

Épreuve de Sciences Industrielles A

Durée 5 h

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, d'une part il le signale au chef de salle, d'autre part il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

L'usage de calculatrices est interdit.

034

Aucun document n'est autorisé

Composition du sujet :

- 1 cahier de 18 pages de texte numérotées de 1 à 18
- 1 cahier réponse de 22 pages à rendre à la fin de l'épreuve

Gestion du temps, structure de l'épreuve :

L'épreuve comporte trois parties indépendantes :

- A – Capacité globale, rayon d'action,
- B – Fonction *Suivre un profil*,
- C – Fonction *Permettre un retour automatique à la borne de recharge*.

En admettant une durée de 30 min pour la lecture et l'assimilation du sujet, il est vivement conseillé de consacrer environ 30 min à la partie A, 2h30 à la partie B et 1h30 à la partie C.

Il est demandé au candidat de formuler toutes les hypothèses qu'il jugera nécessaires pour répondre aux questions posées.

La présentation, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. En particulier, les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte. Les candidats sont invités à encadrer les résultats de leurs calculs

Protection

Ce sujet utilise comme support d'étude un robot aspirateur autonome. Certaines informations étant confidentielles la marque, nom et référence produit n'apparaîtront pas dans ce sujet.

Chaque photographie et élément de texte extrait de leurs documents dans le présent sujet restent la propriété de la société qui a développé le produit. L'autorisation d'utilisation de ces informations n'est valable que pour ce sujet de concours.

Notations

- La transformée de LAPLACE d'une fonction f de la variable temporelle continue du temps t est notée F de la variable complexe p associée à la transformée.
- Pour un système de fonction de transfert F , la réponse harmonique est notée $F(j\omega)$. Le module de $F(j\omega)$ est noté $|F(j\omega)|$ et son argument $\arg(F(j\omega))$.
- Le torseur cinématique du mouvement d'un solide i par rapport à un solide j sera noté $V_{i/j}$.

Les éléments de réduction au point A de ce torseur s'écriront $V_{i/j} = \begin{cases} \vec{\Omega}_{i/j} \\ \vec{V}_{A \in i / j} \end{cases}$.

- Le torseur des actions mécaniques (transmissibles éventuellement par une liaison quelconque q) exercées par le solide j sur le solide i et sera noté $T_{j \rightarrow i}^q$.

Les éléments de réduction au point A de ce torseur s'écriront $T_{j \rightarrow i}^q = \begin{cases} \vec{F}_{j \rightarrow i}^q \\ \vec{M}_{A, j \rightarrow i}^q \end{cases}$.

- Le torseur dynamique d'un ensemble matériel S en mouvement par rapport à un référentiel R sera noté $\Delta_{S/R}$.

Les éléments de réduction au point A de ce torseur s'écriront $\Delta_{S/R} = \begin{cases} \vec{D}_{S/R} \\ \vec{\delta}_{A \in S / R} \end{cases}$.

PRÉSENTATION

Le support sujet de cette étude est un robot aspirateur autonome. La société qui produit ce produit conçoit et réalise des équipements autonomes pour l'industrie (environnement difficile...), pour l'armée et les services gouvernementaux (déménagement...) et le secteur public (nettoyage...).

Jusqu'au début des années 2000 les seuls robots autonomes développés pour le secteur public étaient les robots de nettoyage de piscines, donc dédiés à un marché restreint et comportant une interactivité avec leur milieu très limitée.

La différence entre ce type de produits (Figure 1) et les équipements classiques d'aide au nettoyage (Figure 2) réside dans le fait qu'il n'est pas une assistance ni une prolongation de l'activité humaine mais un remplacement pur et simple de l'opérateur avec une réalisation autonome de la tâche dévolue.

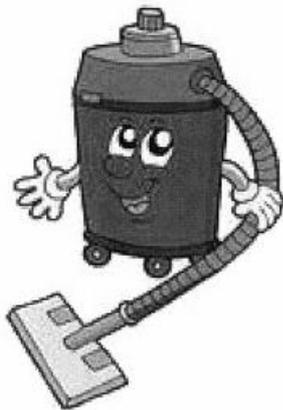


Figure 1 : Robot aspirateur autonome



Figure 2 : Aspirateur classique

Le système étant autonome il dispose d'un système d'alimentation en énergie embarqué.

La faible capacité énergétique résultant de cet emport ne permet pas d'obtenir les mêmes niveaux d'aspiration qu'un aspirateur classique. Cette limitation est compensée par un système de brosse/aspiration.

Afin de pouvoir réaliser le nettoyage de manière autonome, le robot dispose aussi de tout un équipement de capteurs lui permettant de réaliser sa mission. Le robot, objet de l'étude, est présenté sur les Figure 3 à Figure 6.



Figure 3 : Vue d'artiste

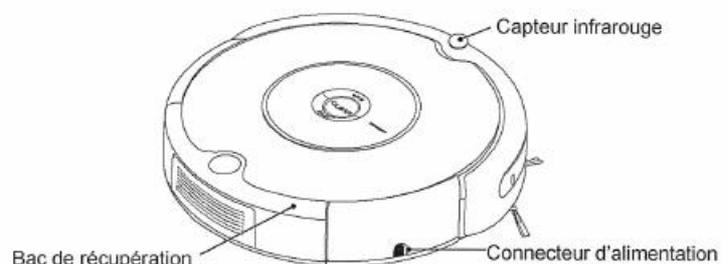


Figure 4 : Vue de dessus

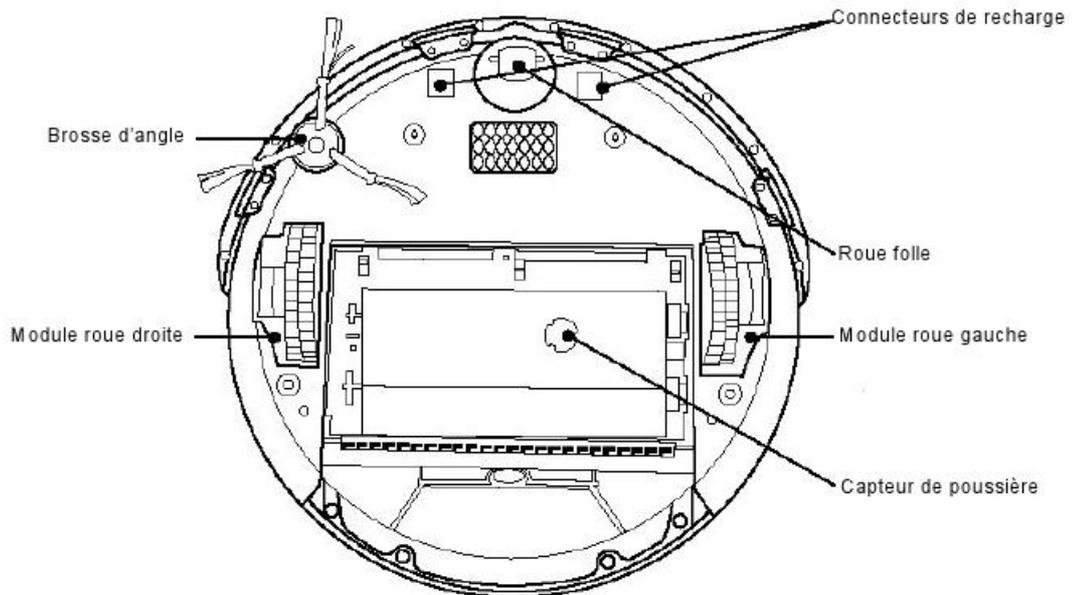


Figure 5 : Vue de dessous

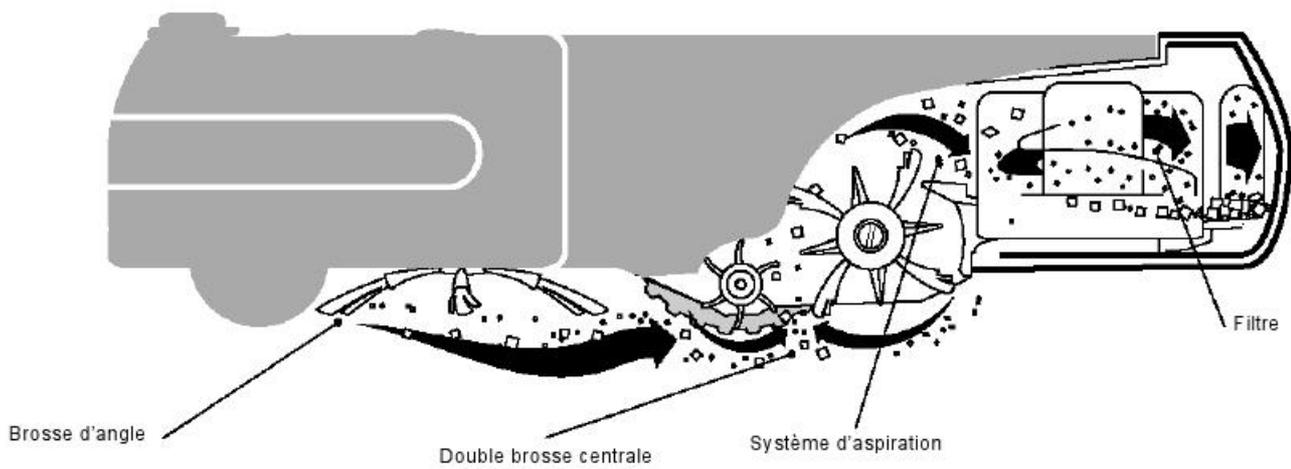


Figure 6 : Vue en coupe, système de brosseage/aspiration

Dans cette étude on se propose :

- de vérifier les données générales fournies par le constructeur au client,
- d'étudier le suivi d'un profil de déplacement,
- d'analyser le système de guidage automatique vers la borne de rechargement.

PARTIE A - CAPACITE GLOBALE, RAYON D'ACTION

Cet aspirateur autonome possède certaines caractéristiques fournies par le constructeur aux clients potentiels. Celles-ci sont présentées dans le Tableau 1 ci-dessous.

Tableau 1 : Extrait du CdCF

Fonctions techniques	Critères d'appréciation	Niveau	Variabilité
<i>PERMETTRE UN NETTOYAGE CONTINU PENDANT UNE DURÉE MINIMALE SUR UNE SURFACE MINIMALE</i>	<ul style="list-style-type: none"> ⌘ Autonomie ⌘ Surface 	Temps d'utilisation : $T_u = 120 \text{ min}$ Surface nettoyée : $S = 80 \text{ m}^2$	$\geq T_u$ $\geq S$
<i>ASSURER LA DISPONIBILITÉ</i>	<ul style="list-style-type: none"> ⌘ Durée de recharge 	Temps de recharge $T_r = 3 \text{ h}$	$\leq 3 \text{ h}$

Données techniques du robot :

- Vitesse de déplacement moyenne du robot $V_{rbt,avg} = 4 \text{ m/min}$.
- Vitesse de déplacement maximale du robot $V_{rbt,max} = 18 \text{ m/min}$.
- Alimentation par une batterie d'accumulateurs Ni-MH de 14,4 V/3300 mAh.



- Motorisation des roues :



Le robot comporte 2 ensembles moteur/roue indépendants. Pour chaque ensemble moteur/roue :

Diamètre roue $D = 60 \text{ mm}$

Vitesse de rotation moteur sous 14,4 V = 8000 tr/min

Réducteur multi étage rapport de réduction $k = 80$

Courant moyen consommé en fonctionnement par roue $I_{r,avg} = 500 \text{ mA}$.

Le revêtement des roues assure une transmission parfaite du couple moteur sur le sol.

- Motorisation des brosses :



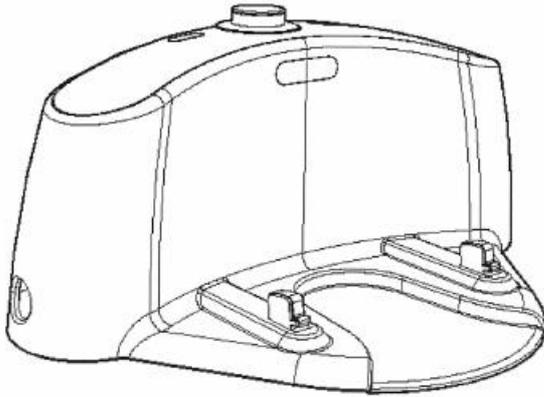
Le courant moyen consommé par la motorisation des brosses est évalué à $I_{br,avg} = 150 \text{ mA}$.

- Motorisation du balai :



Le courant moyen consommé par la motorisation du balai est évalué à $I_{ba,avg} = 70 \text{ mA}$.

- Le courant moyen consommé par l'électronique embarquée (microcontrôleur, pilotage des variateurs, capteurs) est évalué à $I_{eln,avg} = 130 \text{ mA}$.
- La largeur de nettoyage vaut $L_{voie} = 300 \text{ mm}$.
- Le rendement surface nettoyée/surface parcourue vaut $\eta_{sn/sp} = 66 \%$.
- Dock de rechargement



Station de rechargement pour batterie d'accumulateur 14,4 V.

Courant de charge $I_{ch} = 1,5 \text{ A}$.

- Question 1 :** Calculer le courant moyen total I_t consommé par le robot. En déduire la capacité en mAh nécessaire pour alimenter le robot pendant le temps d'utilisation T_u fourni par le constructeur.
- Question 2 :** Calculer la vitesse approximative de rotation des moteurs N_{mot} en tr/min pour un déplacement du robot $V_{rbt,max} = 18 \text{ m/min}$ en ligne droite.
- Question 3 :** Calculer la surface nettoyée pendant T_u à la vitesse moyenne du robot $V_{rbt,avg} = 4 \text{ m/min}$.
- Question 4 :** Calculer le temps de recharge complet si la charge résiduelle de la batterie d'accumulateurs est de 10 %. On estime le rendement de la charge à 80 %.
- Question 5 :** A l'analyse des résultats obtenus aux questions précédentes les caractéristiques de ce robot sont-elles respectées ?

Dans une habitation adaptée aux personnes à mobilité réduite, les rampes d'accès doivent avoir une pente inférieure ou égale à 8% (voir figure sur cahier-réponse). Le robot doit pouvoir remonter ces pentes sans aucune difficulté.

- Question 6 :** En supposant que ni la roue folle ni les brosses n'ont d'action mécanique significative freinant le déplacement du robot, écrire le bilan des forces extérieures s'exerçant sur celui-ci lorsqu'il démarre sur une rampe de pente maximale.
- Question 7 :** En appliquant le Principe Fondamental de la Dynamique sur le robot, déterminer la valeur du couple nécessaire sur chacune des roues pour lui permettre d'atteindre la vitesse maximale $V_{rbt,max} = 18 \text{ m/min}$ en ligne droite, en 500 ms.

On supposera ici que le couple fourni sur l'arbre moteur en entrée de réducteur est constant et se déduit du point de fonctionnement nominal ($P_{nom} = 10 \text{ W}$; $N_{nom} = 8000 \text{ tr/min}$; rendement du réducteur évalué à 60%).

- Question 8 :** Déterminer le couple à la roue disponible et conclure sur les capacités de ce robot à remonter cette pente.

PARTIE B - ANALYSE DE LA FONCTION *SUIVRE UN PROFIL*

Dans le cas du nettoyage d'une pièce ou d'une zone considérée comme particulièrement sale, le robot possède un mode *SPOT*. Ce mode consiste à faire réaliser au robot un profil de déplacement centré sur la zone à nettoyer (Cf. Figure 7).

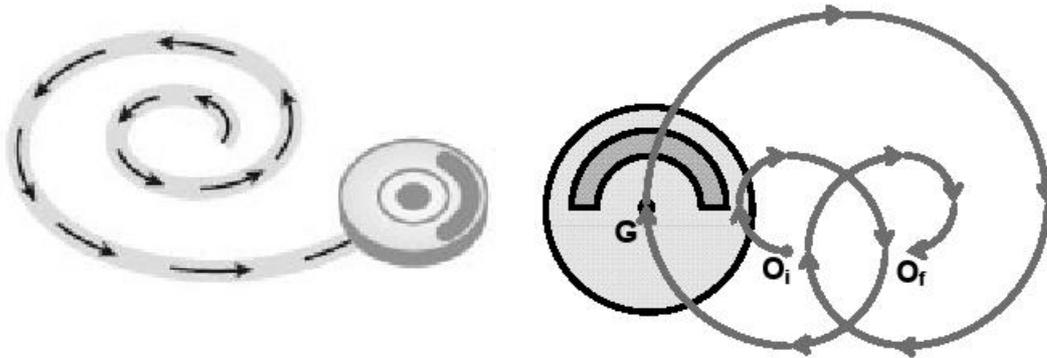


Figure 7 : Mode *SPOT*

La trajectoire envisagée permet un déplacement en "forme de spirales". Composée d'arcs de cercle, cette trajectoire comporte 2 parties symétriques conduisant le robot à une position finale (point O_f) décalée de la position initiale (point O_i) de la largeur entre roue (L_{voie}) et orientée à 180° . La répétition de ce programme de nettoyage replace le robot à sa position initiale.

Tableau 2 : Extrait du CdCF

Fonctions techniques	Critères d'appréciation	Niveau	Variabilité
<i>PERMETTRE UN NETTOYAGE CONTINU AUTOUR D'UN POINT DONNÉ</i>	∝ Surface	Rayon de la surface minimale nettoyée : $R = 2$ largeurs de brosse	≥ 2 largeurs de brosses
<i>PERMETTRE UNE VITESSE NOMINALE DE NETTOYAGE</i>	∝ Vitesse linéaire du centre du robot G	$V_{rbl,avg} = 4$ m/min	$\pm 10\%$
<i>NETTOYER UNE SURFACE SANS OUBLI</i>	∝ Présence de zones non nettoyées	Surface non nettoyée $S_{nn} = 0$ m ²	0
<i>ASSURER UN SUIVI DE TRAJECTOIRE</i>	∝ Temps de réponse à une variation en échelon de la trajectoire	$tr_{5\%} = 200$ ms	+10 %
<i>SUIVRE UNE TRAJECTOIRE AVEC MINIMISATION DES COÛTS CAPTEURS PAR ROUE</i>	∝ Minimisation du nombre de capteurs	Nombre de capteurs < 2	0

Nous allons étudier les vitesses à commander sur chaque roue ainsi que les cycles à imposer pour respecter les caractéristiques techniques demandées (Tableau 2). Dans un premier temps, nous étudierons un profil de trajectoire et nous chercherons les caractéristiques cinématiques de chaque roue motrice (de centres G_g et G_d) pour garantir le suivi de la trajectoire du centre **G** du robot. Puis, nous vérifierons le cahier des charges concernant la surface nettoyée. Enfin nous nous intéresserons à la commande des moteurs d'avance.

B.1 Trajectoire pour le mode SPOT : vitesses d'avances des roues motrices

La trajectoire représentée est constituée de quarts de cercle devant permettre un balayage total de la surface par le robot. Nous allons décrire chaque arc de cercle sur la première moitié de trajectoire, l'autre moitié étant le symétrique de la première. La dimension de référence étant la largeur de balayage du robot (L_{voie}), nous allons mesurer les rayons des arcs en fraction de cette longueur. On distingue 6 arcs de cercles pour décrire le déplacement du centre G du robot. Pour des raisons de clarté, on dessinera uniquement le centre du robot G et les centres des roues motrices (G_g et G_d).

Tableau 3 : Arcs de cercle décrivant la demi-trajectoire du point G

	Position initiale : G en O_i
Quart de cercle Q1	entre O_i et G_1 : rayon $L_{voie} / 4$ - Le robot pivote d'un angle égal à $\pi/2$
Quart de cercle Q2	entre G_1 et G_2 : rayon $L_{voie} / 4$ - Le robot pivote d'un angle égal à $\pi/2$
Quart de cercle Q3	entre G_2 et G_3 : rayon $L_{voie} / 2$ - Le robot pivote d'un angle égal à $\pi/2$
Quart de cercle Q4	entre G_3 et G_4 : rayon $L_{voie} / 2$ - Le robot pivote d'un angle égal à $\pi/2$
Quart de cercle Q5	entre G_4 et G_5 : rayon $3.L_{voie} / 4$ - Le robot pivote d'un angle égal à $\pi/2$
Quart de cercle Q6	entre G_5 et G_6 : rayon L_{voie} - Le robot pivote d'un angle égal à $\pi/2$

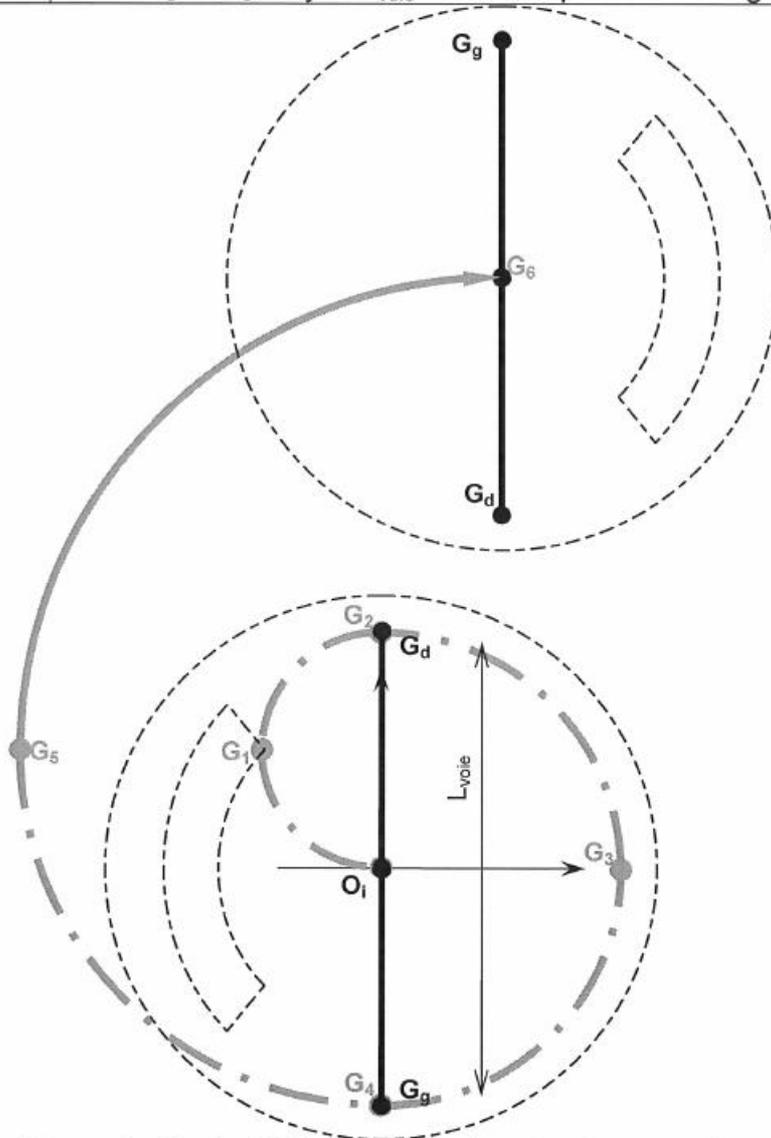


Figure 8 : Mode SPOT – demi-trajectoire du centre G du robot

On suppose que les trajectoires des centres des roues motrices sont également des arcs de cercle. Cela conduit à imposer des vitesses constantes sur chaque roue motrice.

Question 9 : Pour chaque arc de cercle Q_i intermédiaire de la demi-trajectoire, dessiner la position finale du robot (matérialisé par son centre G et les centres de ses roues motrices G_g et G_d comme dans la Figure 8) et les coordonnées (en mm) du CIR (C_i) du mouvement dans le repère \mathcal{R}_g , associé au sol de la pièce à nettoyer.

Question 10 : Pour chaque arc de cercle Q_i intermédiaire de la demi-trajectoire, calculer les modules des vitesses linéaires des centres de roues motrices G_g et G_d : $\|\vec{V}_{G_d \in Robot / \mathcal{R}_g}\|$ et $\|\vec{V}_{G_g \in Robot / \mathcal{R}_g}\|$ pour que la vitesse du centre G soit égale à $\|\vec{V}_{G \in Robot / \mathcal{R}_g}\| = 4 \text{ m/min}$.

Question 11 : Dessiner et hachurer la zone nettoyée par le robot.

Question 12 : En déduire si la zone nettoyée par le robot est sans trou.

B.2 Modélisation de la commande en boucle fermée de vitesse d'une roue

Une analyse harmonique de la boucle de vitesse (Ω_{mot} en rad/s) du moteur d'une roue soumis à une tension de commande (u en V) dans le plan de Bode a donné le diagramme asymptotique en gain suivant (Cf. Figure 9):

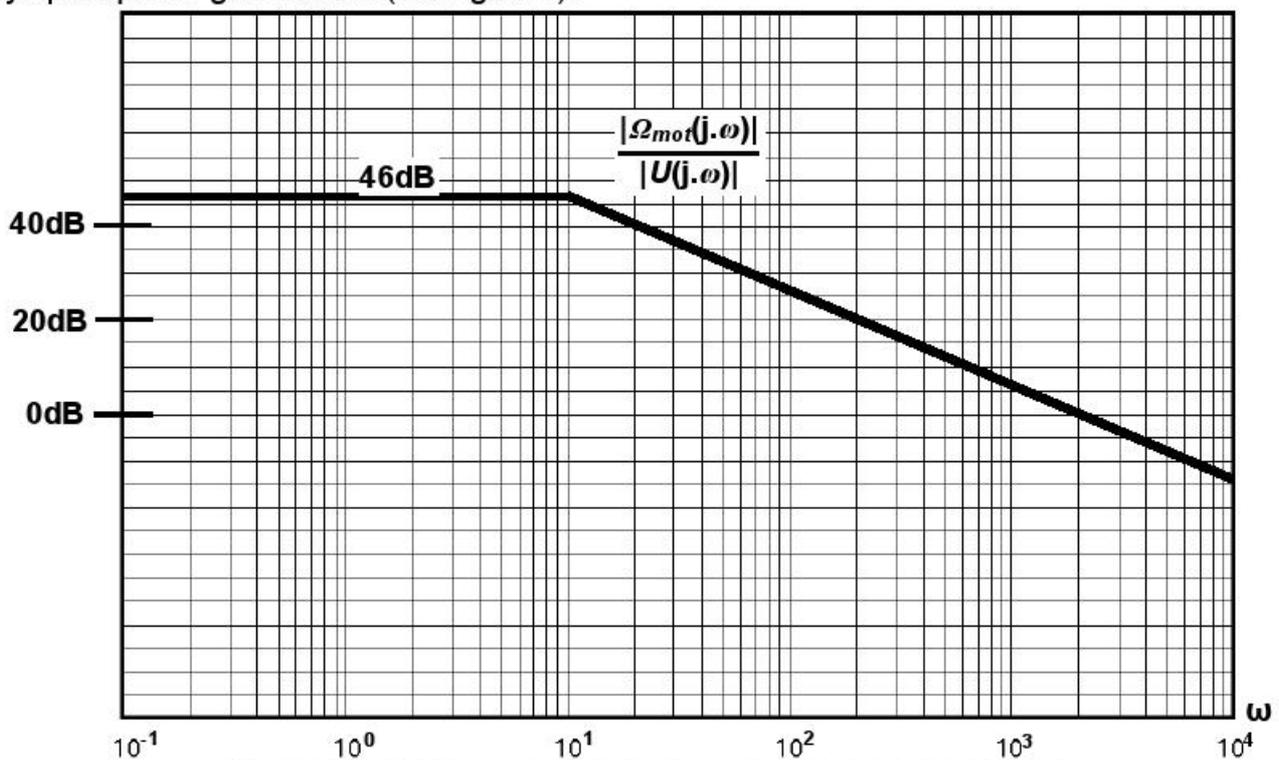


Figure 9 : Diagramme asymptotique en gain dans le plan de Bode de la boucle fermée de vitesse

Question 13 : Déterminer numériquement la fonction de transfert $\frac{\Omega_{mot}(p)}{U(p)}$ donnant la

vitesse de rotation du moteur $\Omega_{mot}(t)$ (rad/s) en fonction de la commande fournie par le calculateur $u(t)$ (V).

Question 14 : Déterminer l'original (équation décrivant l'évolution de la variable considérée dans le domaine temporel issue de l'analyse dans le plan de LAPLACE) de la vitesse de rotation du moteur $N_{mot}(t)$ en tr/min en réponse à un échelon de commande $u(t) = 2,5 \text{ V}$. Tracer l'allure de la réponse.

B.3 Commande en position d'une roue

Dans la suite de ce sujet, on posera $\frac{\Omega_{mot}(p)}{U(p)} = \frac{K_{\Omega}}{1 + \tau_{\Omega} \cdot p}$

L'architecture de la boucle de position est donnée ci-dessous :

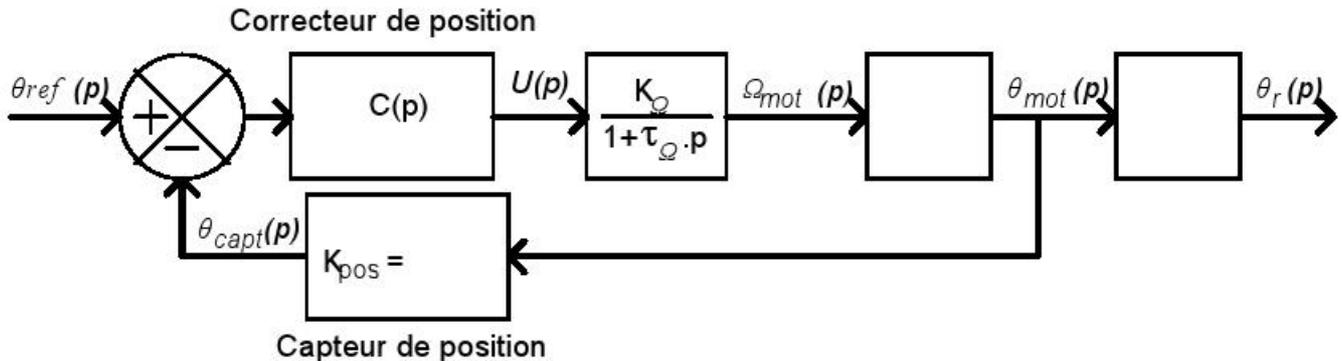


Figure 10 : Architecture de la boucle de position

On note : Ω_{mot} la vitesse de rotation du moteur d'une roue (rad/s).
 θ_{mot} la position angulaire du moteur d'une roue (rad).
 θ_{capt} la position angulaire fournie en sortie du capteur de position (tops).
 θ_r la position angulaire d'une roue (rad).

Question 15 : Le capteur de position intégré en bout d'arbre du moteur fourni 3 tops/tour. Le réducteur reliant la roue au moteur à un rapport de réduction de $k = 80$. Déterminer le contenu des différentes transmittances sous forme littérale et numérique (pour la forme numérique on ne réalisera pas les calculs).

Pour $C(p) = K_p$

Question 16 : Déterminer sous forme littérale et canonique la transmittance $\frac{\theta_r(p)}{\theta_{ref}(p)}$.

Soit la forme canonique d'un 2nd ordre : $\frac{K}{1 + \frac{2 \cdot m}{\omega_n} \cdot p + \frac{p^2}{\omega_n^2}}$

Avec m le coefficient d'amortissement et ω_n la pulsation naturelle.

Question 17 : Pour un coefficient d'amortissement strictement inférieur à 1, déterminer sous forme littérale les pôles p_{s1} et p_{s2} de la transmittance $\frac{\theta_{mot}(p)}{\theta_{ref}(p)}$ en fonction de m et ω_n .

Question 18 : Déterminer la valeur du coefficient d'amortissement m permettant d'obtenir des pôles p_{s1} et p_{s2} avec des parties réelles et imaginaires identiques en valeurs absolues.

On pose $K_{\Omega} = 200 \text{ rad/s/V}$, $K_{pos} = 0,5 \text{ tops/rad}$ et $\tau_{\Omega} = 100 \text{ ms}$.

Question 19 : Pour cette valeur du coefficient d'amortissement m , déterminer sous forme littérale puis numérique K_p .

Question 20 : Pour ces valeurs du coefficient d'amortissement m et de K_p , déterminer le temps de réponse à 5% : $tr_{5\%}$.

Question 21 : Conclure quant au respect du cahier des charges.

$$\text{Pour } C(p) = K_p \cdot \frac{1 + \tau_1 \cdot p}{1 + \tau_2 \cdot p}$$

La stratégie de réglage du correcteur $C(p)$ consiste à compenser avec son zéro le pôle de la fonction de transfert en boucle ouverte.

Question 22 : Déterminer sous forme littérale et canonique la transmittance $\frac{\theta_r(p)}{\theta_{ref}(p)}$.

Question 23 : Pour le même coefficient d'amortissement que celui obtenu à la question 18 et pour le $tr_{5\%}$ du cahier des charges, déterminer la pulsation naturelle ω_n nécessaire pour la transmittance $\frac{\theta_r(p)}{\theta_{ref}(p)}$.

Question 24 : En déduire sous forme littérale puis numérique K_p (on se limitera à un chiffre après la virgule).

Question 25 : En déduire sous forme littérale puis numérique τ_2 .

La réponse à l'échelon unitaire obtenue avec ce réglage est présentée Figure 11 :

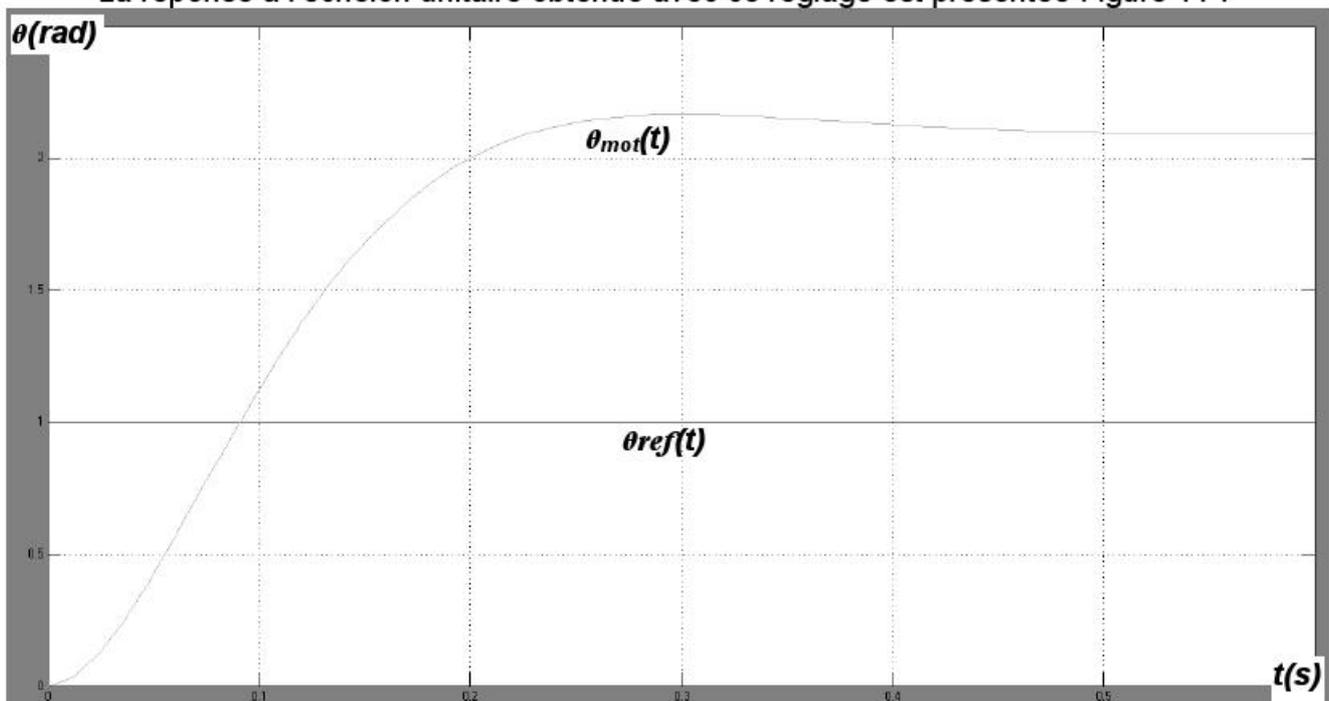


Figure 11 : Réponse indicielle de la boucle fermée de position

Question 26 : Conclure quant au critère du cahier des charges *ASSURER UN SUIVI DE TRAJECTOIRE*.

B.4 Optimisation du coût

Ce robot est à destination du grand public, il est donc soumis à des contraintes de marché fortement concurrentielles. Afin de diminuer les coûts, les boucles de vitesse des motorisations des roues n'utilisent pas de capteurs de vitesse mais une structure utilisant des observateurs permettant de reconstruire la vitesse par la simple mesure des positions.

Un observateur est un modèle mathématique du processus qui permet par la mesure des valeurs de certaines variables de prédire mathématiquement les valeurs d'autres variables du processus sans installer de capteurs sur ces dernières.

La méthode de réglage de l'observateur nécessite de mettre le système sous forme de modèle interne.

Les variables reconstruites, donc estimées, seront surmontées d'un chapeau. Par exemple, pour θ_r position de la roue réelle, $\hat{\theta}_r$ est la variable position de la roue estimée par l'observateur.

Dans cette partie on pose $K_{pos} = 0,5$ tops/rad.

La structure par modèle interne avec observateur est présentée à la Figure 12 :

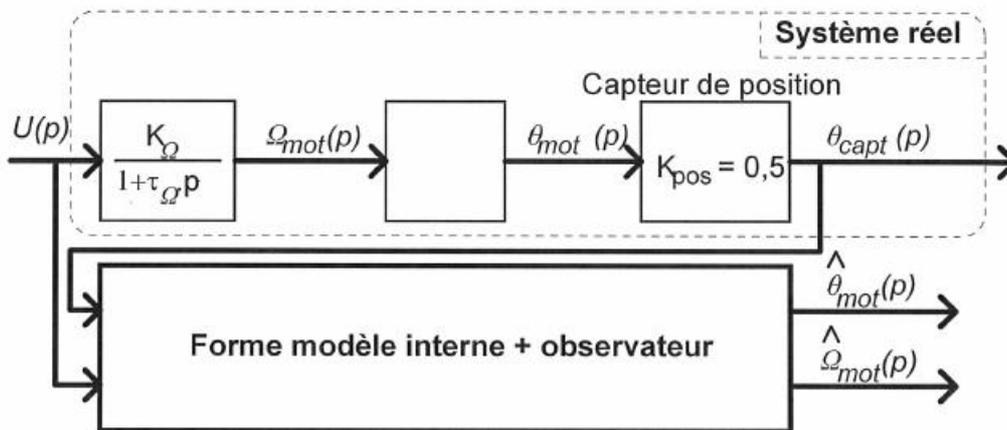


Figure 12 : Architecture de l'observateur de vitesse par modélisation type modèle interne

Modélisation du processus sous forme de modèle interne : Soit le processus présenté sur la Figure 13 ci-dessous.

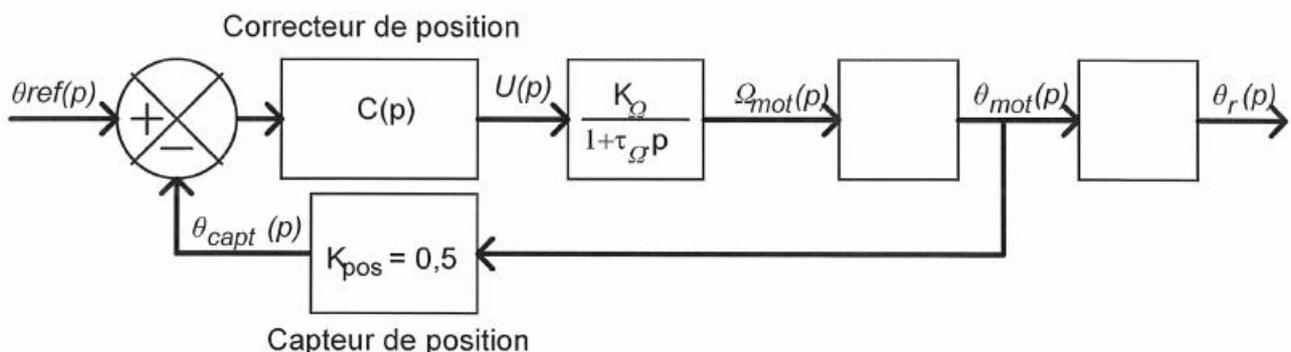


Figure 13 : Processus

L'architecture précédente peut se mettre sous forme dite « modèle interne » en faisant intervenir un vecteur d'état $\underline{Xs}(p) = \begin{bmatrix} \theta_{mot}(p) \\ \Omega_{mot}(p) \end{bmatrix}$ contenant les variables d'états que sont la position du moteur $\theta_{mot}(p)$ et la vitesse du moteur $\Omega_{mot}(p)$.

Question 27 : Déterminer le contenu littéral de l'équation donnant $p.\theta_{mot}(p)$ en fonction de $\theta_{mot}(p)$, $\Omega_{mot}(p)$ et $U(p)$ sous la forme $p.\theta_{mot}(p) = A1.\theta_{mot}(p) + A2.\Omega_{mot}(p) + B1.U(p)$ dans laquelle A1, A2 et B1 ne dépendent que des paramètres du processus ou sont nuls et ne dépendent pas de l'opérateur de LAPLACE p .

Question 28 : Déterminer le contenu littéral de l'équation donnant $p.\Omega_{mot}(p)$ en fonction de $\theta_{mot}(p)$, $\Omega_{mot}(p)$ et $U(p)$ sous la forme $p.\Omega_{mot}(p) = A3.\theta_{mot}(p) + A4.\Omega_{mot}(p) + B2.U(p)$ dans laquelle A3, A4 et B2 ne dépendent que des paramètres du processus ou sont nuls et ne dépendent pas de l'opérateur de LAPLACE p .

Question 29 : Déterminer le contenu sous forme littérale des matrices As (de dimension 2x2), Bs (de dimension 2x1) et Cs (de dimension 1x2) tel que $p.\underline{Xs}(p) = As.\underline{Xs}(p) + Bs.U(p)$ et $\theta_{capt} = Cs.\underline{Xs}(p)$.

La matrice As est appelée matrice de transfert. Ses valeurs propres sont les pôles du processus.

Question 30 : Déterminer les valeurs propres de la matrice As . Comparer avec les pôles du processus. Conclure.

La structure d'observation (Cf. Figure 14) est une implémentation mathématique dans le contrôleur du modèle considéré comme parfait du processus associé à un bouclage. Le bouclage est réalisé par une matrice de bouclage $Lo = \begin{bmatrix} Lo1 \\ Lo2 \end{bmatrix}$.

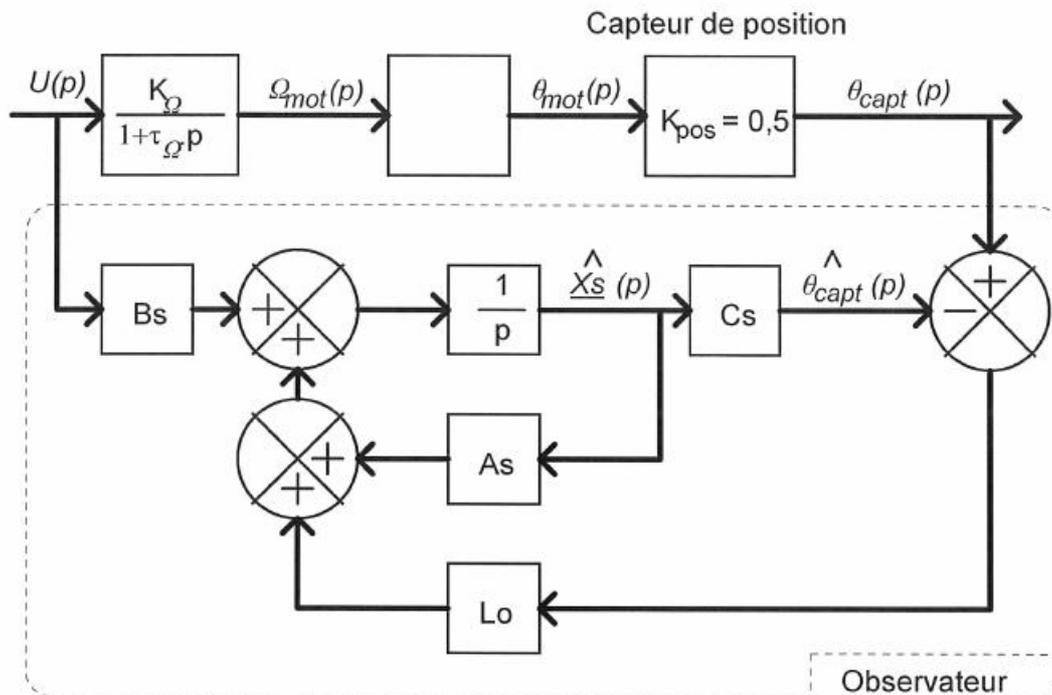


Figure 14 : Processus avec observateur

Question 31 : Expliquer le rôle du bouclage de l'observateur.

Question 32 : Déterminer l'équation d'état donnant $p.\hat{X}_s(p)$ en fonction de A_s , B_s , C_s , L_o , $\hat{X}_s(p)$, $X_s(p)$ et $U(p)$.

Question 33 : Déterminer la dérivée de l'erreur d'observation $p.\varepsilon(p) = p.X_s(p) - p.\hat{X}_s(p)$ en fonction des matrices A_s , C_s , L_o et de l'erreur d'observation $\varepsilon(p) = X_s(p) - \hat{X}_s(p)$.

On note A_o la matrice de transfert de l'observateur. Cette matrice est celle reliant $p.\varepsilon(p)$ à $\varepsilon(p)$.

Question 34 : Déterminer sous forme littérale les coefficients de la matrice A_o reliant $p.\varepsilon(p)$ à $\varepsilon(p)$.

Question 35 : Déterminer l'équation caractéristique de cette matrice.

Cette équation caractéristique est le polynôme déterminant la dynamique de l'observateur (vitesse à laquelle converge le vecteur estimé vers les valeurs réelles).

Question 36 : Déterminer L_{o1} et L_{o2} sous forme littérale si on désire que l'observateur converge plus vite que le mode dominant du processus. Pour cela on désire que l'équation caractéristique obtenue à la question 35 ait 2 racines réelles $p_{o1} = p_{o2} = -\frac{1}{\tau_o}$ avec τ_o la constante de temps de l'observateur 5 fois plus faible que celle du processus.

Un essai en simulation avec un capteur de vitesse et avec observateur a donné le résultat de la Figure 15.

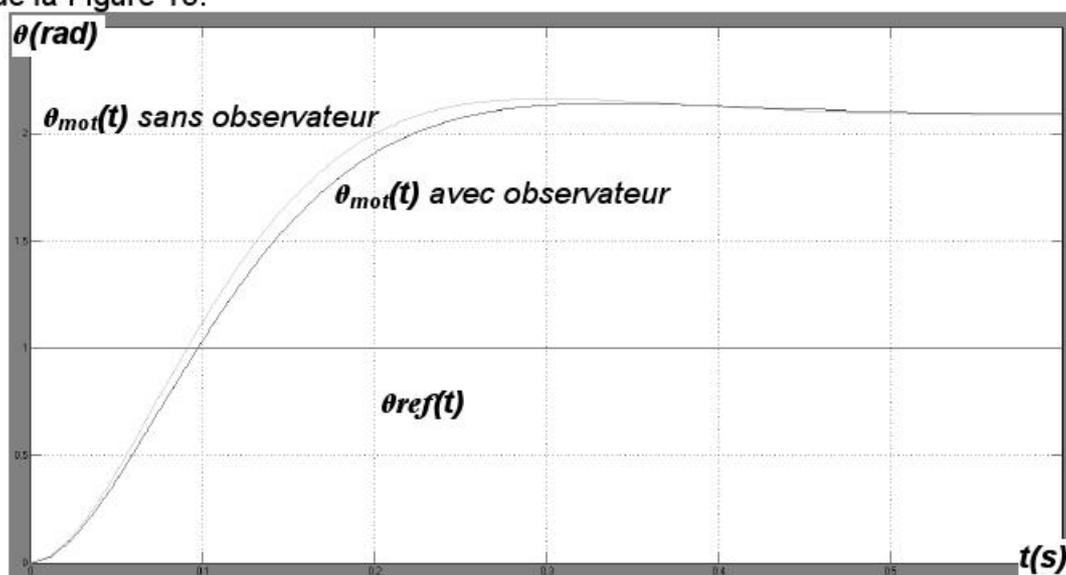


Figure 15 : Essai avec capteur de vitesse et observateur

Question 37 : Par analyse de la réponse avec observateur, celle-ci répond-elle aux critères du cahier de charges ($tr_{5\%}$ et nombre de capteurs). Relativiser votre réponse face aux contraintes de marché.

PARTIE C - ANALYSE DE LA FONCTION *PERMETTRE UN RETOUR AUTOMATIQUE À LA BORNE DE RECHARGE*

Dès la fin d'une séquence de nettoyage, ou en cas de niveau de batterie d'accumulateurs faible, le robot doit pouvoir automatiquement retourner sur sa borne de recharge, nommée Dock dans la suite de ce sujet. Le cahier des charges fonctionnel fait apparaître une fonction *PERMETTRE UN RETOUR AUTOMATIQUE À LA BORNE DE RECHARGE* (Tableau 4).

Tableau 4 : Extrait du CdCF

Fonction technique	Critère d'appréciation	Niveau	Variabilité
<i>PERMETTRE UN RETOUR AUTOMATIQUE À LA BORNE DE RECHARGE</i>	\propto niveaux logiques de centrage vers la cible	6 zones	Aucune

Le robot possède un capteur infrarouge à démodulateur de 38 kHz logé dans une tourelle ainsi que six détecteurs de proximité sur le pare-choc avant (Cf. Figure 16). Le Dock possède 3 leds d'émission infrarouge : 2 leds situées en face avant du Dock et séparées par une cloison et une led située dans une tourelle sur le dessus du Dock (Cf Figure 17). Les lobes d'émission des leds du Dock sont présentés à la Figure 18.

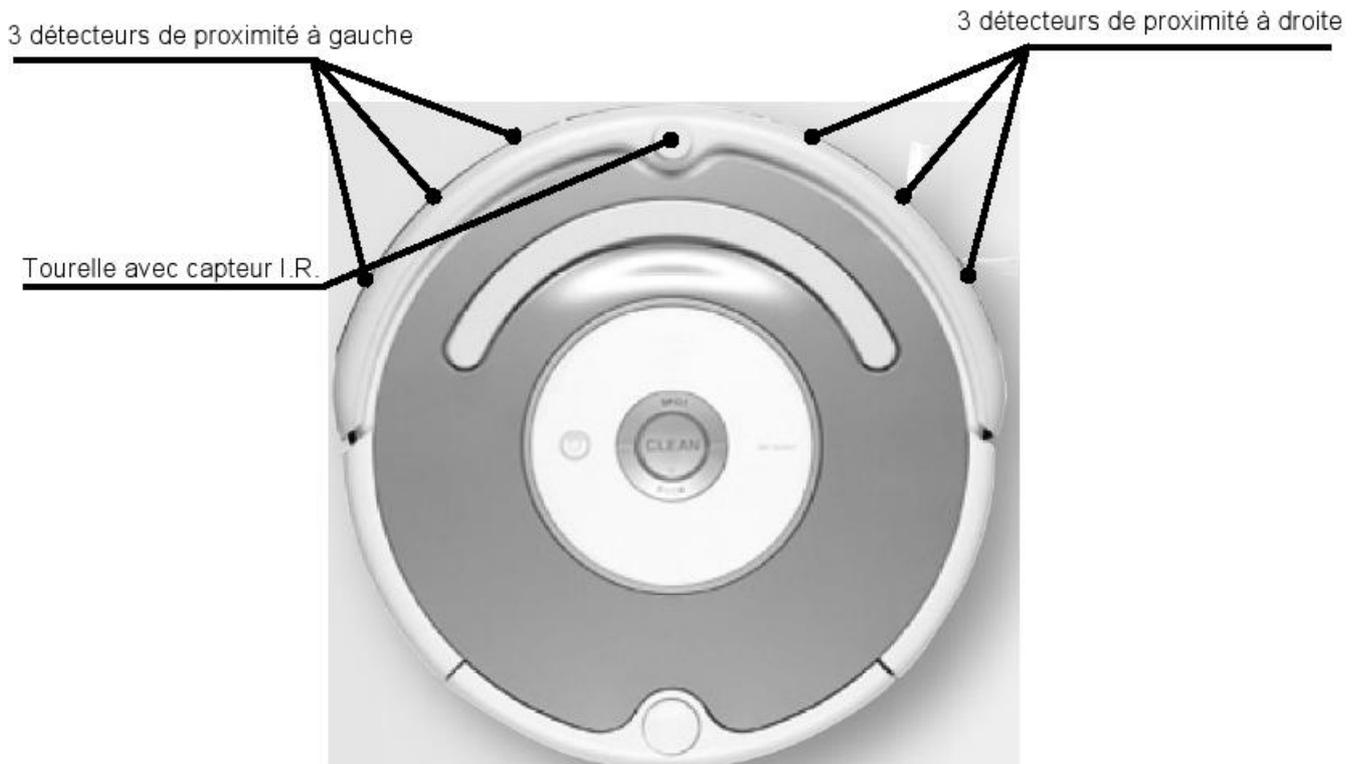


Figure 16 : Présentation des capteurs du robot

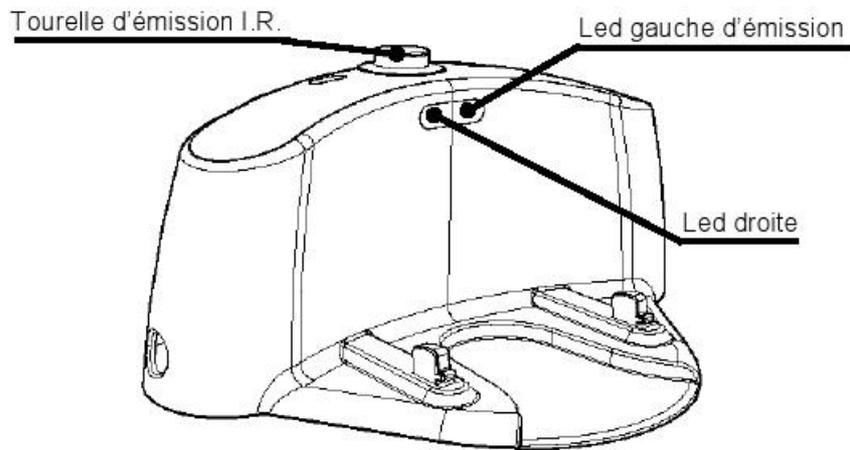


Figure 17 : Émetteurs du Dock

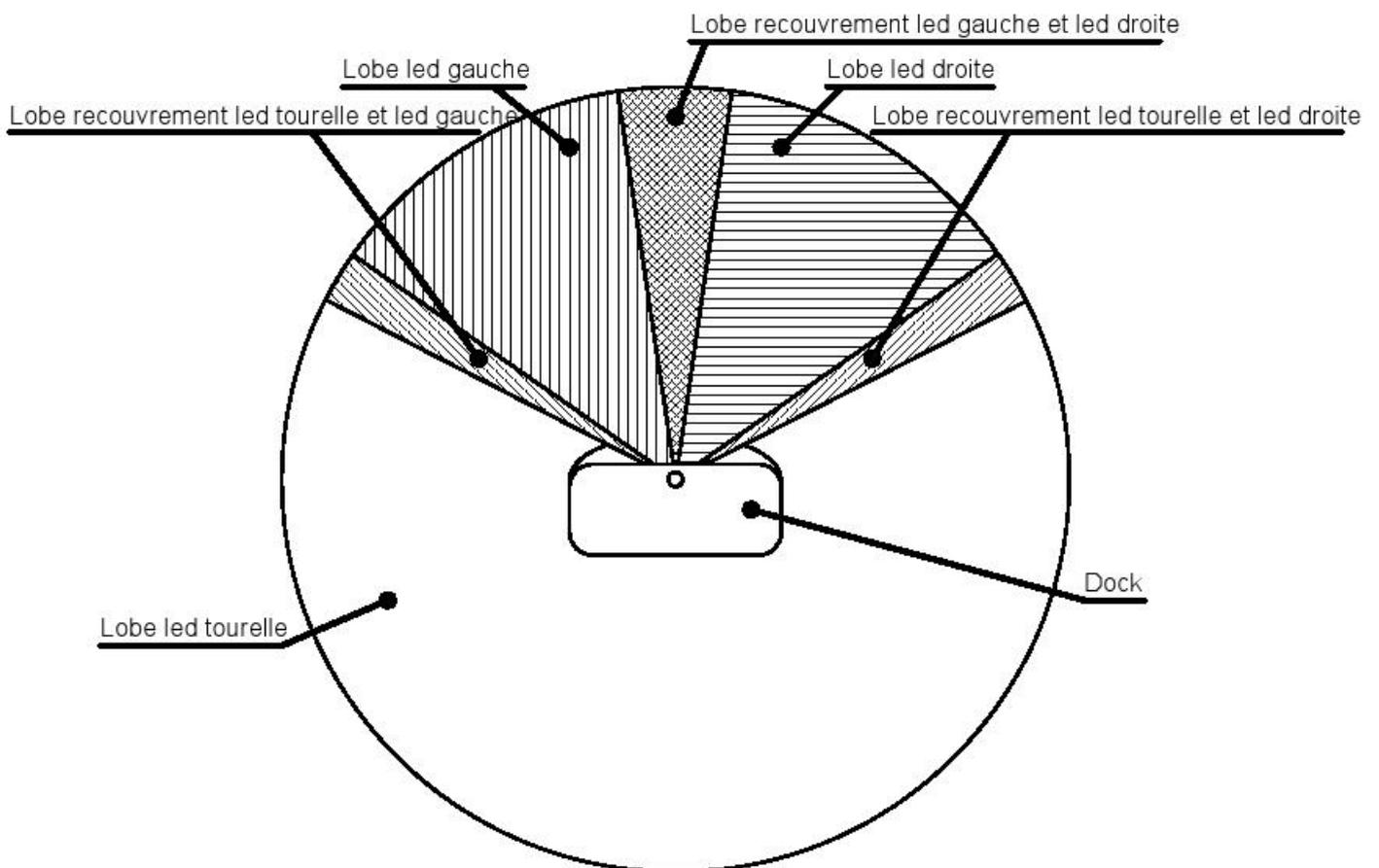


Figure 18 : Lobes d'émissions des leds du Dock

Chaque led émet une trame créant un code binaire sur 8 bits. Les codes des trames sont les suivants (Tableau 5) :

Tableau 5 : Codes binaires des leds

Leds	Code binaire
Led droite	1010 0100 ₂
Led gauche	1010 1000 ₂
Led tourelle	1010 0001 ₂

Une trame est définie comme suit :

- chaque bit est codé sur une durée de 4 ms.
- la première milliseconde est à « 0 » et la dernière à « 1 ».

Une acquisition d'une trame traitée par le robot est présentée à la Figure 19.

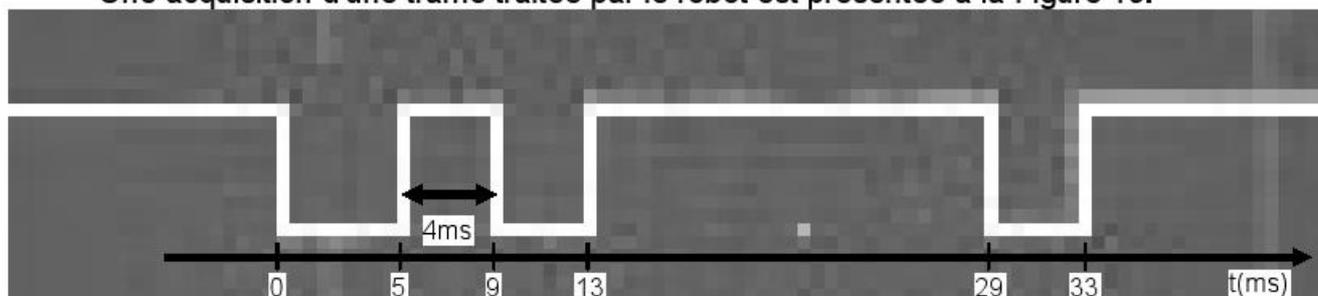


Figure 19 : Acquisition à l'oscilloscope de la trame

Question 38 : Dans le cas du chronogramme de la Figure 19, déterminer quel est le code reçu par le robot. Le signal décodé par le robot est-il en logique négative (un état vrai est représenté par « 0 » et un état faux par « 1 ») ou positive (un état vrai est représenté par « 1 » et un état faux par « 0 ») ?

Question 39 : Déterminer le code $1010\ 0100_2$ délivré par la led droite en hexadécimal.

Question 40 : Déterminer le code $1010\ 1000_2$ délivré par la led gauche en décimal.

L'obtention du lobe led gauche et led droite est obtenue par le recouvrement des lobes d'émission des leds droite et gauche. Cela correspond à l'addition des 2 codes donnant un résultat formaté sur 8 bits.

Question 41 : Déterminer le résultat en binaire du recouvrement de ces 2 lobes. En déduire un résultat en décimal.

Il existe aussi un recouvrement des lobes led tourelle et led gauche et des lobes led tourelle et led droite. Suivant la position du capteur infrarouge du robot au niveau des lobes d'émission des leds du Dock, le robot peut récupérer les lobes en acquisition suivant (Tableau 6) :

Tableau 6 : Lobes en acquisition

Lobe led tourelle
Lobe recouvrement led tourelle et led gauche
Lobe led gauche
Lobe recouvrement led gauche et led droite
Lobe led droite
Lobe recouvrement led droite et led tourelle

Question 42 : Déterminer les codes binaires reçus pour chacun des cas.

Comportement du robot face à une demande de retour au Dock

Lors d'une demande de retour au Dock, deux cas peuvent se présenter :

- le robot ne perçoit pas de signal du Dock (robot trop éloigné, obstacle entre le robot et le Dock) : le robot met alors en place un algorithme de déplacement lui demandant de suivre les murs extérieurs afin de possiblement passer à une distance détectable du Dock (Non traité dans ce sujet).
- Le robot reçoit des codes du Dock.

Le comportement en mode guidage (dès apparition d'un code du Dock) est le suivant :

- Les détecteurs de proximité sont pris en compte seulement lorsque le robot est en acquisition du signal du lobe led tourelle.
- Chaque nouveau déplacement en ligne droite dure au moins 500ms.

- Robot en acquisition du signal du lobe led tourelle : le robot avance tout droit.
 - Si perte du signal et pas d'acquisition d'un autre lobe alors rotation sens horaire jusqu'à ré-acquisition du signal d'un lobe ou d'un détecteur de proximité.
 - Si acquisition du signal du lobe tourelle sans détecteurs de proximité actifs, rotation de 25° sens horaire.
 - Si acquisition du signal du lobe tourelle et un des détecteurs de proximité droit actif alors rotation sens trigonométrique jusqu'à disparition de l'activation de tous les détecteurs de proximité droit.
 - Si acquisition du signal du lobe tourelle et un des détecteurs de proximité gauche actif alors rotation sens horaire jusqu'à disparition de l'activation de tous les détecteurs de proximité gauche.
 - Si acquisition d'un signal d'un autre lobe alors comportement associé à celui-ci.
 - Si un des détecteurs de proximité droit s'active alors rotation sens trigonométrique jusqu'à disparition de l'activation de tous les détecteurs de proximité droit.
 - Si un des détecteurs de proximité gauche s'active alors rotation sens horaire jusqu'à disparition de l'activation de tous les détecteurs de proximité gauche.
 - Si acquisition d'un signal d'un autre lobe alors comportement associé à celui-ci.
- Robot en acquisition du signal du lobe recouvrement led tourelle et led gauche : déplacement en ligne droite.
 - Si perte du signal et pas d'acquisition du signal d'un autre lobe alors rotation sens horaire jusqu'à acquisition du signal du lobe led gauche.
 - Si perte du signal et acquisition du lobe led tourelle rotation sens trigonométrique jusqu'à acquisition du signal du lobe led gauche, puis rotation sens trigonométrique de 25° si pas signal du lobe recouvrement led gauche et led droite.
 - Si perte du signal et acquisition du signal du lobe recouvrement led gauche alors comportement associé à celui-ci.
- Robot en acquisition du lobe led gauche : déplacement en ligne droite.
 - Si perte du signal et pas d'acquisition du signal d'un autre lobe alors rotation sens horaire jusqu'à acquisition du signal d'un lobe.
 - Si acquisition du signal du lobe led gauche rotation sens horaire de 25°.
 - Si acquisition du signal du lobe led gauche et led droite rotation sens horaire jusqu'à acquisition du signal led gauche.
 - Si acquisition du signal du lobe led droite rotation sens horaire jusqu'à acquisition du signal led gauche et led droite.

- Si perte du signal et acquisition du signal du lobe led gauche et led droite alors comportement associé à celui-ci.
- Si perte du signal et acquisition du signal du lobe led tourelle et led gauche rotation sens trigonométrique de 25° si pas signal du lobe recouvrement led gauche et led droite.
- Robot en acquisition du lobe led droite : déplacement en ligne droite.
 - Si perte du signal et pas d'acquisition du signal d'un autre lobe alors rotation sens trigonométrique jusqu'à acquisition du signal d'un lobe.
 - Si acquisition du signal du lobe led droite rotation sens trigonométrique de 25° .
 - Si acquisition du signal du lobe led gauche et led droite rotation sens trigonométrique jusqu'à acquisition du signal led droite.
 - Si acquisition du signal du lobe led gauche rotation sens trigonométrique jusqu'à acquisition du signal led gauche et led droite.
 - Si perte du signal et acquisition du signal du lobe led gauche et led droite alors comportement associé à celui-ci.
 - Si perte du signal et acquisition du signal du lobe led tourelle et led droite rotation sens horaire de 25° si pas signal du lobe recouvrement led gauche et led droite.
- Robot en acquisition du signal du lobe recouvrement led tourelle et led droite : déplacement en ligne droite.
 - Si perte du signal et pas d'acquisition du signal d'un autre lobe alors rotation sens trigonométrique jusqu'à acquisition du signal du lobe led droite.
 - Si perte du signal et acquisition du lobe led tourelle rotation sens horaire jusqu'à acquisition du signal du lobe led droite, puis rotation sens horaire de 25° si pas signal du lobe recouvrement led gauche et led droite.
 - Si perte du signal et acquisition du lobe recouvrement led droite alors comportement associé à celui-ci.
- Robot en acquisition du signal du lobe recouvrement led gauche et led droite : déplacement en ligne droite.
 - Si perte du signal et pas d'acquisition du signal d'un autre lobe alors rotation sens trigonométrique de 25° puis rotation sens trigonométrique jusqu'à acquisition du signal du lobe recouvrement led gauche et led droite.
 - Si perte du signal et acquisition du signal lobe led gauche rotation sens trigonométrique jusqu'à acquisition du signal du lobe led droite, rotation de 10° sens horaire.
 - Si perte du signal et acquisition du signal du lobe led droite rotation sens horaire jusqu'à acquisition du signal du lobe led gauche, rotation de 10° sens trigonométrique.

Le comportement en mode guidage du robot est conservé tant que le robot n'est pas sur le Dock.

Les variables d'entrées et de sorties et les mnémoniques associés sont présentés dans le Tableau 7 et dans le Tableau 8

Tableau 7 : Liste des entrées et mnémoniques associés :

Entrées	Mnémoniques
Demande de retour au Dock	Dde_Ret_Dock
Robot sur Dock	Rob_Dock
Lobe led tourelle	lt
Lobe recouvrement led tourelle et led gauche	ltg
Lobe led gauche	lg
Lobe recouvrement led gauche et led droite	lgd
Lobe led droite	ld
Lobe recouvrement led droite et led tourelle	ltd
Rotation d'un angle de 25°	r25
Rotation d'un angle de 10°	r10
Détecteurs de proximité droit (au moins un)	dd
Détecteurs de proximité gauche (au moins un)	dg

Tableau 8 : Liste des sorties et mnémoniques associés :

Sorties	Mnémoniques
Tourner sens horaire	CW
Avancer en ligne droite	FW
Tourner sens trigonométrique	CCW

Le grafcet de fonctionnement du robot fait apparaître l'étape encapsulante suivante gérant le retour du robot au Dock dans le cas du mode guidage (cette étape sera activée sur demande de retour au Dock et acquisition d'un code fourni par le Dock puis désactivée dès lors que le robot est sur le Dock) :



Le grafcet encapsulé associé à cette étape encapsulante se nomme Retour_Dock

Question 43 : Définir les réceptivités amont et aval de l'étape encapsulante.

Question 44 : Compléter la partie du grafcet encapsulé correspondant à l'apparition de l'acquisition du signal du lobe led tourelle.

Question 45 : Compléter le grafcet encapsulé Retour_Dock. Pour augmenter la lisibilité par rapport à la partie de grafcet de la question 44, le grafcet encapsulé fait apparaître des macro-étapes.

L'usage de calculatrices est interdit.

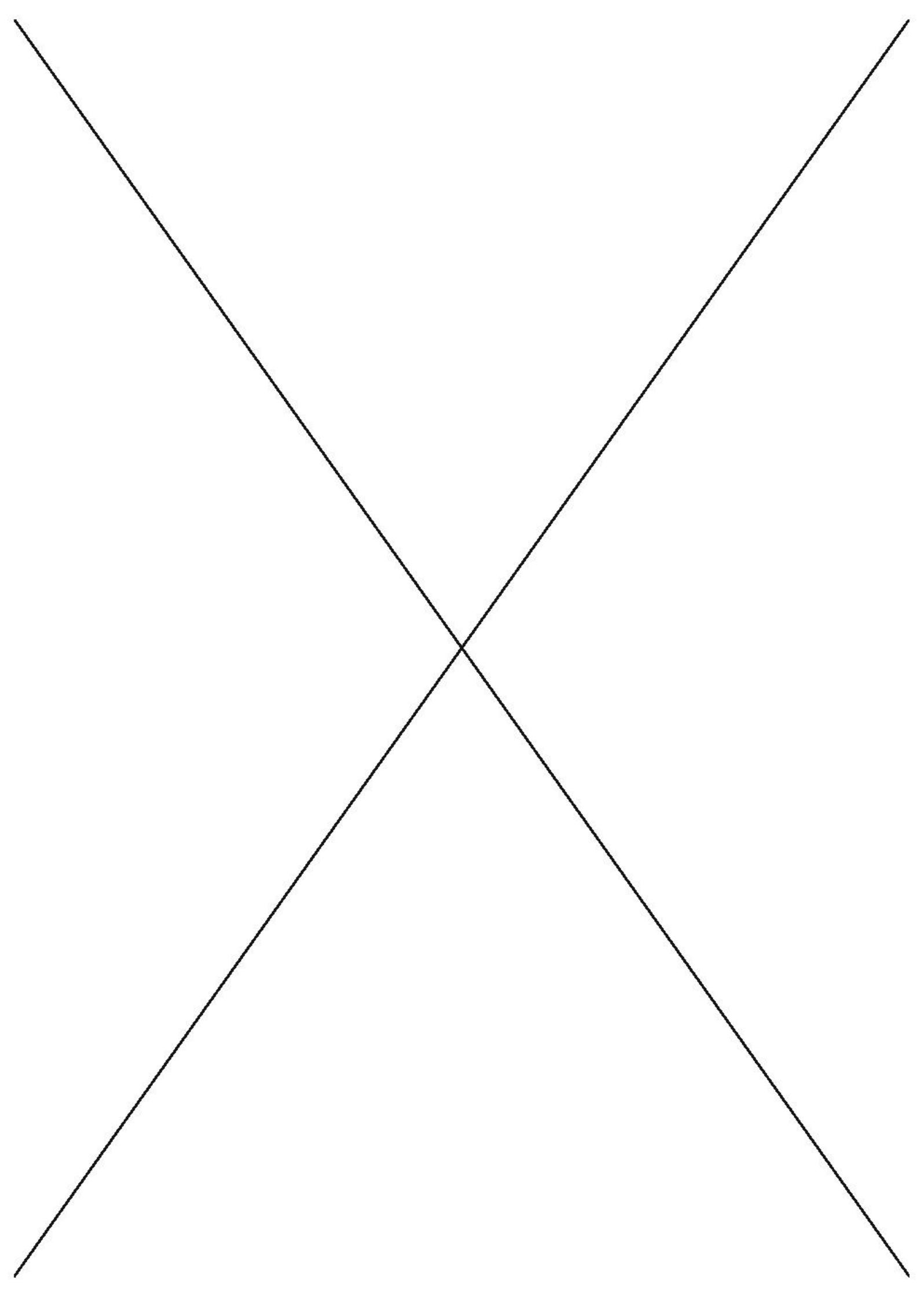
Cahier Réponses

Épreuve de Sciences Industrielles A

Tournez la page S.V.P.

Il est interdit aux candidats de signer leur composition ou d'y mettre un signe quelconque pouvant indiquer sa provenance.





PARTIE A - CAPACITE GLOBALE, RAYON D'ACTION

Question 1 : Calculer le courant moyen total I_t consommé par le robot. En déduire la capacité en mAh nécessaire pour alimenter le robot pendant le temps d'utilisation T_u fourni par le constructeur.

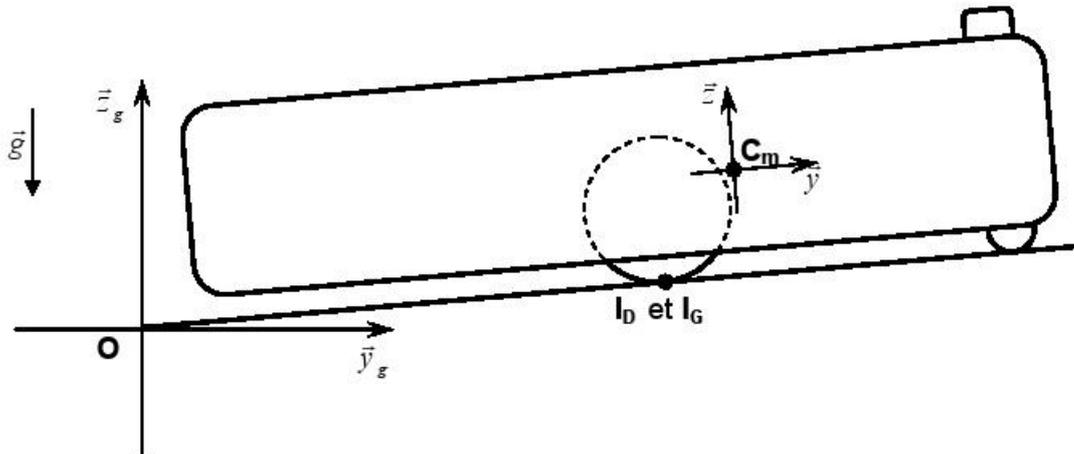
Question 2 : Calculer la vitesse approximative de rotation des moteurs N_{mot} en tr/min pour un déplacement du robot $V_{rbt,max} = 18$ m/min en ligne droite.

Question 3 : Calculer la surface nettoyée pendant T_u à la vitesse moyenne du robot $V_{rbt,avg} = 4$ m/min.

Question 4 : Calculer le temps de recharge complet si la charge résiduelle de la batterie d'accumulateurs est de 10 %. On estime le rendement de la charge à 80 %.

Question 5 : A l'analyse des résultats obtenus aux questions précédentes les caractéristiques de ce robot sont-elles respectées ?

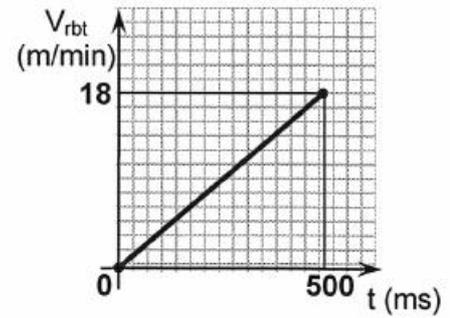
Question 6 : En supposant que ni la roue folle ni les brosses n'ont d'action mécanique significative freinant le déplacement du robot, écrire le bilan des forces extérieures s'exerçant sur celui-ci lorsqu'il démarre sur une rampe de pente maximale.



C_m : centre de masse du robot

I_D et I_G : points de contact de la roue droite et de la roue gauche

Question 7 : En appliquant le Principe Fondamental de la Dynamique sur le robot, déterminer la valeur du couple nécessaire sur chacune des roues pour lui permettre d'atteindre la vitesse maximale $V_{\text{rbt,max}} = 18 \text{ m/min}$ en ligne droite, en 500 ms.

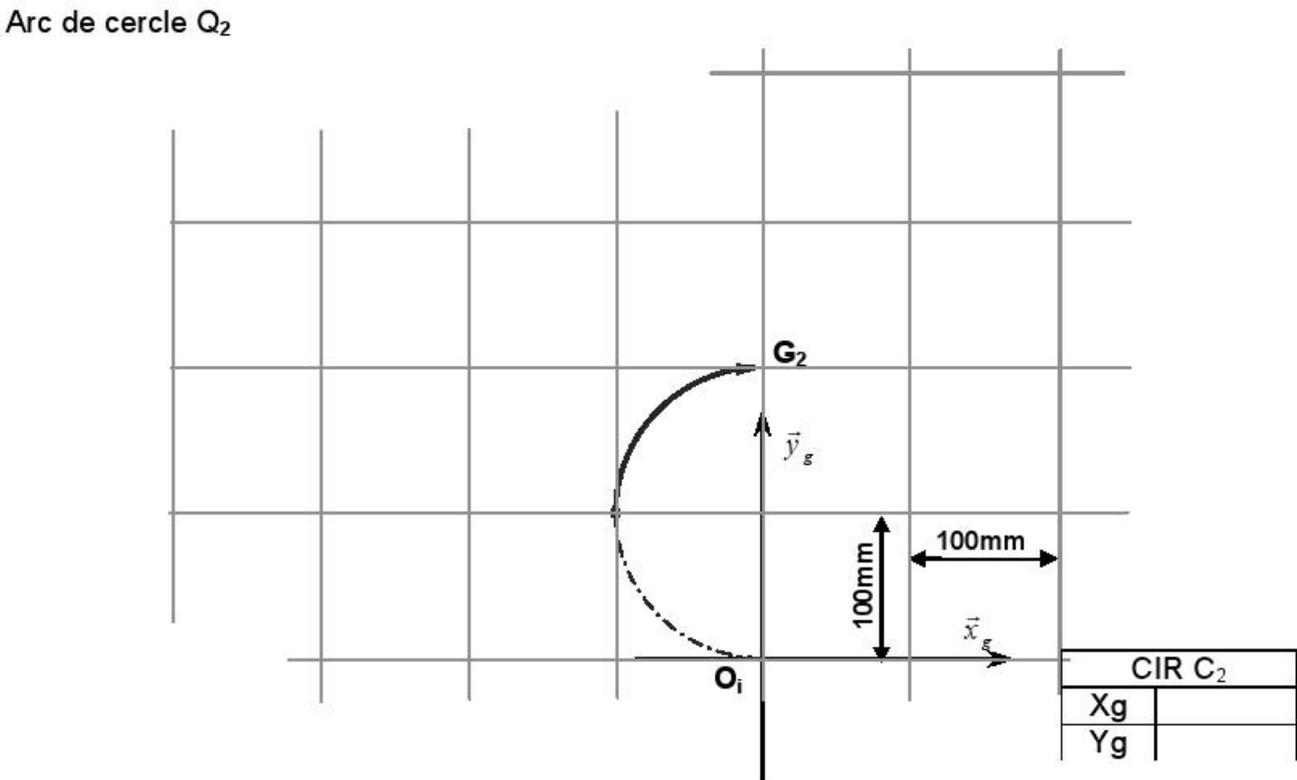
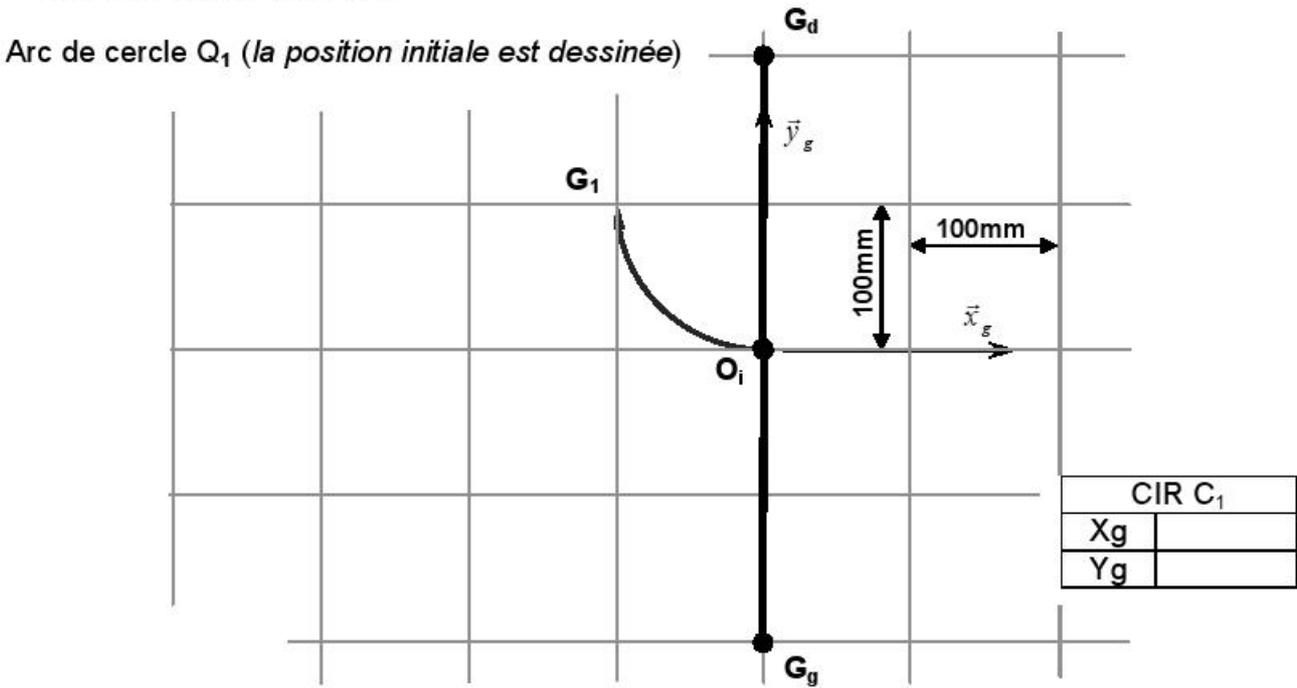


Question 8 : Déterminer le couple à la roue disponible et conclure sur les capacités de ce robot à remonter cette pente.

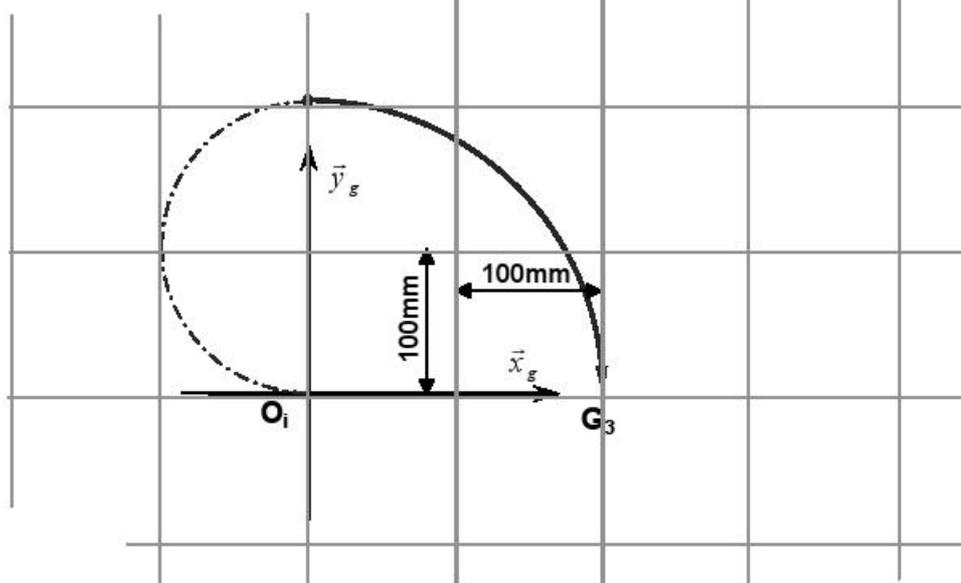
PARTIE B - ANALYSE DE LA FONCTION *SUIVRE UN PROFIL*

B.1 Trajectoire pour le mode *SPOT* : vitesses d'avances des roues motrices

Question 9 : Pour chaque quart de cercle Q_i intermédiaire de la demi-trajectoire, dessiner la position finale du robot (matérialisé par son centre G et les centres de ses roues motrices G_g et G_d) et les coordonnées (en mm) du CIR (C_i) du mouvement dans le repère \mathcal{R}_g , associé au sol de la pièce à nettoyer.

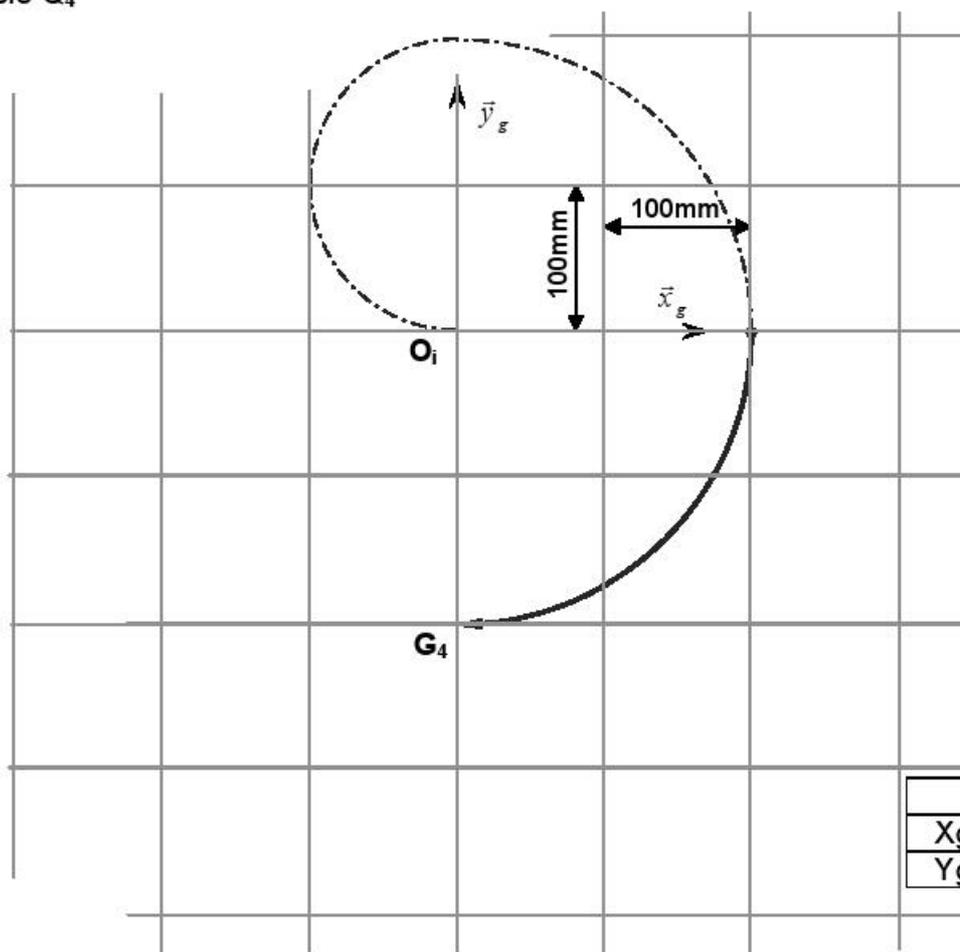


Arc de cercle Q₃



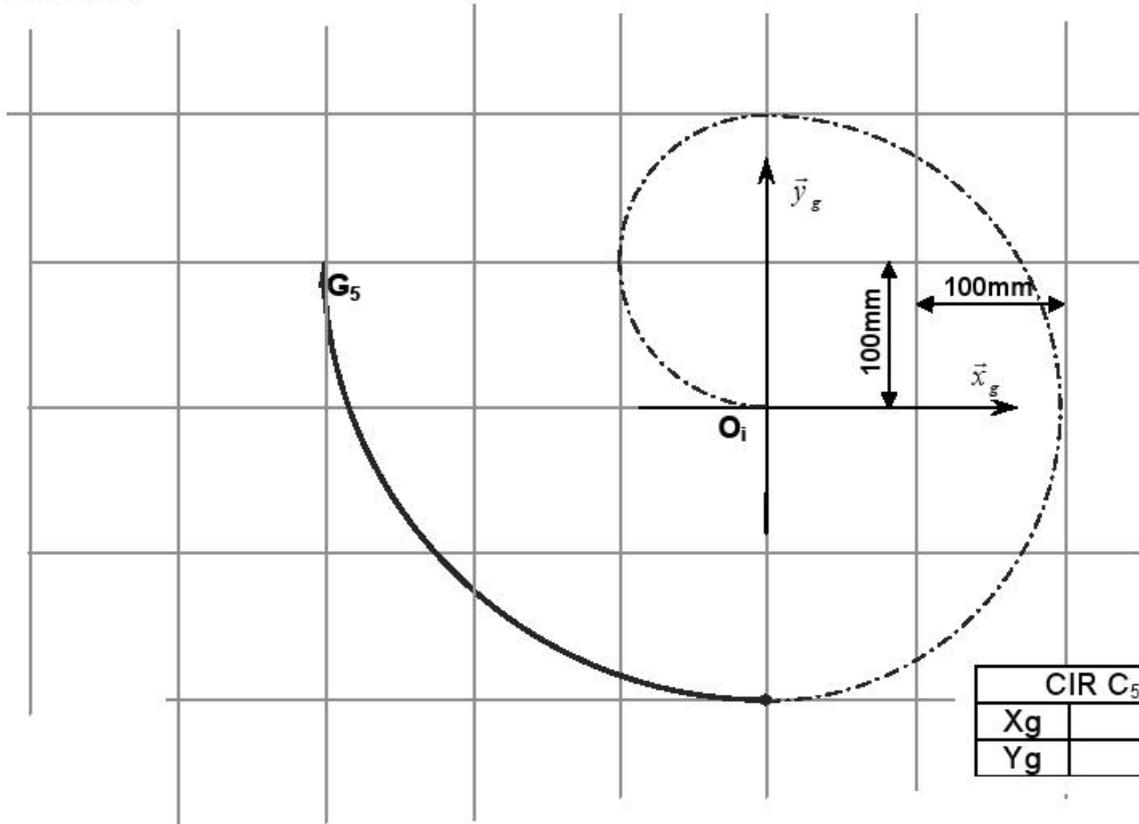
CIR C ₃	
Xg	
Yg	

Arc de cercle Q₄



CIR C ₄	
Xg	
Yg	

Arc de cercle Q₅



Question 10 : Pour chaque arc de cercle Q_i intermédiaire de la demi-trajectoire, calculer les modules des vitesses linéaires des centres de roues motrices **G_g** et **G_d** : $\|\vec{v}_{G_d \in Robot / \mathcal{R}_g}\|$ et $\|\vec{v}_{G_g \in Robot / \mathcal{R}_g}\|$ pour que la vitesse du centre G soit égale à $\|\vec{v}_{G \in Robot / \mathcal{R}_g}\| = 4 \text{ m/min}$.

Arc de cercle Q₁

$$\|\vec{v}_{G_d \in Robot / \mathcal{R}_g}\| = \quad \|\vec{v}_{G_g \in Robot / \mathcal{R}_g}\| =$$

Arc de cercle Q₂

$$\|\vec{v}_{G_d \in Robot / \mathcal{R}_g}\| = \quad \|\vec{v}_{G_g \in Robot / \mathcal{R}_g}\| =$$

Arc de cercle Q₃

$$\|\vec{v}_{G_d \in Robot / \mathcal{R}_g}\| = \quad \|\vec{v}_{G_g \in Robot / \mathcal{R}_g}\| =$$

Arc de cercle Q₄

$$\|\vec{v}_{G_d \in Robot / \mathcal{R}_g}\| = \quad \|\vec{v}_{G_g \in Robot / \mathcal{R}_g}\| =$$

Arc de cercle Q₅

$$\|\vec{v}_{G_d \in Robot / \mathcal{R}_g}\| = \quad \|\vec{v}_{G_g \in Robot / \mathcal{R}_g}\| =$$

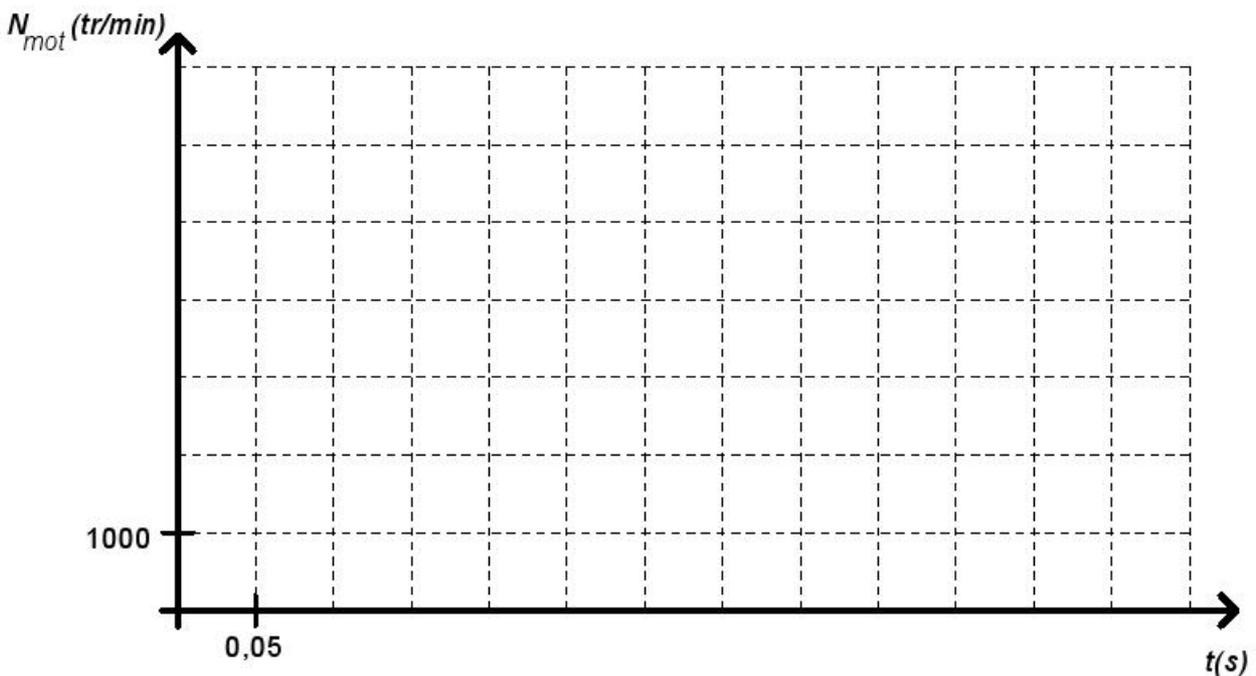
Arc de cercle Q₆

$$\|\vec{v}_{G_d \in Robot / \mathcal{R}_g}\| = \quad \|\vec{v}_{G_g \in Robot / \mathcal{R}_g}\| =$$

B.2 Modélisation de la commande en boucle fermée de vitesse d'une roue

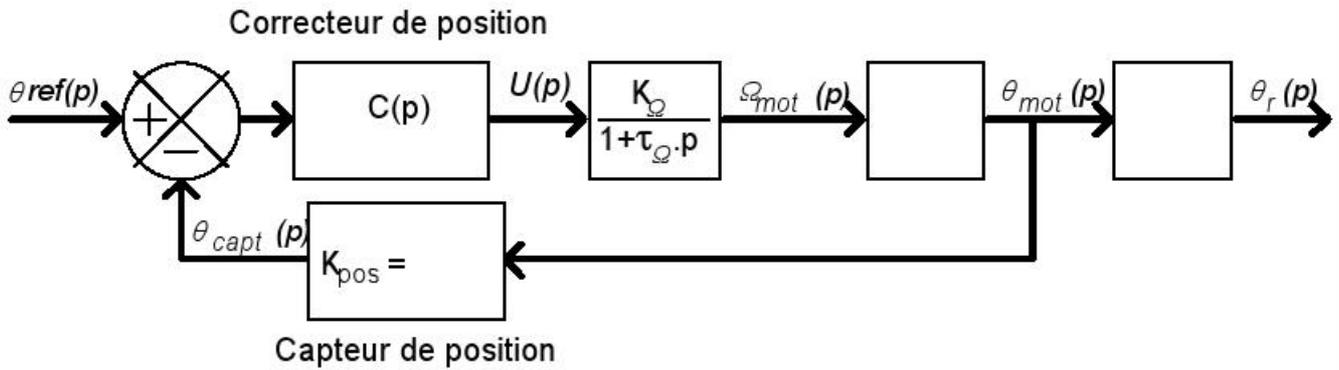
Question 13 : Déterminer numériquement la fonction de transfert $\frac{\Omega_{mot}(p)}{U(p)}$ donnant la vitesse de rotation du moteur Ω_{mot} (rad/s) en fonction de la commande fournie par le calculateur u (V)

Question 14 : Déterminer l'original (équation décrivant l'évolution de la variable considérée dans le domaine temporel issue de l'analyse dans le plan de LAPLACE) de la vitesse de rotation du moteur $N_{mot}(t)$ en tr/min en réponse à un échelon de commande $u(t) = 2,5$ V. Tracer l'allure de la réponse.



B.3 Commande en position d'une roue

Question 15 : Le capteur de position intégré en bout d'arbre du moteur fourni 3 tops/tour. Le réducteur reliant la roue au moteur à un rapport de réduction de $k = 80$. Déterminer le contenu des différentes transmittances.



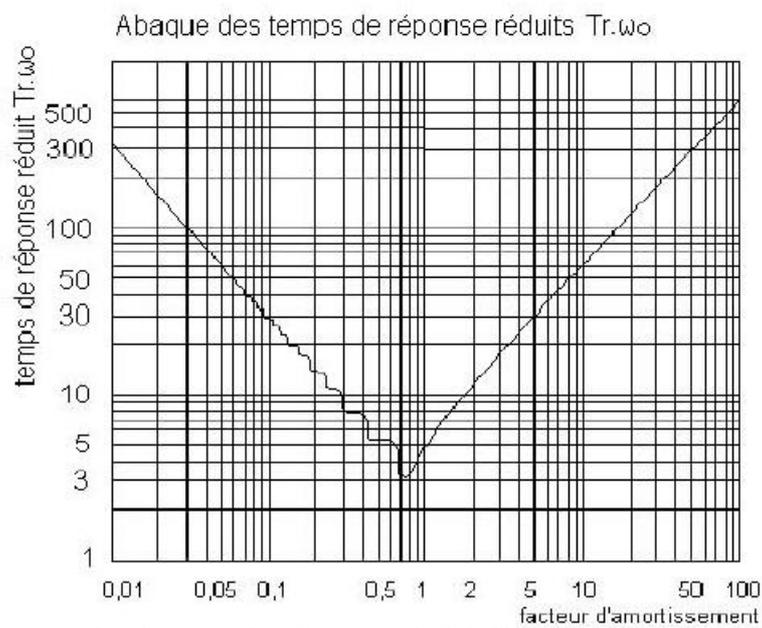
Question 16 : Déterminer sous forme littérale et canonique la transmittance $\frac{\theta_r(p)}{\theta_{ref}(p)}$.

Question 17 : Pour un coefficient d'amortissement strictement inférieur à 1 déterminer sous forme littérale les pôles p_{s1} et p_{s2} de la transmittance $\frac{\theta_{mot}(p)}{\theta_{ref}(p)}$ en fonction de m et ω_n .

Question 18 : Déterminer la valeur du coefficient d'amortissement m permettant d'obtenir des pôles p_{s1} et p_{s2} avec des parties réelles et imaginaires identiques en valeurs absolues.

Question 19 : Pour cette valeur du coefficient d'amortissement m , déterminer sous forme littérale puis numérique K_p .

Question 20 : Pour ces valeurs du coefficient d'amortissement m et de K_p , déterminer le temps de réponse à 5% : $tr_{5\%}$.



Abaque des temps de réponse réduit à 5% d'un second ordre

Question 21 : Conclure quant au respect du cahier des charges.

Question 22 : Déterminer sous forme littérale et canonique la transmittance $\frac{\theta_r(p)}{\theta_{ref}(p)}$.

Question 23 : Pour le même coefficient d'amortissement que celui obtenu à la question 18 et pour le $tr_{5\%}$ du cahier des charges, déterminer la pulsation naturelle ω_n nécessaire pour la transmittance $\frac{\theta_r(p)}{\theta_{ref}(p)}$.

Question 24 : En déduire sous forme littérale puis numérique K_p (on se limitera à un chiffre après la virgule).

Question 25 : En déduire sous forme littérale puis numérique τ_2 .

Question 26 : Conclure quant au critère du cahier des charges *ASSURER UN SUIVI DE TRAJECTOIRE*.

B.4 Optimisation du coût

Question 27 : Déterminer le contenu littéral de l'équation donnant $p.\theta_{mot}(p)$ en fonction de $\theta_{mot}(p)$, $\Omega_{mot}(p)$ et $U(p)$ sous la forme $p.\theta_{mot}(p) = A1.\theta_{mot}(p)+A2.\Omega_{mot}(p)+B1.U(p)$ dans laquelle A1, A2 et B1 ne dépendent que des paramètres du processus ou sont nuls et ne dépendent pas de l'opérateur de LAPLACE p .

Question 28 : Déterminer le contenu littéral de l'équation donnant $p.\Omega_{mot}(p)$ en fonction de $\theta_{mot}(p)$, $\Omega_{mot}(p)$ et $U(p)$ sous la forme $p.\Omega_{mot}(p) = A3.\theta_{mot}(p)+A4.\Omega_{mot}(p)+B2.U(p)$ dans laquelle A3, A4 et B2 ne dépendent que des paramètres du processus ou sont nuls et ne dépendent pas de l'opérateur de LAPLACE p .

Question 29 : Déterminer le contenu sous forme littérale des matrices A_s (de dimension 2×2), B_s (de dimension 2×1) et C_s (de dimension 1×2) tel que $p.X_s(p) = A_s.X_s(p) + B_s.U(p)$ et $\theta_{capt} = C_s.X_s(p)$.

Question 30 : Déterminer les valeurs propres de la matrice A_s . Comparer avec les pôles du processus. Conclure.

Question 31 : Expliquer le rôle du bouclage de l'observateur.

Question 32 : Déterminer l'équation d'état donnant $p.\hat{X}_s(p)$ en fonction de A_s , B_s , C_s , L_o , $\hat{X}_s(p)$, $X_s(p)$ et $U(p)$.

Question 33 : Déterminer la dérivée de l'erreur d'observation $p.\varepsilon(p) = p.Xs(p) - p.\hat{X}s(p)$ en fonction des matrices A_s , C_s , L_o et de l'erreur d'observation $\varepsilon(p) = Xs(p) - \hat{X}s(p)$.

Question 34 : Déterminer sous forme littérale les coefficients de la matrice A_o reliant $p.\varepsilon(p)$ à $\varepsilon(p)$.

Question 35 : Déterminer l'équation caractéristique de cette matrice.

Question 36 : Déterminer Lo_1 et Lo_2 sous forme littérale si on désire que l'observateur converge plus vite que le mode dominant du processus. Pour cela on désire que l'équation caractéristique obtenue à la question 35 ait 2 racines réelles $p_{o1} = p_{o2} = -\frac{1}{\tau_o}$ avec τ_o la constante de temps de l'observateur 5 fois plus faible que celle du processus.

Question 37 : Par analyse de la réponse avec observateur, celle-ci répond-elle aux critères du cahier de charges ($tr_{5\%}$ et nombre de capteurs). Relativiser votre réponse face aux contraintes de marché.

PARTIE C - ANALYSE DE LA FONCTION *PERMETTRE UN RETOUR AUTOMATIQUE À LA BORNE DE RECHARGE*

Question 38 : Dans le cas du chronogramme de la Figure 19 déterminer quel est le code reçu par le robot. Le signal fourni est-il en logique négative (un état vrai est représenté par « 0 » et un état faux par « 1 ») ou positive (un état vrai est représenté par « 1 » et un état faux par « 0 ») ?

Question 39 : Déterminer le code $1010\ 0100_2$ délivré par la led droite en hexadécimal.

Question 40 : Déterminer le code $1010\ 1000_2$ délivré par la led gauche en décimal.

Question 41 : Déterminer le résultat en binaire du recouvrement de ces 2 lobes. En déduire un résultat en décimal.

Question 42 : Déterminer les codes binaires reçus pour chacun des cas.

Lobe led tourelle	
Lobe recouvrement led tourelle et led gauche	
Lobe led gauche	
Lobe recouvrement led gauche et led droite	
Lobe led droite	
Lobe recouvrement led droite et led tourelle	

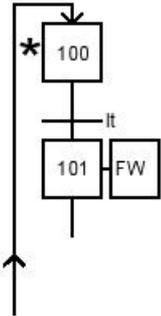
Question 43 : Définir les réceptivités amont et aval de l'étape encapsulante.



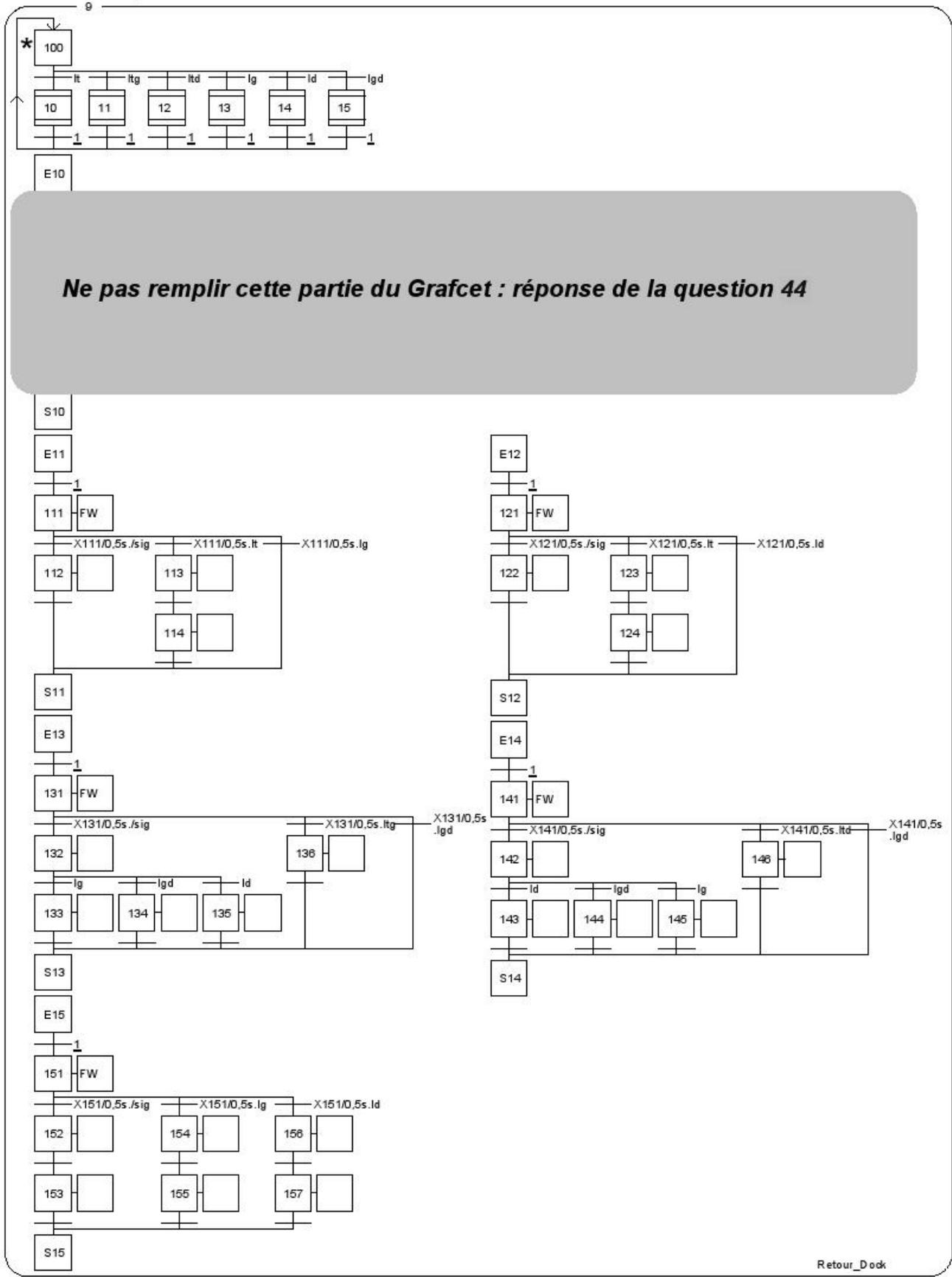
Question 44 : Compléter la partie du grafcet encapsulé correspondant à l'apparition de l'acquisition du signal du lobe led tourelle.

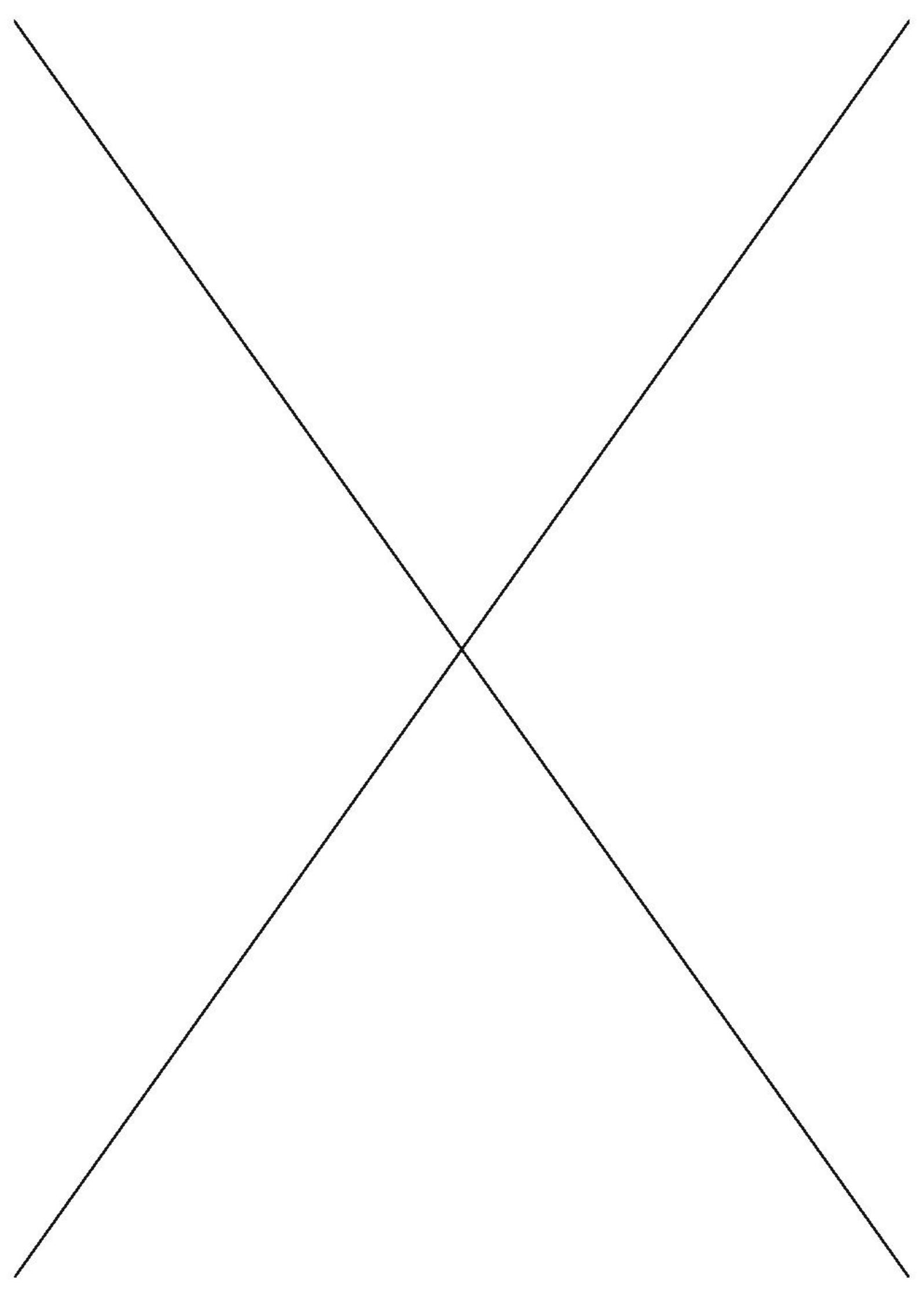
Pour simplifier l'écriture dans le grafcet, on posera la variable $\overline{\text{sig}} = \overline{\text{lt.ltg.lg.lgd.ltd}}$

L'étape 100 sera activée dès activation de l'étape encapsulante 9.



Question 45 : Compléter le grafcet encapsulé Retour_Dock. Pour augmenter la lisibilité par rapport à la partie de grafcet de la question 44, le grafcet encapsulé fait apparaître des macro-étapes





IMPORTANT

ERRATUM SUJET « SCIENCES INDUSTRIELLES A » 2012 BANQUE PT

Remplacer la question 5 du sujet par la question ci-dessous

Question 5 : A l'analyse des résultats obtenus aux questions précédentes les caractéristiques de ce robot sont-elles respectées ?

Dans une habitation adaptée aux personnes à mobilité réduite, les rampes d'accès doivent avoir une pente inférieure ou égale à 8% (voir figure sur cahier-réponse). Le robot doit pouvoir remonter ces pentes sans aucune difficulté. **La masse du robot est $M_{\text{rbot}} = 3,6\text{kg}$.**