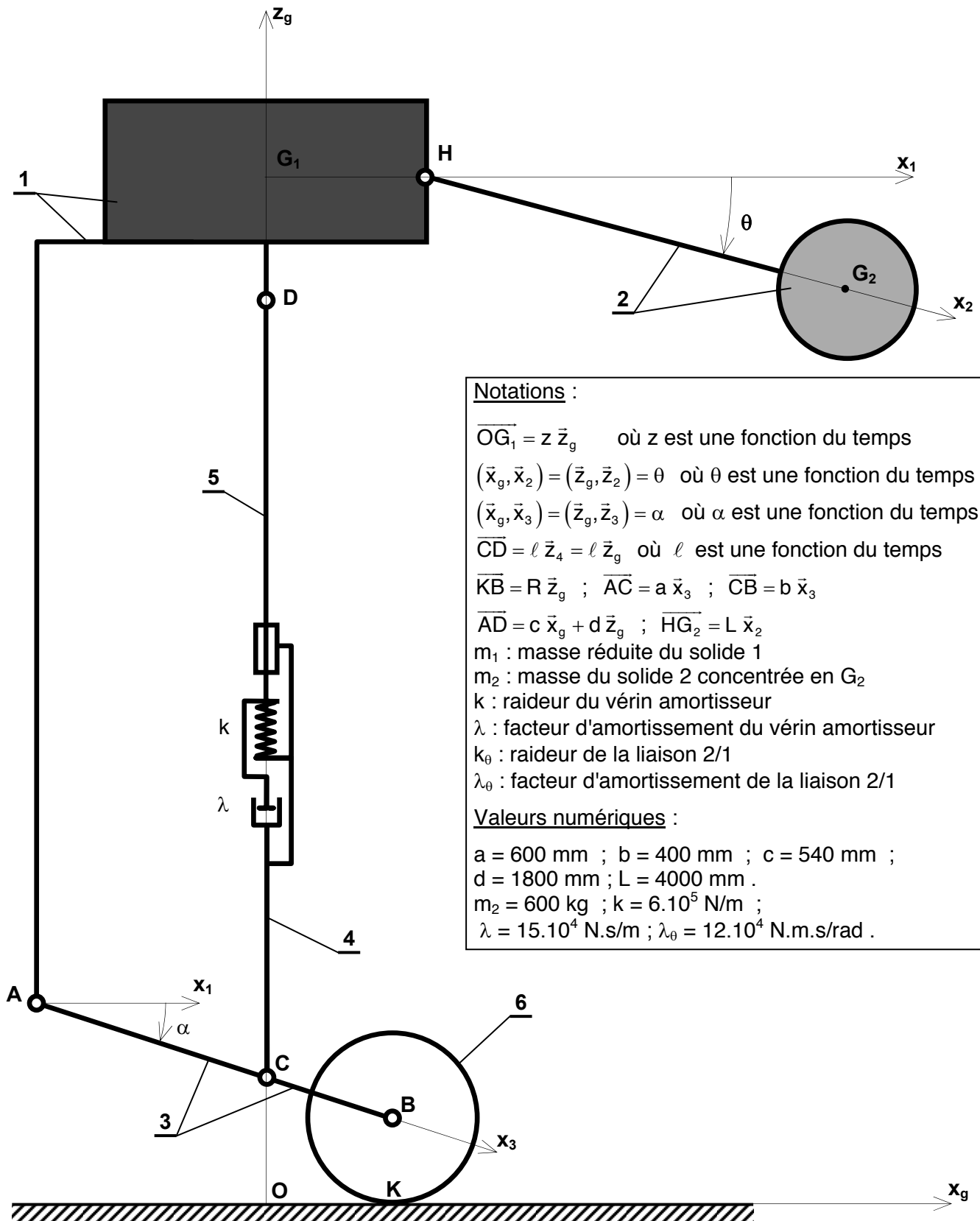


figure 7 – Détermination de la raideur du ressort de torsion



Notations :

$\overline{OG_1} = z \bar{z}_g$ où z est une fonction du temps

$(\bar{x}_g, \bar{x}_2) = (\bar{z}_g, \bar{z}_2) = \theta$ où θ est une fonction du temps

$(\bar{x}_g, \bar{x}_3) = (\bar{z}_g, \bar{z}_3) = \alpha$ où α est une fonction du temps

$\overline{CD} = \ell \bar{z}_4 = \ell \bar{z}_g$ où ℓ est une fonction du temps

$\overline{KB} = R \bar{z}_g$; $\overline{AC} = a \bar{x}_3$; $\overline{CB} = b \bar{x}_3$

$\overline{AD} = c \bar{x}_g + d \bar{z}_g$; $\overline{HG_2} = L \bar{x}_2$

m_1 : masse réduite du solide 1

m_2 : masse du solide 2 concentrée en G_2

k : raideur du vérin amortisseur

λ : facteur d'amortissement du vérin amortisseur

k_θ : raideur de la liaison 2/1

λ_θ : facteur d'amortissement de la liaison 2/1

Valeurs numériques :

$a = 600 \text{ mm}$; $b = 400 \text{ mm}$; $c = 540 \text{ mm}$;

$d = 1800 \text{ mm}$; $L = 4000 \text{ mm}$.

$m_2 = 600 \text{ kg}$; $k = 6 \cdot 10^5 \text{ N/m}$;

$\lambda = 15 \cdot 10^4 \text{ N.s/m}$; $\lambda_\theta = 12 \cdot 10^4 \text{ N.m.s/rad}$.

figure 8 – Modélisation cinématique de la structure pour l'étude du comportement

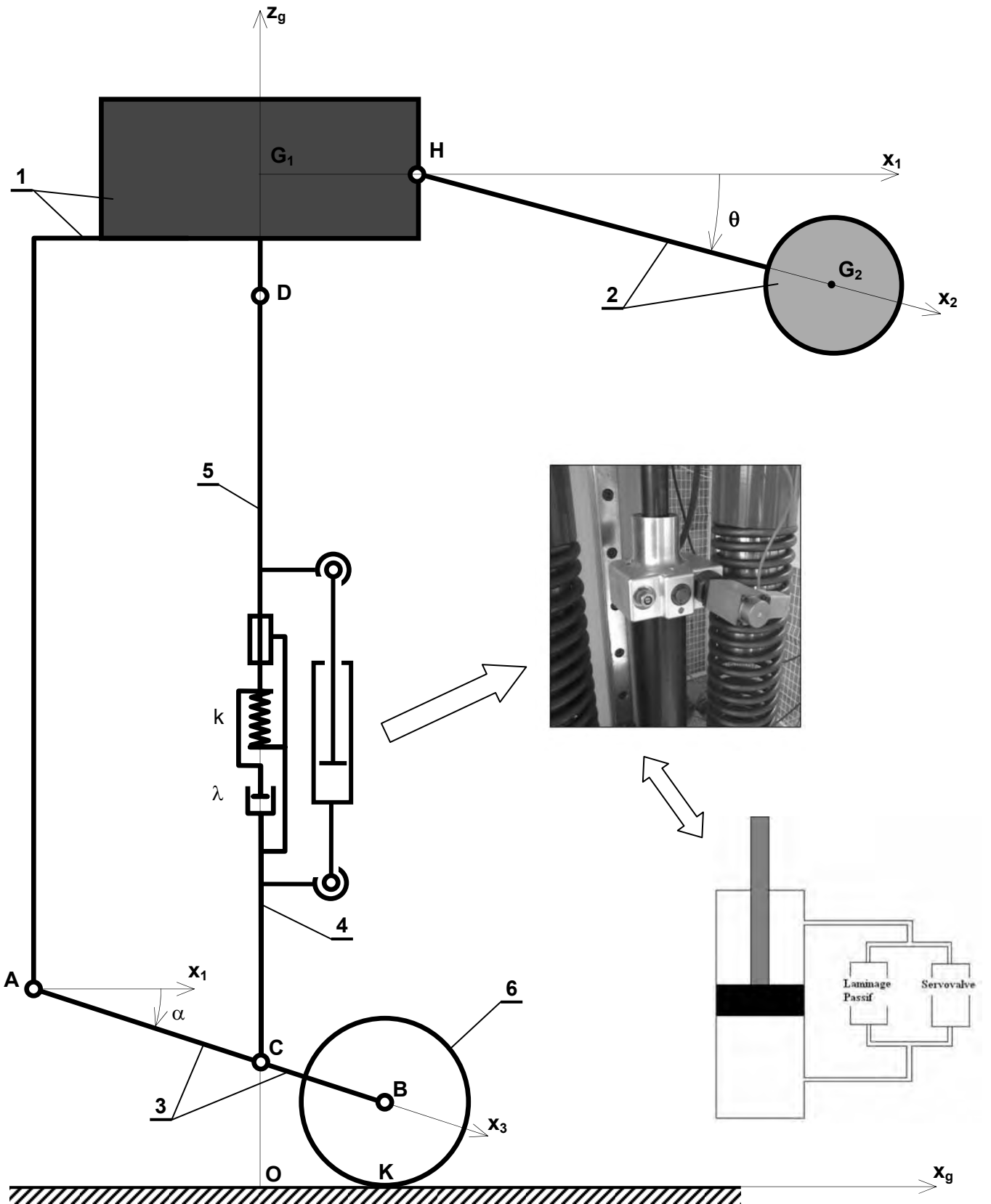


figure 9 – Modélisation cinématique avec dispositif semi-actif

Fonctionnement de la servovalve

L'amortisseur piloté utilise une servovalve du constructeur MOOG (voir illustrations ci-contre)

Elle est constituée d'un solénoïde alimenté en courant. Le champ magnétique créé induit alors le déplacement d'une navette qui va réguler la section des orifices de circulation du fluide pour produire ainsi une variation de l'effort exercé.

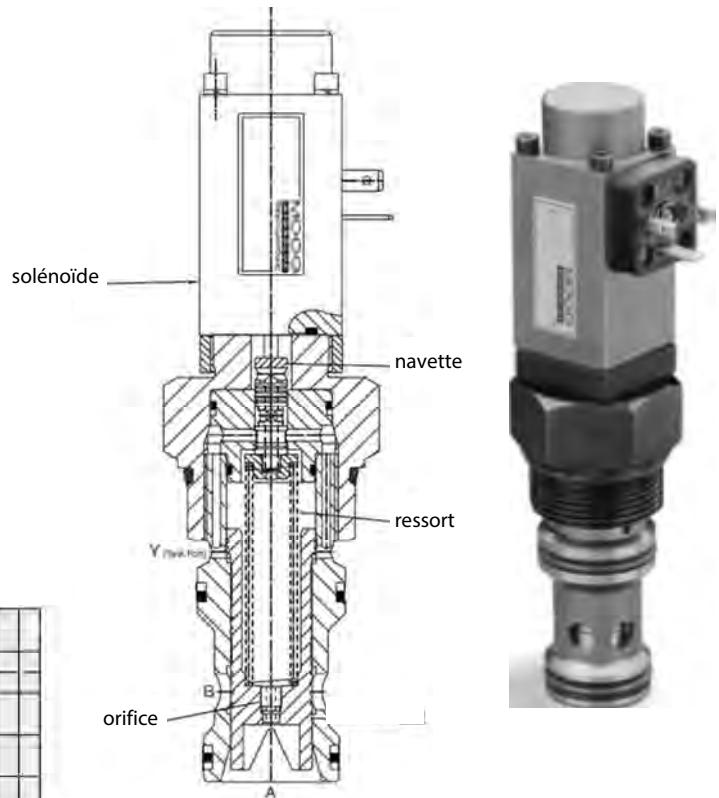


figure 10 – Architecture de la servovalve

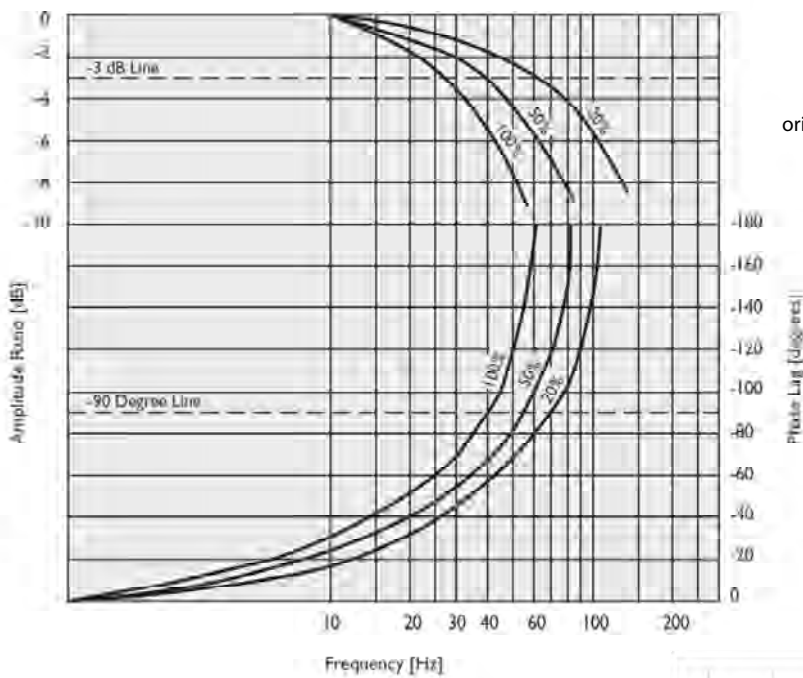


figure 11 – Réponse fréquentielle de l'ensemble solénoïde/navette

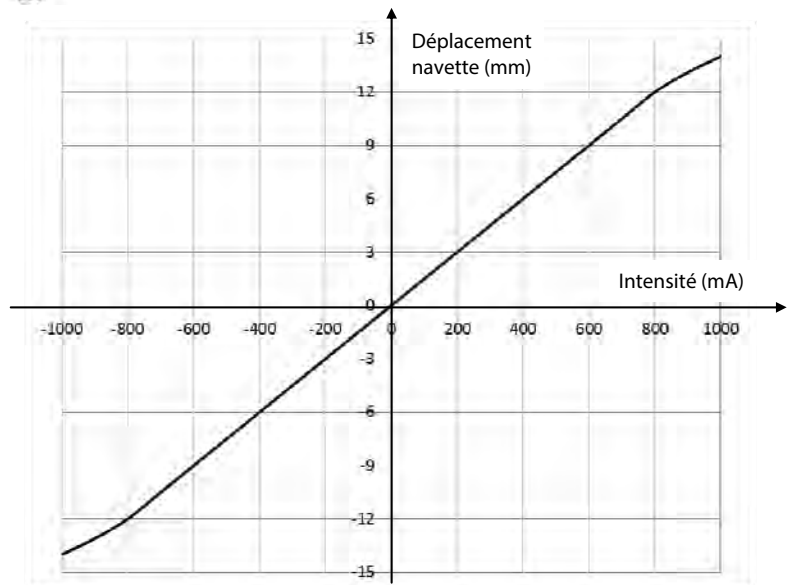
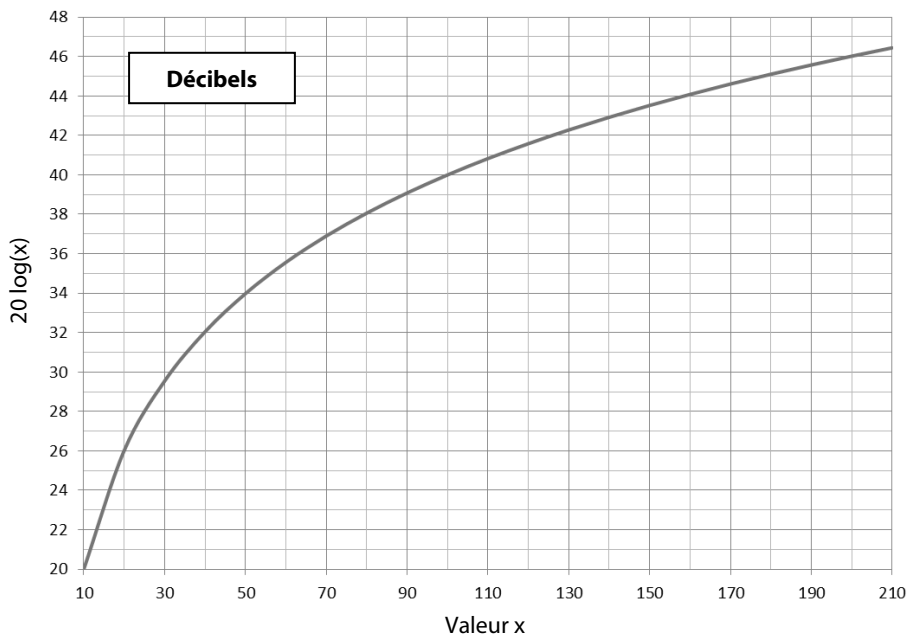
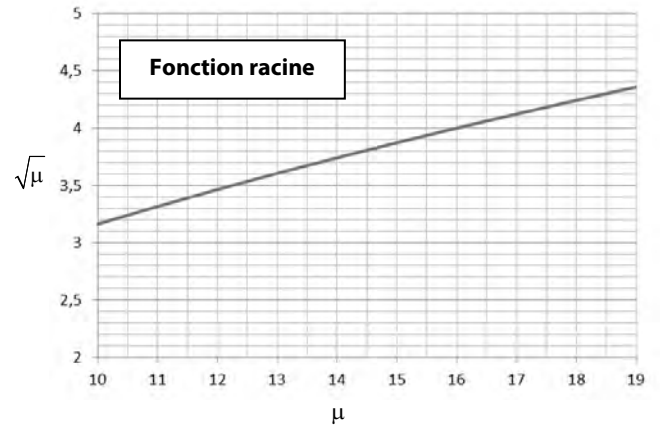
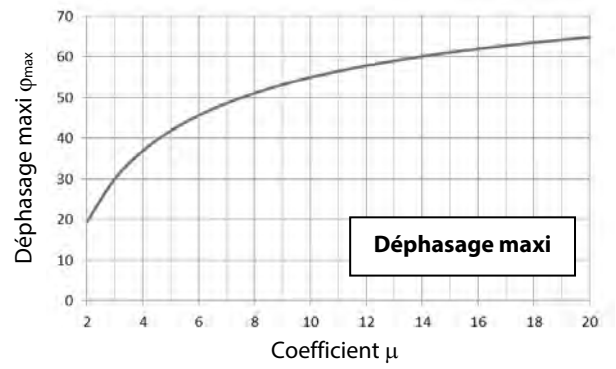
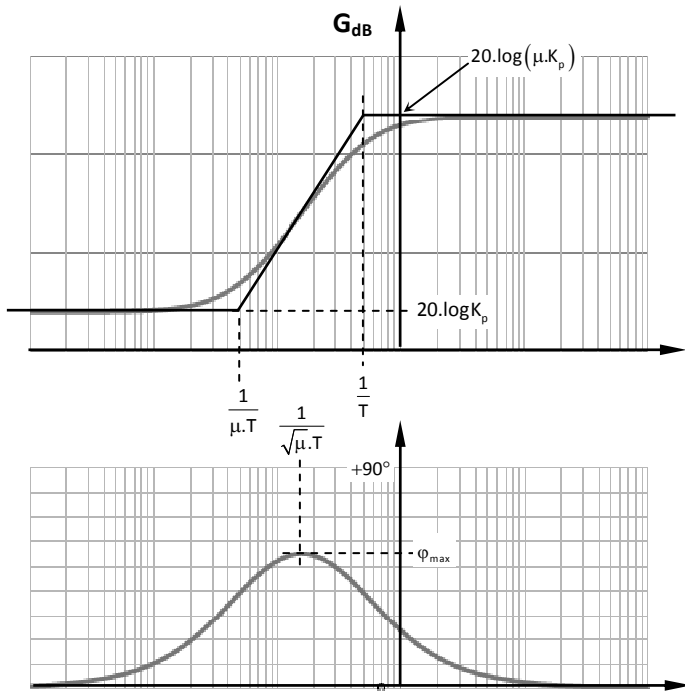


figure 12 – Loi entrée/sortie

Caractéristiques du terme $K_p \cdot \left(\frac{1 + \mu \cdot T \cdot p}{1 + T \cdot p} \right)$



Académie : _____ Session : _____ Modèle EN.

Examen ou Concours : _____ Série* : _____

Spécialité/option : _____ Repère de l'épreuve : _____

Épreuve/sous-épreuve : _____

NOM : _____

(en majuscules, suivi, s'il y a lieu, du nom d'épouse)

Prénoms : _____ N° du candidat

Né(e) le _____ *(le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la liste d'appel)*

DANS CE CADRE
NE RIEN ÉCRIRE

103

L'usage de calculatrices est interdit.

Cahier réponses
Épreuve de Sciences Industrielles A
Banque PT - 2014

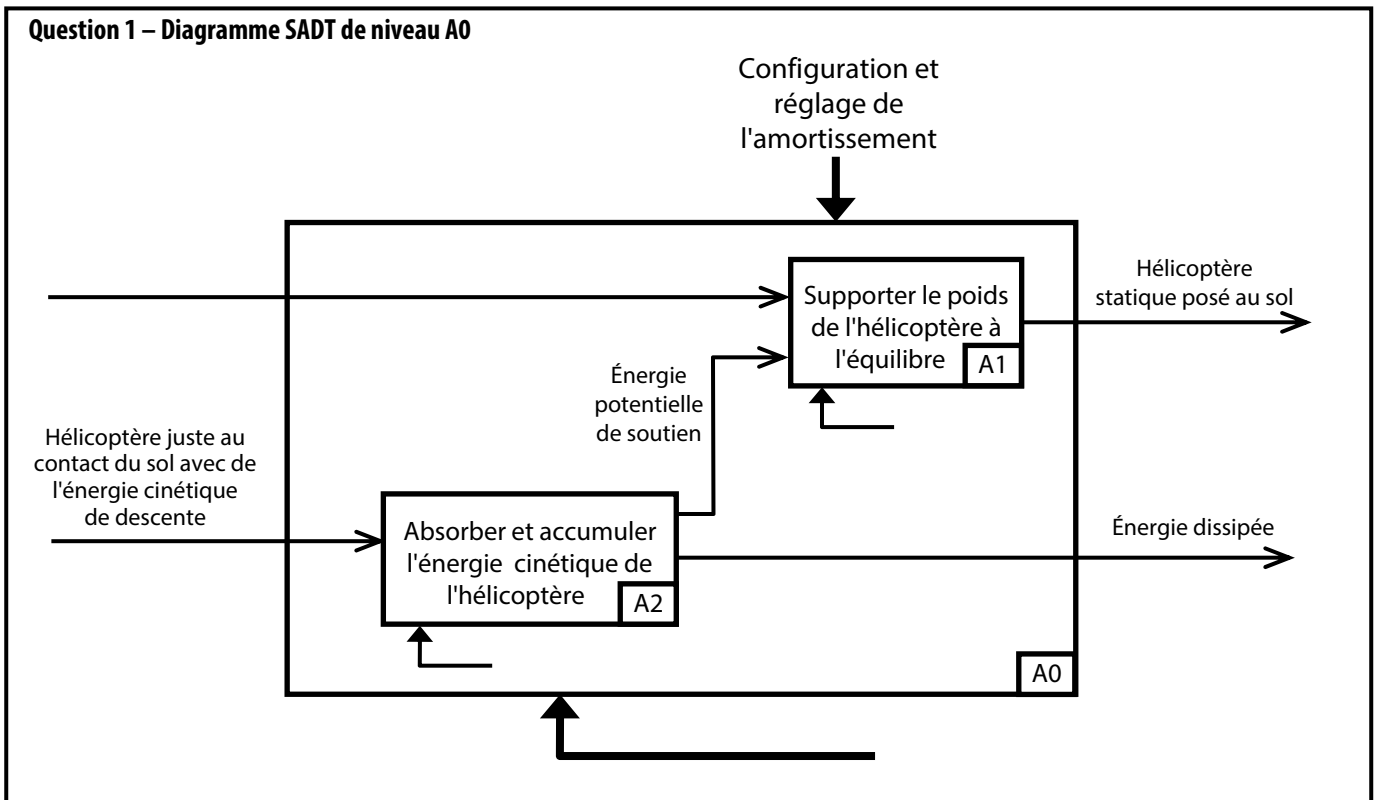


Tournez la page S.V.P.

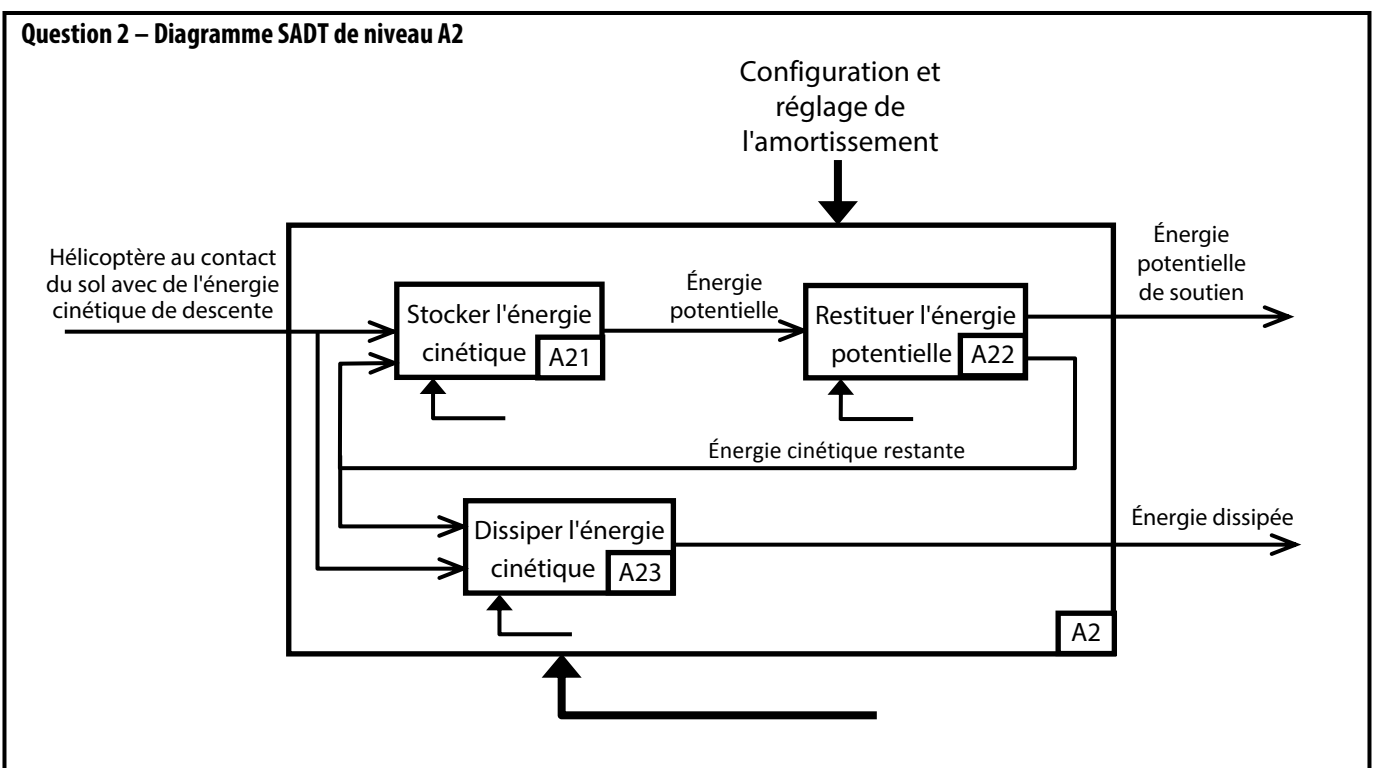
PARTIE A

ANALYSE FONCTIONNELLE ET STRUCTURELLE

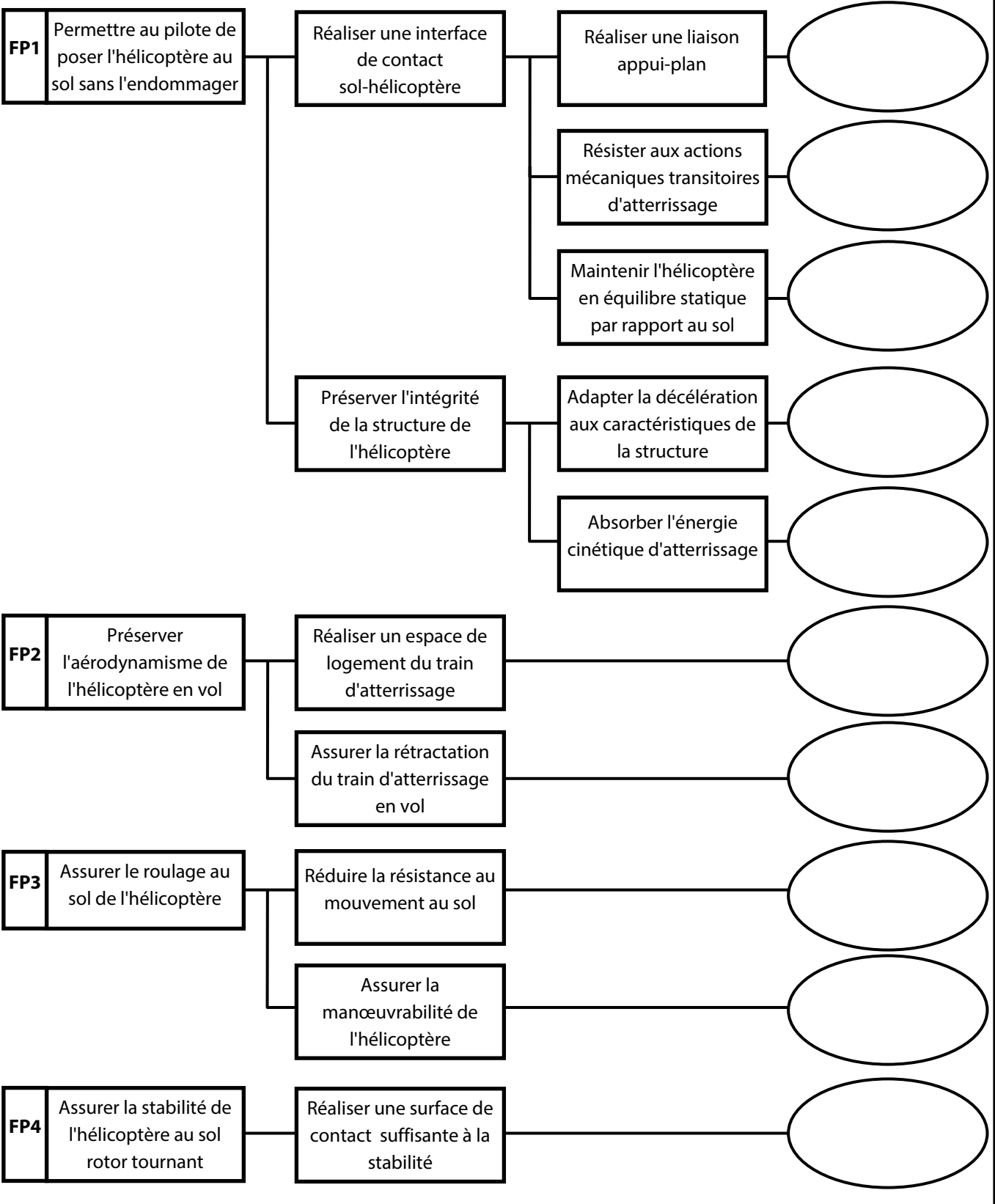
Question 1 – Diagramme SADT de niveau A0



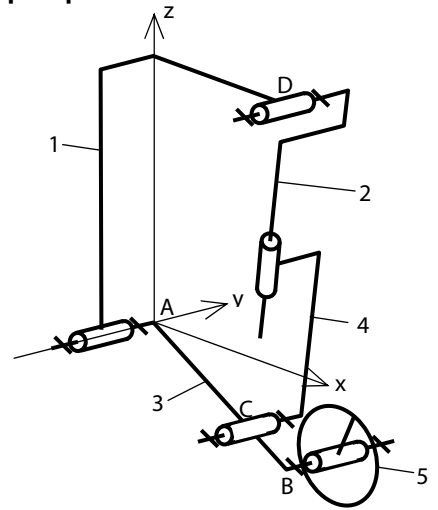
Question 2 – Diagramme SADT de niveau A2



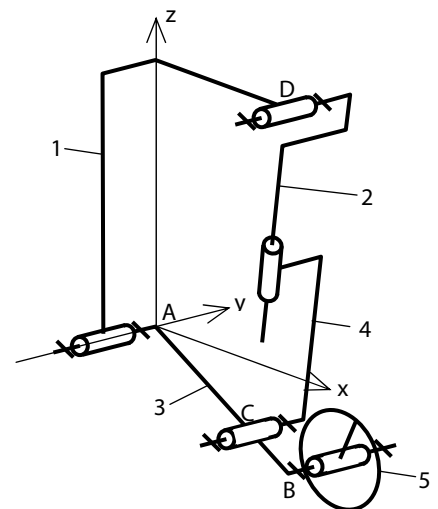
Question 3 – Diagramme FAST



Questions 4 – Degrés de mobilité et d'hyperstatisme de la structure d'une jambe du train principal



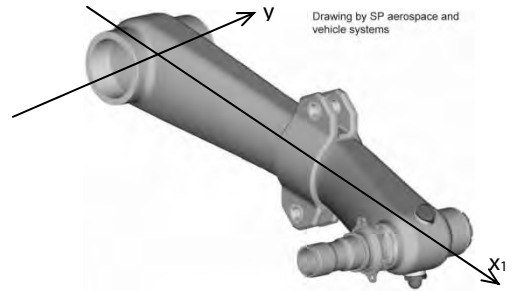
Questions 5 – Modifications pour rendre le modèle isostatique



NE RIEN ÉCRIRE

DANS CE CADRE

Question 6 – Analyse des sollicitations du bras oscillant



Question 7 – Analyse de l'intérêt de l'hyperstatisme

Question 8 – Analyse des conceptions par bras oscillant ou tube coulissant

NE RIEN ÉCRIRE

DANS CE CADRE

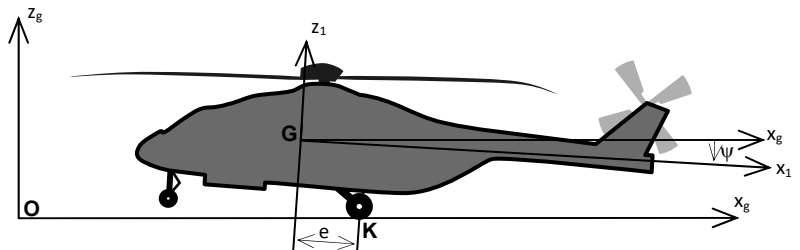
PARTIE B

MODÉLISATION STRUCTURELLE ET COMPORTEMENTALE

B1 – DÉTERMINATION DE LA MASSE RÉDUITE DU FUSELAGE

Question 9 – Relation liant \ddot{z} et $\ddot{\psi}$

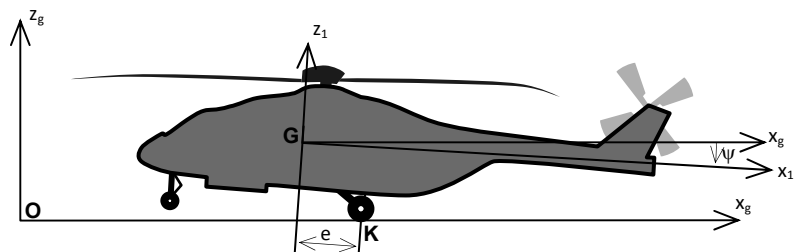
Question 10 – Théorème de la résultante dynamique



NE RIEN ÉCRIRE

DANS CE CADRE

Question 11 – Théorème du moment dynamique au point G



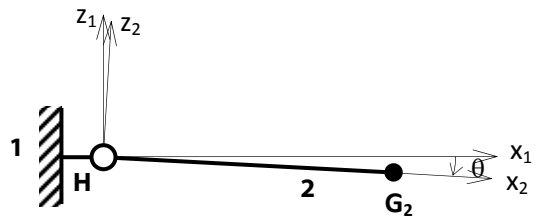
Question 12 – Masse réduite et valeur numérique

NE RIEN ÉCRIRE

DANS CE CADRE

B2 – DÉTERMINATION DE LA RAIDEUR DU RESSORT DE RAPPEL DE LA LIAISON PIVOT 2/1

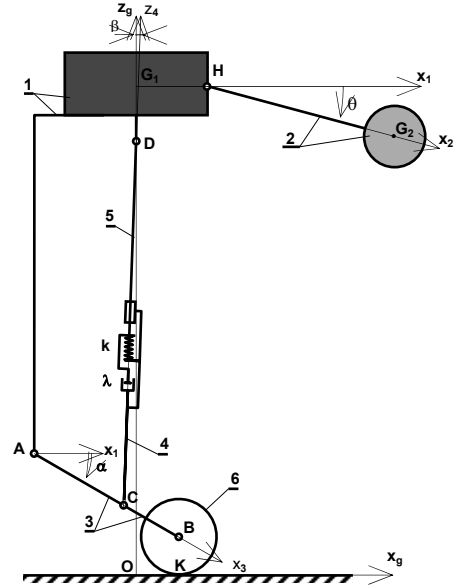
Question 13 – Choix de l'équation



Question 14 – Expression de ω_0^2

Question 15 – Valeur numérique de la raideur k_0

B3 – DÉTERMINATION DE LA VARIATION D'INCLINAISON DU VERIN AMORTISSEUR

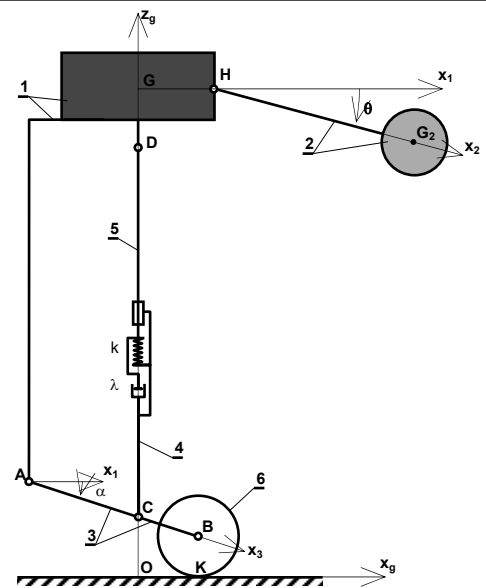
Question 16 – Équations de fermeture géométrique

Question 17 – Expression de $\tan\beta$
Question 18 – Calcul de $\Delta\beta$

PARTIE C

MODÉLISATION DU COMPORTEMENT DU TRAIN PRINCIPAL

C1 – DÉTERMINATION PRÉLIMINAIRE DES CARACTÉRISTIQUES DU VÉRIN RAMENÉES AU SOLIDE 1

Question 19 – Expression de z en fonction de ℓ , a , b , d , R et h .



Question 20 – Expression et valeur de la raideur équivalente k_{eq} d'un vérin

NE RIEN ÉCRIRE

DANS CE CADRE

Question 21 – Expression et valeur du facteur d'amortissement équivalent λ_{eq}

C2 – MODÈLE DE COMPORTEMENT DU SOLIDE 2

Question 22 – Expression du moment dynamique au point H du solide 2

Question 23 – Théorème du moment dynamique au point H, appliqué au solide 2 en proj sur y_g

NE RIEN ÉCRIRE

DANS CE CADRE

C3 – MODÈLE DE COMPORTEMENT DU SOLIDE 1

Question 24 – Expression de la puissance galiléenne développée par les actions mécanique extérieures à l'ensemble Σ

Question 25 – Expression de la puissance développée par les interactions mécaniques internes à l'ensemble Σ

NE RIEN ÉCRIRE

DANS CE CADRE

Question 26 – Expression de l'énergie cinétique galiléenne de l'ensemble Σ

Question 27 – Théorème de l'énergie puissance appliqué à l'ensemble Σ

Question 28 – Combinaison des équations

NE RIEN ÉCRIRE

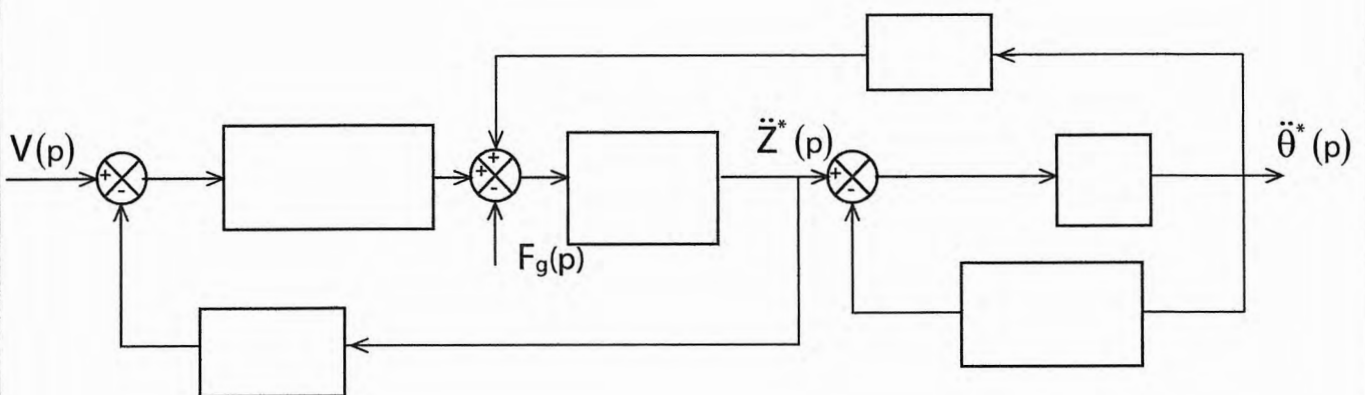
DANS CE CADRE

C4 – DESCRIPTION DU MODÈLE DE COMPORTEMENT SOUS LA FORME D'UN SCHÉMA BLOC

Question 29 – Relation autour de la position d'équilibre

Question 30 – Equations dans le domaine de Laplace

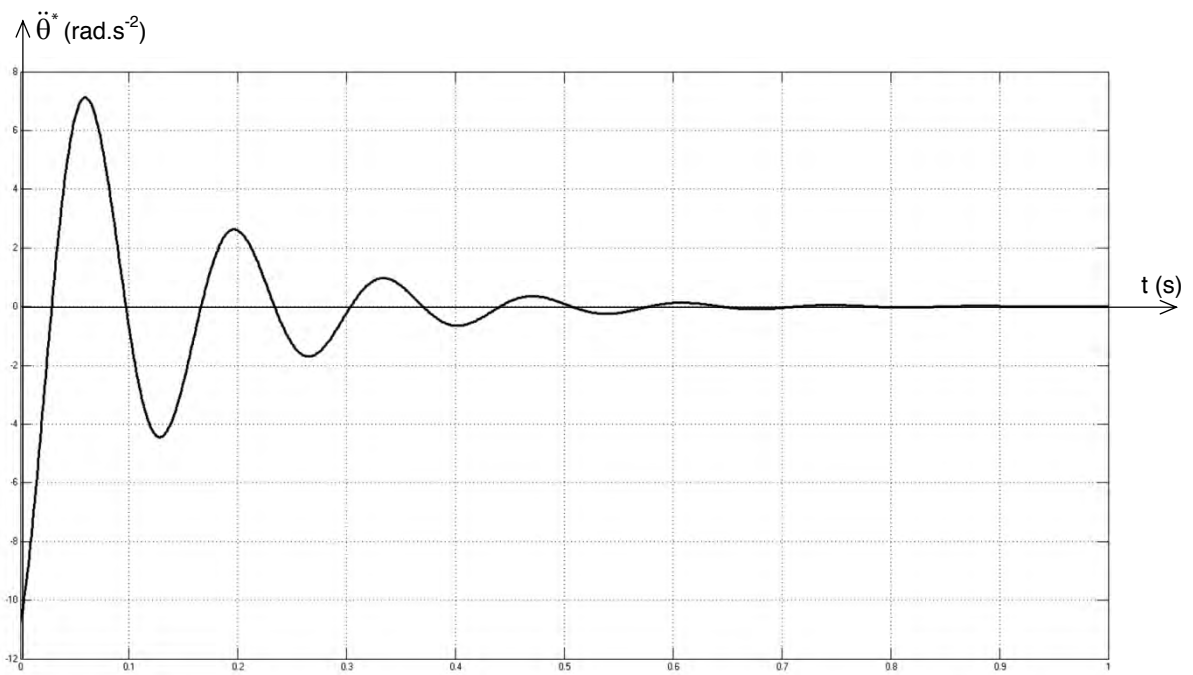
Question 31 – Mise en forme des équations et expression par un schéma bloc



NE RIEN ÉCRIRE

DANS CE CADRE

Question 32 – Analyse des résultats et satisfaction du cahier des charges



PARTIE D

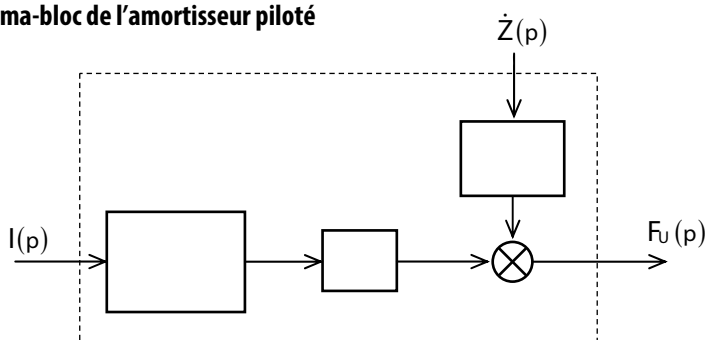
MODÉLISATION DU COMMANDE SEMI-ACTIVE

D1 – DÉTERMINATION D'UN MODÈLE DE COMPORTEMENT POUR L'ACTIONNEUR SEMI-ACTIF

Question 33 – Constante de temps

Question 34 – Gain statique

Question 35 – Schéma-bloc de l'amortisseur piloté



D2 – STRUCTURE DE LA COMMANDE ASSERVIE DE L'AMORTISSEUR SEMI-ACTIF

Question 36 – Fonction de transfert $H_0(p)$

NE RIEN ÉCRIRE

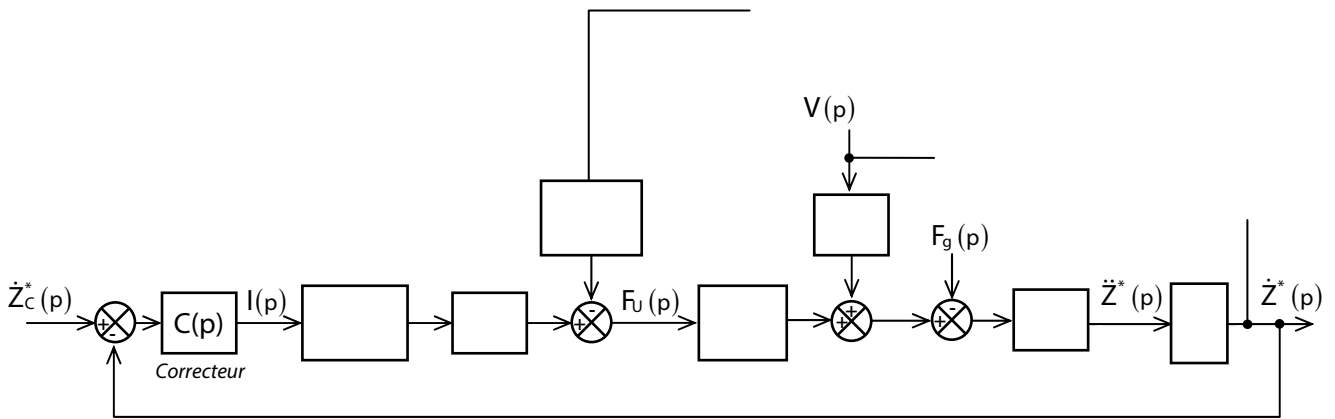
DANS CE CADRE

Question 37 – Stabilité de la queue en réponse à une décélération constante de la cabine

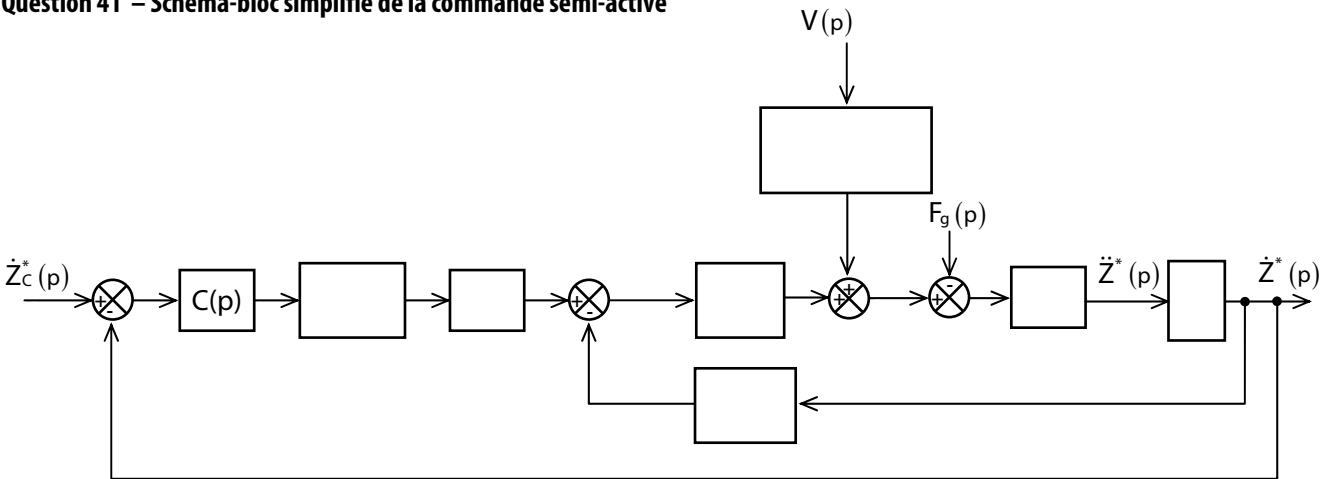
Question 38 – Accélération maximale de la queue et validation choix constructeur

Question 39 – Décélération maximale de cabine

Question 40 – Schéma-bloc de la commande semi-active



Question 41 – Schéma-bloc simplifié de la commande semi-active

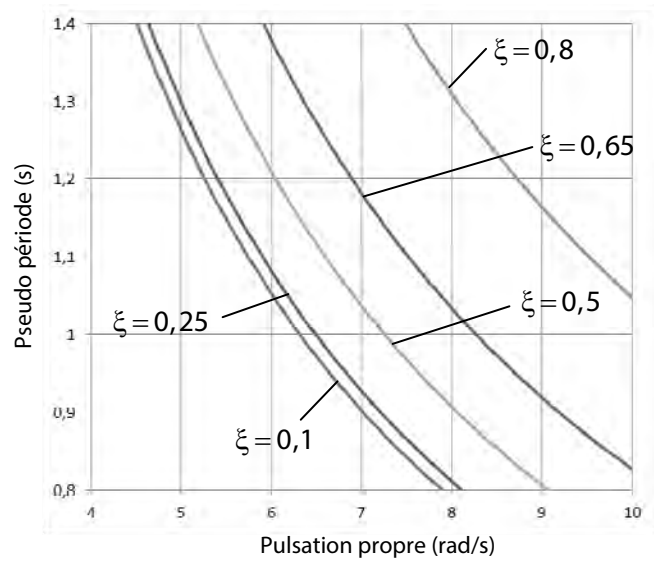
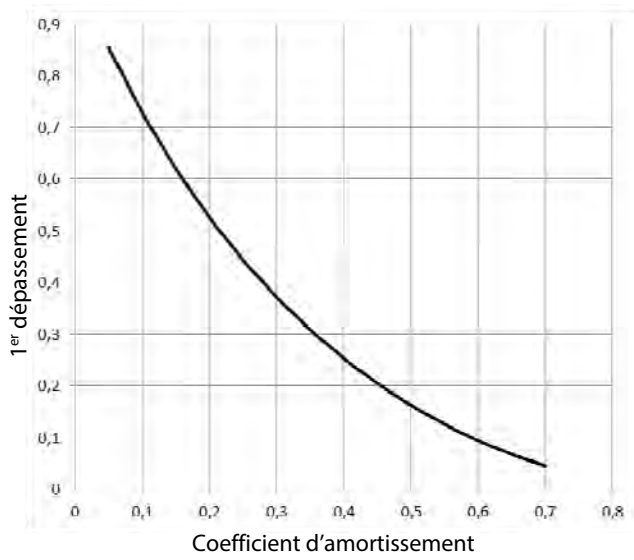
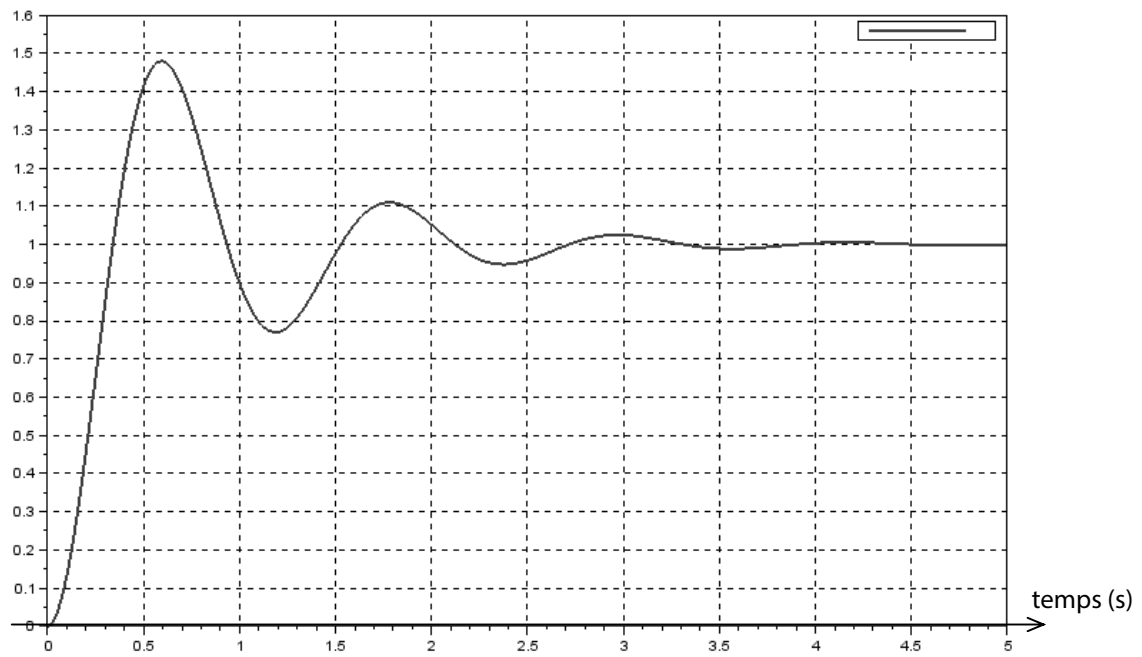


D3 – SIMPLIFICATION DU MODÈLE DE COMPORTEMENT DYNAMIQUE DU TRAIN

Question 42 – Pôles instables de $H_z(p)$

Question 43 – Validation du modèle simplifié et gain statique

Question 44 – Identification des paramètres du modèle simplifié



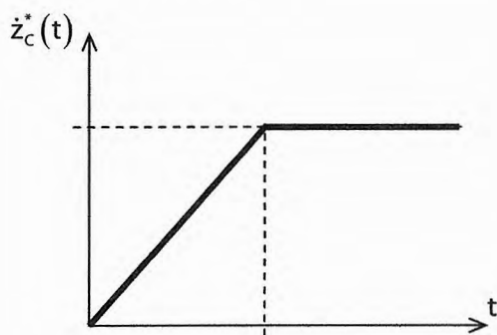
NE RIEN ÉCRIRE

DANS CE CADRE

PARTIE E

OPTIMISATION DU CORRECTEUR DE LA COMMANDE

Question 45 – Forme de la consigne



E1 – FONCTION DE TRANSFERT EN BOUCLE OUVERTE NON CORRIGÉE

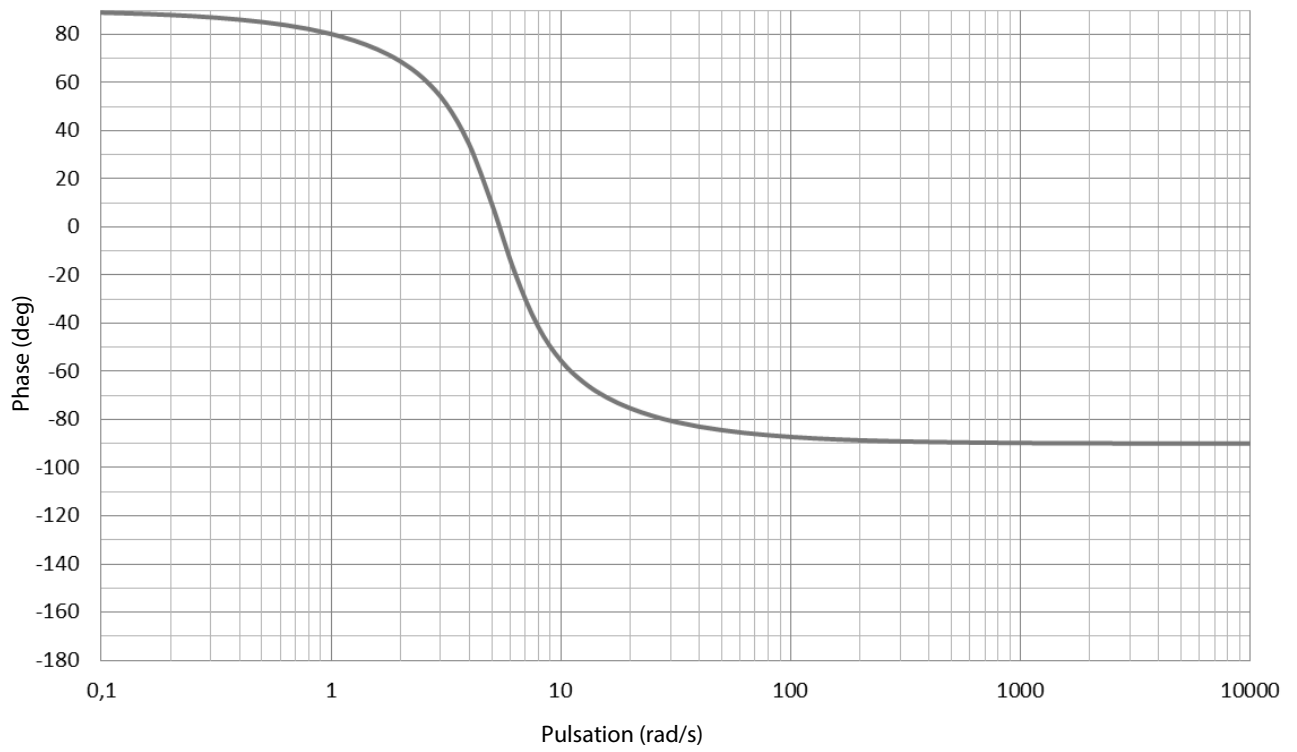
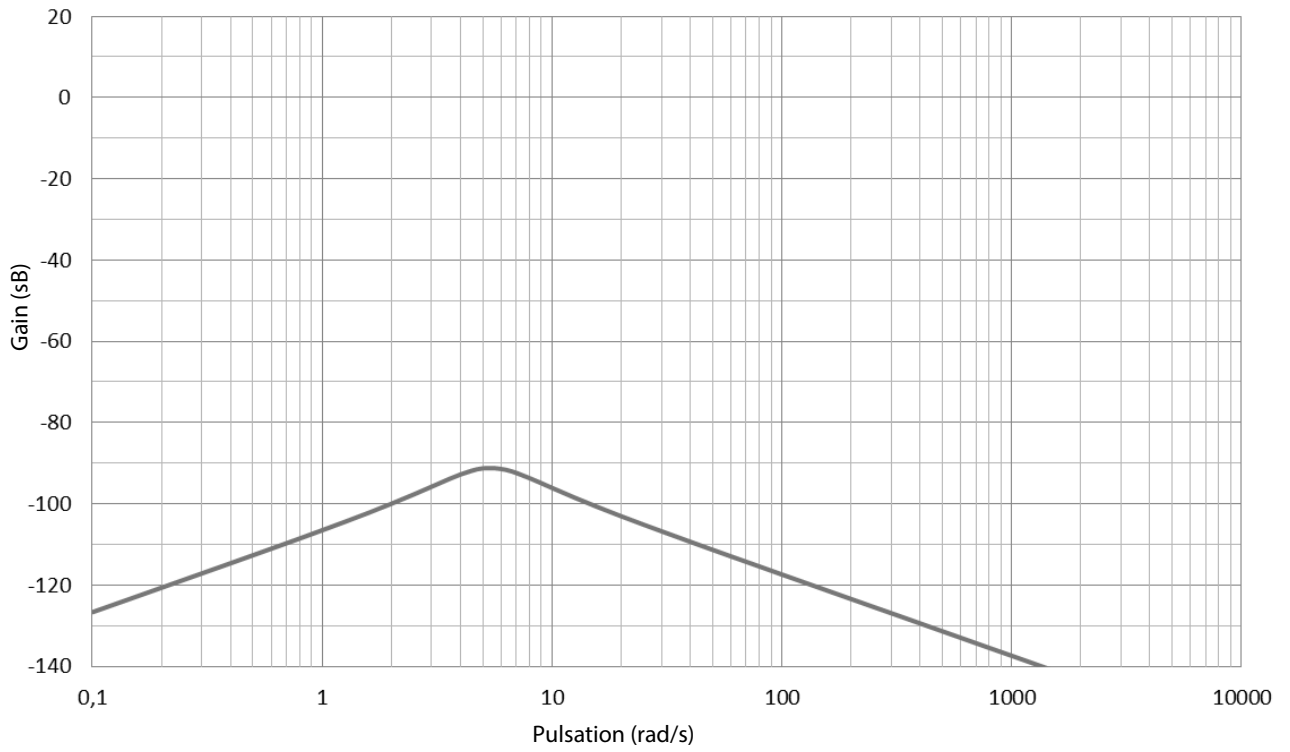
Question 46 – Fonction de transfert $H_r(p)$

Question 47 – Fonction de transfert $H_{\text{BONC}}(p)$

NE RIEN ÉCRIRE

DANS CE CADRE

Question 48 – Diagramme de Bode de $H_f(p)$ et $H_{BONC}(p)$



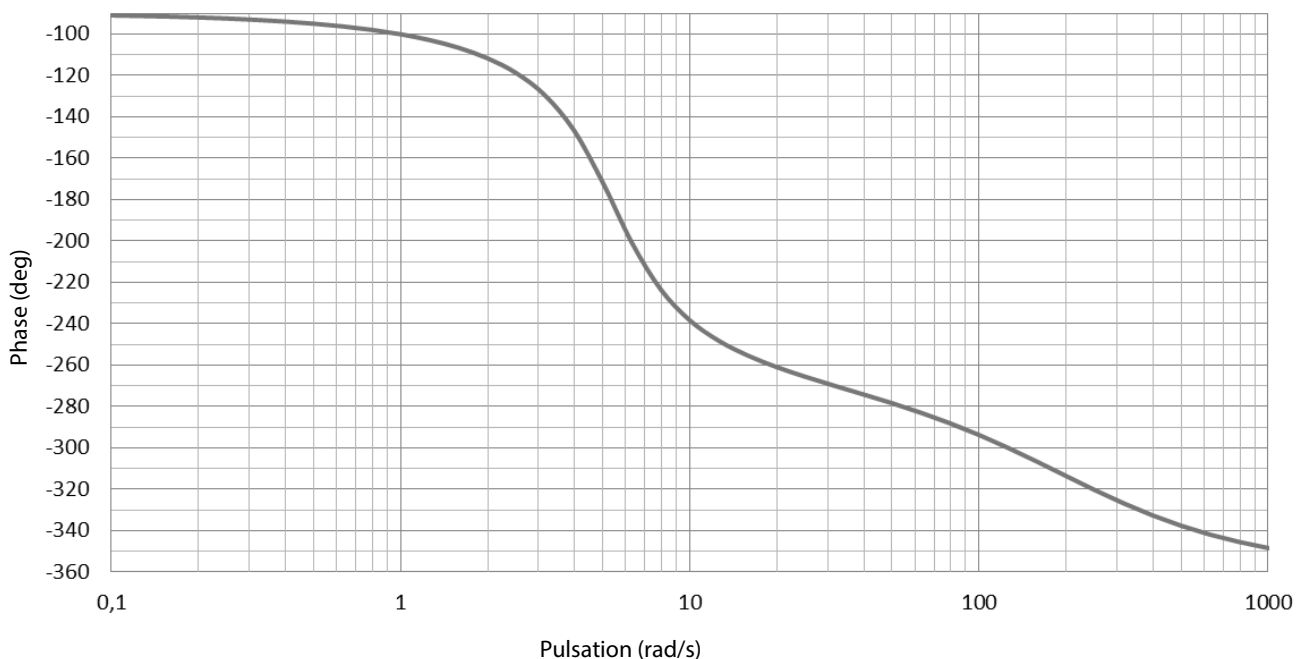
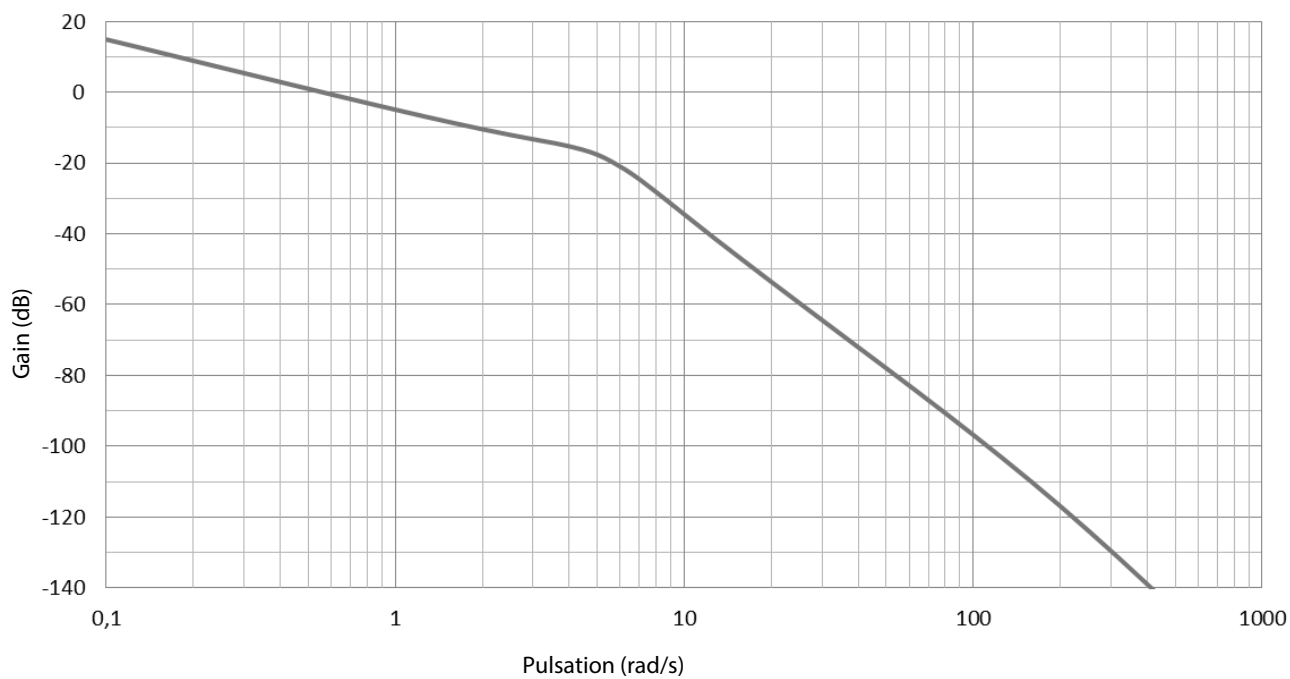
NE RIEN ÉCRIRE

DANS CE CADRE

E2 – CHOIX ET RÉGLAGE DE LA CORRECTION

Question 49 – Classe minimale du correcteur

Question 50 – Performances avec $C(p)=K_p/p^2$



NE RIEN ÉCRIRE

DANS CE CADRE

Large empty rectangular box for writing.

Question 51 – Appellation de la correction complémentaire

Empty rectangular box for the answer to Question 51.

Question 52 – Réglage du correcteur

Empty rectangular box for the answer to Question 52.

Question 53 – Réglage du correcteur (suite) et performances en précision

Large empty rectangular box for the answer to Question 53.

NE RIEN ÉCRIRE

DANS CE CADRE

E3 – VALIDATION DES PERFORMANCES

Question 54 – Validation du cahier des charges

