

CONCOURS D'ADMISSION 2003

COMPOSITION DE SCIENCES INDUSTRIELLES

(Durée : 4 heures)

L'utilisation des calculatrices est autorisée pour cette épreuve.

Les laminoirs des produits plats

1 Présentation de l'étude

L'objet de cette étude est l'analyse partielle de solutions retenues pour la réalisation d'un laminoir de tôles mécaniques de type Sendzimir.

Une tôle est une plaque rectangulaire. Sa longueur est de l'ordre d'une centaine de mètres, sa largeur du mètre et son épaisseur du millimètre. Elle est conditionnée enroulée sur elle même autour d'un fourreau (cf. figure 1). L'écrasement entre deux cylindres animés de mouvements de rotation antagonistes (cf. figure 2) permet de réduire l'épaisseur de la tôle. Cette opération s'appelle le laminage et la machine qui la réalise un laminoir. C'est un des plus importants procédés de mise en forme des métaux. Les produits issus du laminage sont utilisés en automobile, en électroménager, en emballage alimentaire...

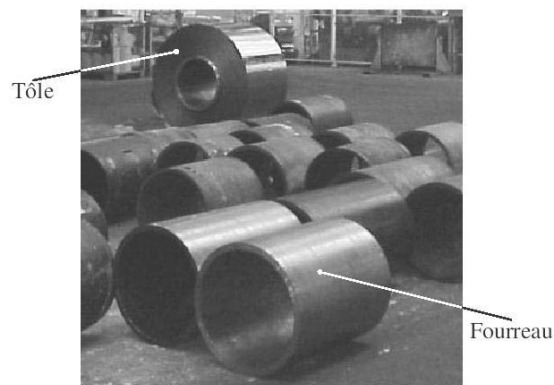


Figure 1: Fourreaux et tôle conditionnée.

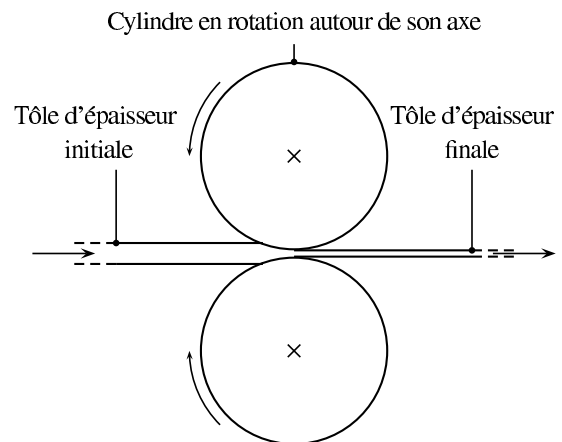


Figure 2: Principe de base du laminage.

Le diagramme partiel des interacteurs du laminoir dans sa phase de production est donné figure 3. La caractérisation des fonctions sera faite ultérieurement.

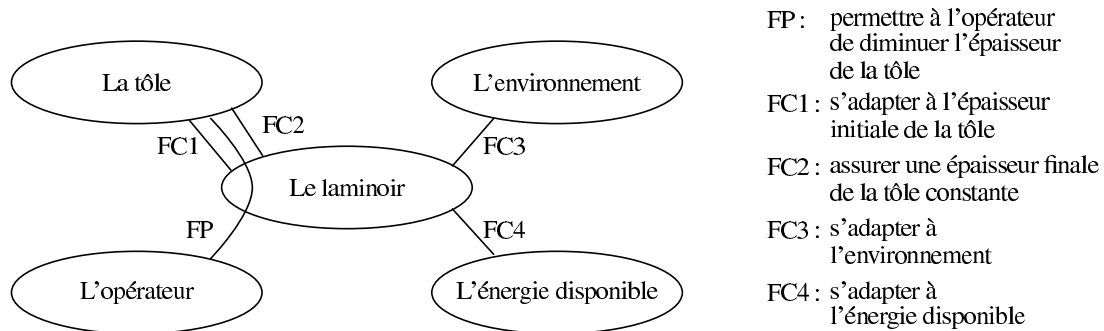


Figure 3: Diagramme des interacteurs.

Question 1 : Représenter le laminoir par un diagramme SADT de niveau A-0.

2 Fonctionnement du laminoir de type Sendzimir

Le laminoir de type Sendzimir (cf. figure 4) permet de laminier les tôles métalliques. Plusieurs passes successives sont réalisées pour écraser progressivement la tôle. Pour la première passe, ce laminoir met en œuvre quatre modules (cf. figure 5) :

- le module de déroulement : il a pour fonction de dérouler la tôle d'épaisseur initiale. Il est constitué principalement d'un moto-réducteur qui entraîne en rotation le fourreau, asservi de manière à assurer un effort de tension constant dans la tôle en entrée du laminoir. Ce module comporte également une planeuse qui redresse la tôle pour la rendre plane et un ascenseur de levage qui permet de charger la tôle.
- le module d'entraînement de la tôle, appelé cage d'entraînement : il a pour fonction de faire avancer la tôle dans le laminoir. Il est constitué d'un mécanisme à plusieurs cylindres, entraînés en rotation par un moteur à courant continu, asservi en vitesse. Les cylindres de travail entraînent la tôle par adhérence.
- le module de serrage : il a pour fonction de contrôler l'écrasement de la tôle. Il est constitué de plusieurs vérins hydrauliques asservis en position, appuyant sur les cylindres arrières.
- le module de bobinage : il a pour fonction d'enrouler la tôle finale d'épaisseur réduite. Il est constitué d'un moto-réducteur, asservi de manière à assurer un effort de tension constant dans la tôle en sortie du laminoir.

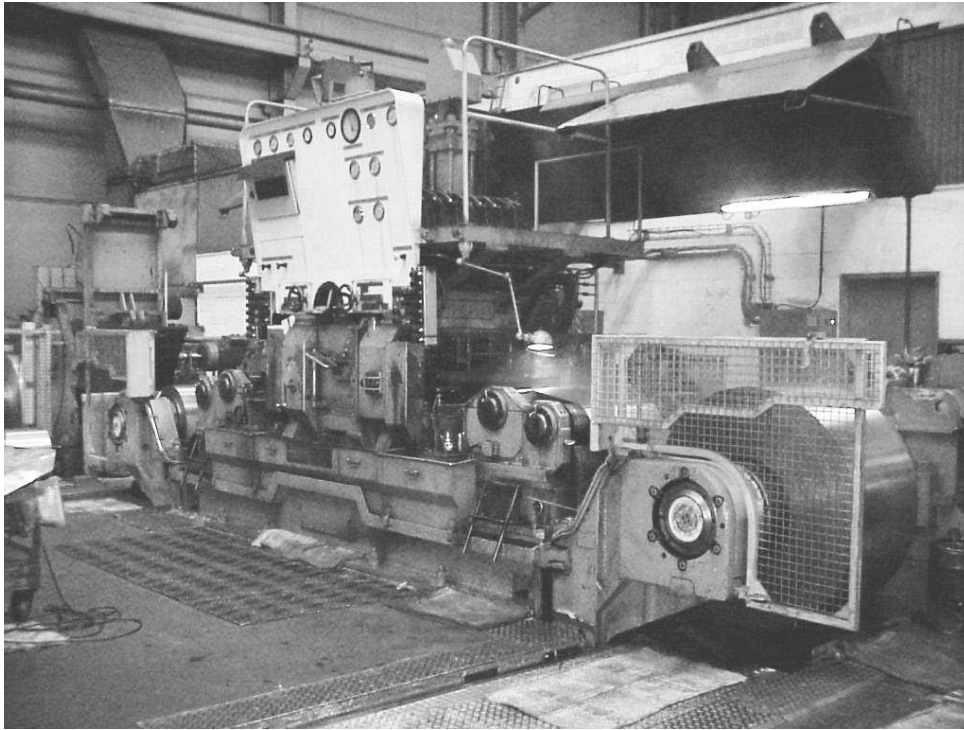


Figure 4: Photographie d'un laminoir de type Sendzimir.

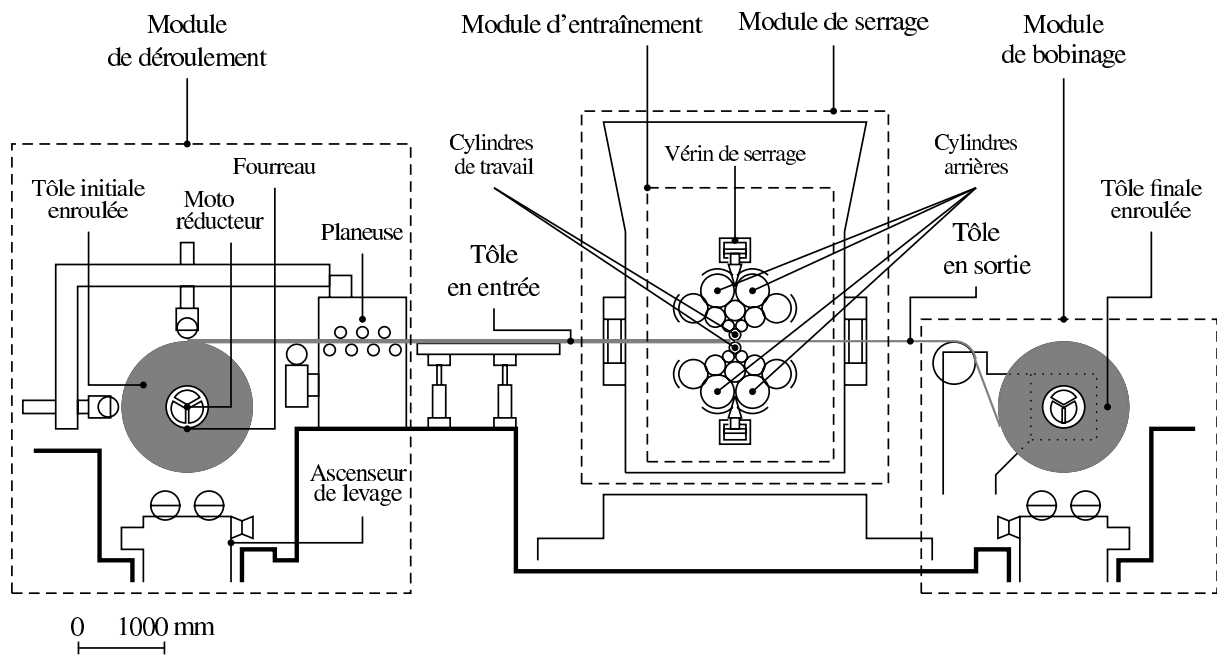


Figure 5: Schéma d'un laminoir de type Sendzimir.

Le FAST partiel du laminoir de type Sendzimir est donné sur la figure 6.

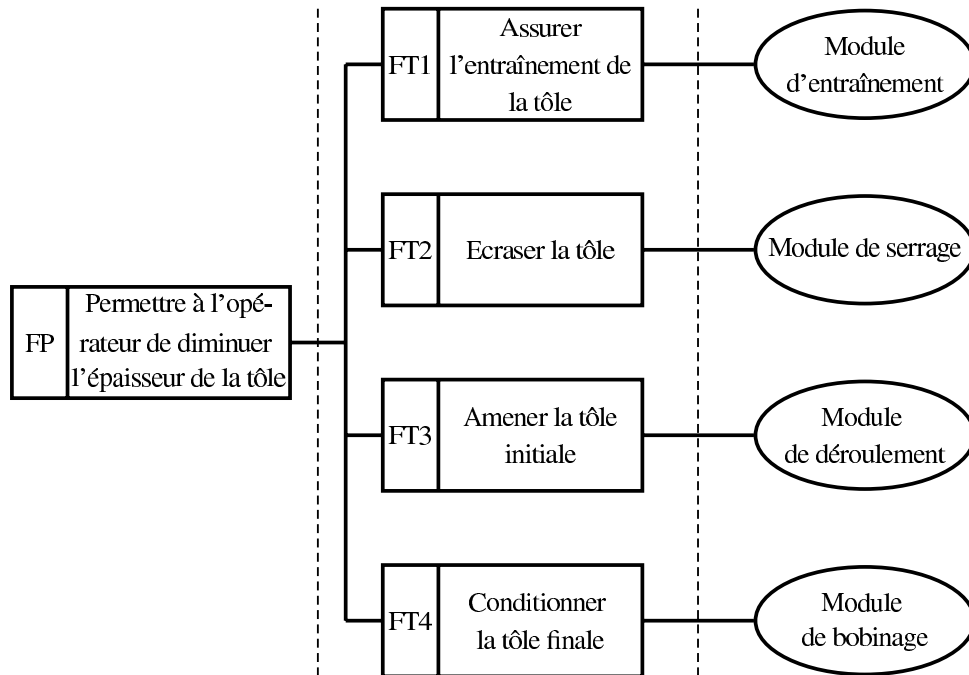


Figure 6: FAST partiel du laminoir.

Question 2 : Proposer, avec la schématisation de votre choix, une décomposition de la fonction technique FT3 "amener la tôle initiale", et préciser les solutions techniques associées.

On se propose de valider, successivement, la capacité du laminoir de type Sendzimir à satisfaire les critères associés aux fonctions techniques FT1 et FT2.

3 Étude de la fonction FT1 : assurer l'entraînement de la tôle

Les principales caractéristiques attendues de la fonction FT1 sont données dans le tableau 1.

	Fonction technique	Critères	Niveaux
FT1	Assurer l'entraînement de la tôle	Épaisseur finale de la tôle	$e_2 = 1,00 \pm 0,01$ mm
		Épaisseur initiale de la tôle	$e_1 = 1,40 \pm 0,01$ mm
		Vitesse angulaire des cylindres de travail	$\omega = 850 \pm 9$ tr/min

TAB. 1: Principales caractéristiques attendues de la fonction FT1.

3.1 Étude du processus d'aspiration

On se propose de vérifier que les cylindres de travail entraînent la tôle dès le contact. Cette phase d'initiation du mouvement est appelée aspiration.

Les cylindres de travail exercent deux actions mécaniques sur la tôle. Si la géométrie est adaptée, la tôle est « aspirée » et commence à se déformer. Ce processus s'appelle processus d'aspiration. Le modèle plan d'étude du processus est donné figure 7.

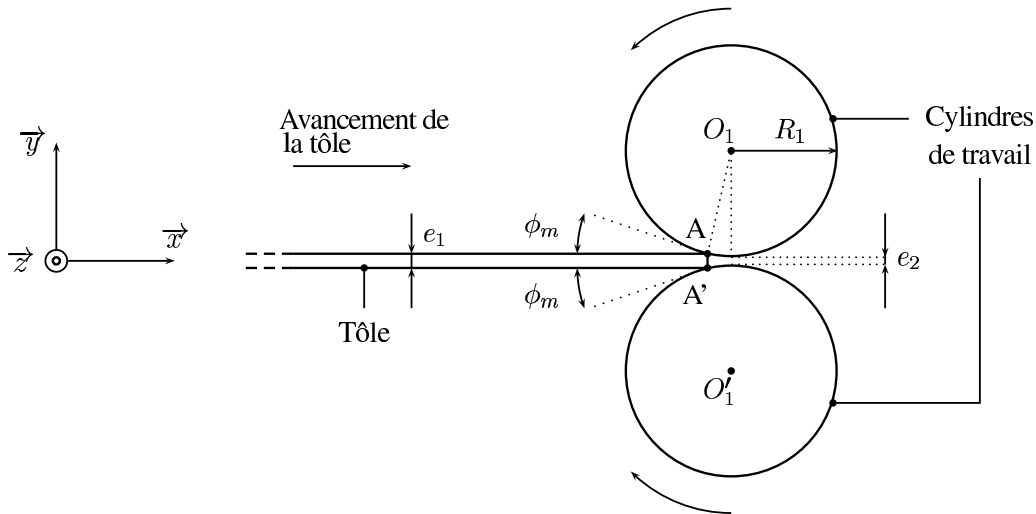


Figure 7: Modèle d'étude du processus d'aspiration.

On note ϕ_m l'angle d'attaque entre \vec{x} et la tangente aux cylindres aux points de contact A et A' .

Question 3 : Exprimer dans la base (\vec{x}, \vec{y}) les normales extérieures \vec{n}_A et $\vec{n}_{A'}$ aux cylindres en A et A' .

On modélise les actions mécaniques en A et A' des cylindres de travail sur la tôle par deux glisseurs de résultante \vec{F}_A et $\vec{F}_{A'}$. **On néglige toutes les autres actions mécaniques sur la tôle.**

Question 4 : Préciser et justifier les directions de \vec{F}_A et $\vec{F}_{A'}$. Donner l'angle entre les directions de ces actions mécaniques et les normales au contact.

On retient les lois du modèle de Coulomb et on note f le coefficient de frottement des matériaux des cylindres et de la tôle.

Question 5 : Exprimer la relation entre f et ϕ_m qui exprime la condition d'adhérence entre la tôle et les cylindres. En déduire la relation entre f , e_1 , e_2 et R_1 qui assure le processus d'aspiration.

Pour le laminoir étudié : $R_1 = 20,5\text{mm}$, $f = 0,25$.

Question 6 : À partir de e_2 défini dans le tableau 1, calculer la valeur de l'épaisseur e_1 maximale de la tôle en entrée compatible avec le processus d'aspiration.

Question 7 : Conclure quant à la pertinence du laminoir à satisfaire les caractéristiques attendues de la fonction FT1.

3.2 Asservissement de l'entraînement de la tôle

L'objectif de cette partie est de choisir le correcteur de l'asservissement en vitesse de l'entraînement de la tôle qui assure les critères de la fonction FT1.

Afin de satisfaire les niveaux de critères associés à la fonction FT1, les performances attendues de l'asservissement de la vitesse d'entraînement de la tôle sont données par le tableau 2.

Critères	Niveaux
Stabilité	marge de gain $M_g \geq 8\text{dB}$ marge de phase $M_\phi \geq 60^\circ$
Précision	erreur statique inférieure à 1% pour une entrée en échelon
Rapidité	temps de réponse à 5% de l'ordre de 0,6 s temps du premier maximum de l'ordre de 0,3 s
Amortissement	dépassement maximal $D = 10\%$
Régulation	insensibilité aux perturbations en régime permanent

TAB. 2: Performances attendues de l'asservissement de la vitesse d'entraînement de la tôle.

La chaîne fonctionnelle de l'asservissement en vitesse de l'entraînement de la tôle est schématisée sur la figure 8. La modélisation retenue pour les différents composants de cette chaîne fonctionnelle est donnée par la figure 9. Le couple perturbateur C_L modélise l'action d'entraînement de la tôle.

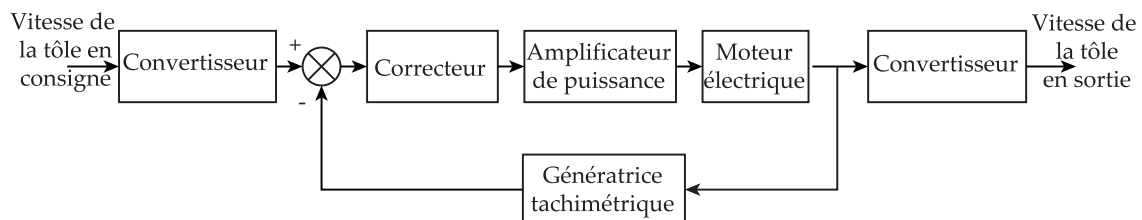


Figure 8: Chaîne fonctionnelle.

Le choix du correcteur est conduit en trois étapes :

1. Étude du système entraînant la tôle, en l'absence de toute correction.
2. Étude du système avec un correcteur de type proportionnel.
3. Étude du système avec un correcteur de type proportionnel intégral.

À chaque étape, on évalue les performances et limitations des corrections considérées.

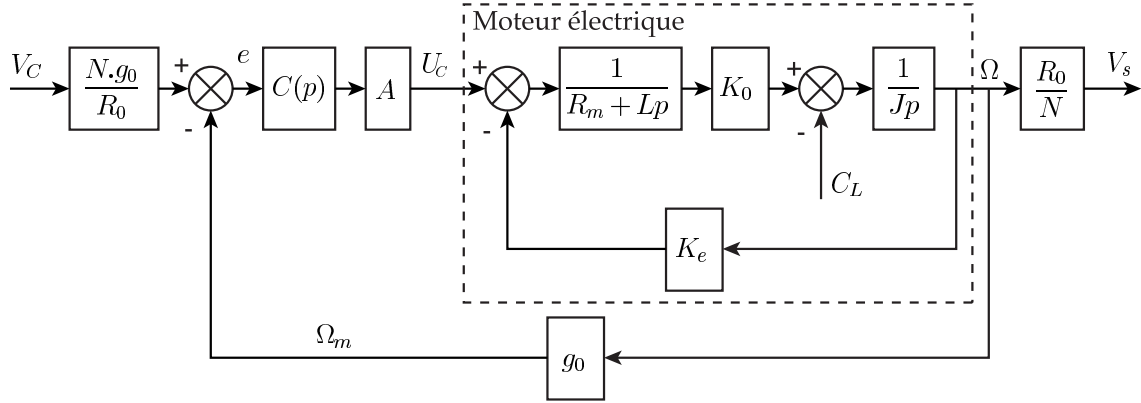


Figure 9: Modélisation de la chaîne fonctionnelle.

Notation	Désignation	Valeur numérique
Ω	vitesse angulaire du moteur	
Ω_m	vitesse mesurée de la rotation du moteur	
V_c	vitesse consigne d'entraînement	
V_s	vitesse réelle d'entraînement	
C_L	couple de laminage	
R_m	résistance de l'induit du moteur	$7,5 \cdot 10^{-2} \Omega$
L	inductance de l'induit du moteur	$3 \times 10^{-3} \text{ H}$
K_0	constante du flux du moteur	15 N.m/A
K_e	constante de force contre électromotrice du moteur	15 V/rad/s
A	gain de l'amplificateur de puissance	200
J_m	inertie du moteur	110 kg.m^2
J_{ch}	inertie de la charge	70 kg.m^2
$J = J_m + J_{ch}$	inertie totale du système	180 kg.m^2
R_0	rayon du cylindre de travail équivalent	$20 \times 10^{-3} \text{ m}$
g_0	gain de la génératrice tachymétrique	$0,1 \text{ V/rad/s}$
N	rapport de réduction	0,65

TAB. 3: Paramétrages et notations

3.2.1 Système sans correcteur : $C(p) = 1$

Le couple de laminage C_L est considéré **nul** dans un premier temps.

Question 8 : Exprimer la fonction de transfert relative au moteur électrique $H_{mot}(p) = \frac{\Omega(p)}{U_c(p)}$ et la mettre sous la forme $H_{mot}(p) = \frac{K_{mot}}{a_1 p^2 + a_0 p + 1}$. Calculer les valeurs de K_{mot} , a_0 et a_1 .

Le moteur est représenté par sa fonction de transfert, et le schéma fonctionnel se met sous la forme donnée par la figure 10.

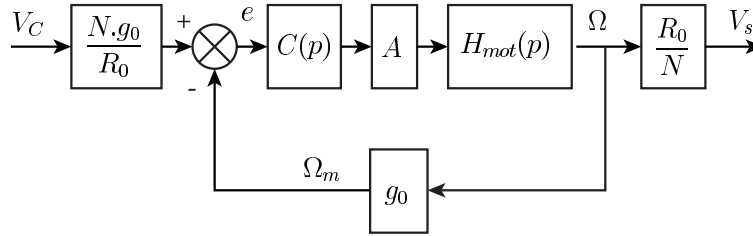


Figure 10: Schéma fonctionnel réduit du système entraînant la tôle.

Question 9 : Exprimer littéralement la fonction de transfert en boucle ouverte $\frac{\Omega_m(p)}{e(p)}$. En déduire la fonction de transfert en boucle fermée $\frac{V_s(p)}{V_c(p)}$.

Question 10 : Calculer les caractéristiques du transfert en boucle fermée : gain statique K_{stat} , pulsation naturelle ω_n et amortissement ξ .

Les abaques donnés en annexe 1 correspondent à un système du second ordre décrit par sa fonction de transfert en boucle fermée $F(p) = \frac{\omega_0^2}{p^2 + 2\xi\omega_0 p + \omega_0^2}$.

Question 11 : À partir des abaques donnés en annexe 1, déterminer le premier dépassement D en % et le temps de réponse t_e à 5% à un échelon de consigne.

Question 12 : Conclure quant à la pertinence d'un bouclage sans correction.

3.2.2 Système avec correcteur proportionnel : $C(p) = K_c$

Question 13 : Calculer la fonction de transfert en boucle ouverte $\frac{\Omega_m(p)}{e(p)}$ et en déduire la fonction de transfert en boucle fermée $\frac{V_s(p)}{V_c(p)}$.

Question 14 : Exprimer la valeur du gain K_c , notée K_{c0} , pour que le système en boucle fermée présente un dépassement de $D = 10\%$. Calculer cette valeur.

Question 15 : Exprimer l'erreur statique en fonction de K_c , A , g_0 et K_{mot} , pour une entrée en échelon unitaire $V_c(t) = \Gamma(t)$ où $\Gamma(t)$ est la fonction d'Heaviside.

Question 16 : Pour $K_c = K_{c0}$, calculer la valeur de l'erreur statique. En déduire la valeur limite du gain K_c , noté K_{c1} , qui respecte le niveau de précision imposé.

Question 17 : Pour $K_c = K_{c1}$, tracer les diagrammes asymptotiques de Bode du module et de la phase relatifs à la fonction de transfert en boucle ouverte $\frac{\Omega_m(p)}{e(p)}$. Déterminer les valeurs des marges de stabilité : marge de gain et marge de phase.

Question 18 : Conclure quant aux performances d'une correction proportionnelle pour le respect des critères en terme de précision et en terme de stabilité.

On se propose maintenant de tenir compte du couple perturbateur C_L . La fonction de transfert entre la vitesse de sortie et le couple de laminage est $H_{pert}(p) = \frac{V_s(p)}{C_L(p)}$.

Question 19 : Exprimer $H_{pert}(p)$ et en déduire la vitesse $V_s(\infty)$ due à la perturbation en échelon unitaire $C_L(t) = \Gamma(t)$. Comment choisir le gain du correcteur qui réduit l'effet de la perturbation en régime permanent ? Préciser la conséquence de ce choix sur la précision statique et sur la réponse indicielle du système (plus particulièrement l'amortissement). Conclure quant à la pertinence d'une correction proportionnelle.

3.2.3 Système avec correcteur proportionnel-intégral : $C(p) = K_i(1 + \frac{1}{T_i p})$

Question 20 : Tracer les diagrammes asymptotiques de gain et de phase dans le plan de Bode de ce correcteur. Préciser l'intérêt de ce type de correcteur et justifier son effet sur la stabilité en haute fréquence.

On admet la relation empirique entre le temps du premier maximum, noté T_m et la pulsation de coupure à 0 dB de la fonction de transfert en boucle ouverte, notée ω_0 :

$$\omega_0 \cdot T_m \approx 3$$

Question 21 : Calculer T_i afin de respecter le temps du premier maximum $T_m = 0,3$ s et d'assurer une marge de phase de l'ordre de 60° (marge qui correspond à un premier dépassement de l'ordre de 10%). Utiliser, en la justifiant, la relation :

$$\text{Arg}[1 + T_i p]_{p=10j} + \text{Arg} \left[\frac{1}{T_i p} \right]_{p=10j} + \text{Arg} \left[\frac{K_i K_{mot} g_0 A}{a_1 p^2 + a_0 p + 1} \right]_{p=10j} = -120^\circ$$

Question 22 : Calculer la valeur du gain K_i pour que la pulsation de coupure à 0 dB soit de $\omega_c = 10$ rad/s.

Question 23 : Pour le couple (K_i, T_i) calculé précédemment, tracer les diagrammes asymptotiques de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte et préciser les marges de stabilité.

Question 24 : Conclure quant à la pertinence de l'utilisation d'un correcteur proportionnel intégral.

4 Étude de la fonction FT2 : écraser la tôle

Les principales caractéristiques attendues de la fonction FT2 sont données dans le tableau 4.

	Fonction technique	Critères	Niveaux
FT2	Écraser la tôle	Épaisseur finale	$e_2 = 1,00 \pm 0,01mm$
		Épaisseur initiale	$e_1 = 1,40 \pm 0,01mm$

TAB. 4: Caractéristiques de la fonction FT2.

4.1 Modèle fonctionnel du système d'asservissement de l'épaisseur finale

La boucle d'asservissement est illustrée sur la figure 11 et un schéma fonctionnel en est donné figure 12. On appelle *entrefer* S la distance entre les cylindres de travail. Jusqu'à la partie 4.4, e_2 et S sont considérés identiques.

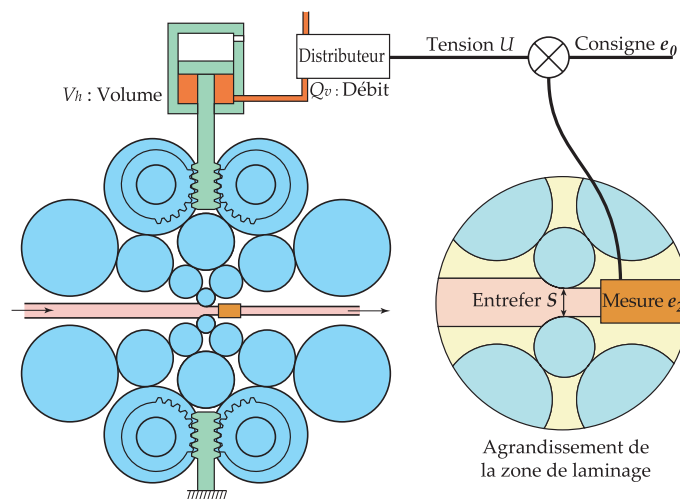


Figure 11: Schéma de la boucle d'asservissement de l'épaisseur finale e_2 .

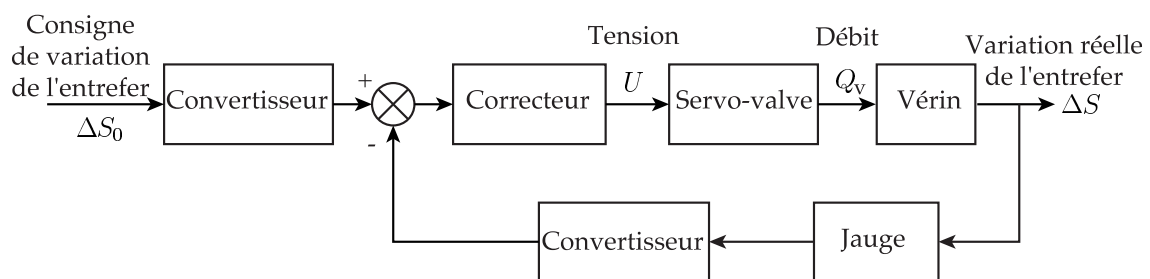


Figure 12: Modèle fonctionnel du système d'asservissement de l'épaisseur finale e_2 .

4.2 Modèle d'étude du déplacement vertical des cylindres de travail

L'objectif de cette partie est, dans un premier temps, de caractériser le gain d'un composant mécanique du système d'asservissement de l'épaisseur finale e_2 puis, dans un second temps, d'identifier cet asservissement à partir de données expérimentales.

Afin de limiter les efforts de contact entre les cylindres de travail et la tôle, une étude adéquate montre la nécessité d'utiliser des cylindres de travail de petit diamètre (41 mm). La raideur en flexion de ces cylindres n'est alors pas suffisante pour assurer une épaisseur uniforme de la tôle en sortie. Pour satisfaire aux caractéristiques attendues pour l'épaisseur e_2 , les ingénieurs ont implanté une série de cylindres supplémentaires de diamètres plus importants pour guider les cylindres de travail. La figure 13 présente un assemblage où les cylindres 1 et 1' sont les *cylindres de travail*, 2, 2', 3 et 3' les *premiers cylindres intermédiaires*, 4, 4', 5, 5', 6 et 6' les *seconds cylindres intermédiaires* et 7, 7', 8, 8', 9, 9', 10 et 10' les *cylindres arrières*. **Les cylindres 7, 7', 10 et 10' sont guidés directement dans le bâti de la machine et les cylindres 8, 8', 9 et 9' le sont par l'intermédiaire d'excentriques.**

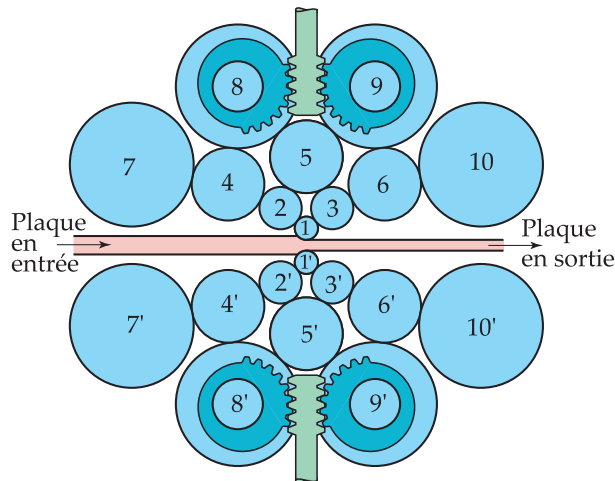


Figure 13: Principe de guidage des cylindres de travail.

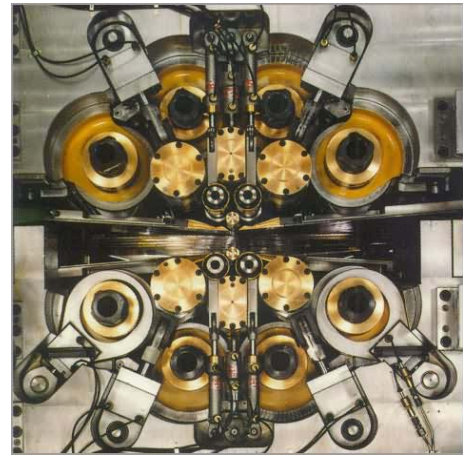


Figure 14: Photographie de l'assemblage des cylindres.

L'assemblage de ces cylindres a principalement trois fonctions :

- guider les cylindres de travail 1 et 1', c'est à dire assurer une rigidité suffisante pour obtenir une épaisseur constante sur toute la largeur de la plaque.
- amplifier l'effort exercé par le vérin.
- transmettre par friction le mouvement d'entraînement du moteur (relié aux rouleaux 4, 4', 6 et 6') aux cylindres de travail 1 et 1'.

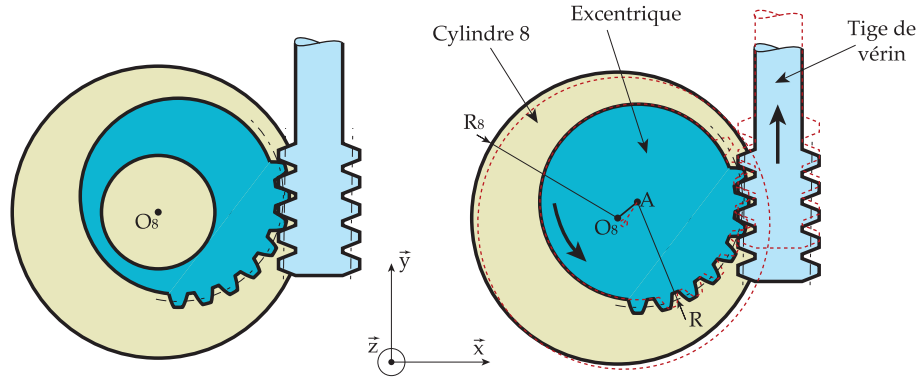


Figure 15: Excentrique de réglage de l'épaisseur finale (figure gauche) et le paramétrage (figure droite).

Un vérin agit sur les cylindres 8 (et 9) par un système pignon-crémaillère et excentrique (cf. figure 15). L'excentrique est en liaison pivot d'axe (A, \vec{z}) avec le bâti. Le cylindre 8 est en liaison pivot d'axe (O_8, \vec{z}) avec l'excentrique. En se déplaçant verticalement selon la direction \vec{y} , la tige de vérin entraîne l'excentrique en rotation autour de l'axe (A, \vec{z}) , ce qui déplace l'axe de rotation (O_8, \vec{z}) du cylindre 8. Une position après déplacement est dessinée en pointillés.

4.2.1 Détermination du gain du module d'entraînement dans la boucle d'asservissement de l'épaisseur.

L'objectif de l'étude est d'analyser la fonction de transfert réalisée par le mécanisme de serrage (cf. figure 16).

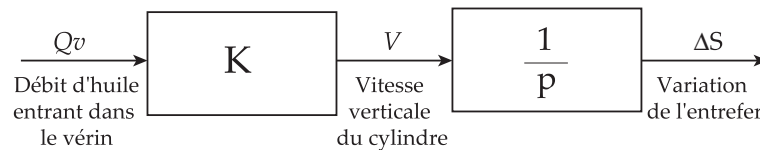


Figure 16: Fonction de transfert.

On recherche une relation entre la vitesse verticale V du cylindre de travail 1 et le débit Q_v dans le vérin.

Pour déterminer la vitesse de translation verticale du centre du cylindre 1, on assimilera tous les cylindres à des solides rigides en contact. La section du vérin est notée : A_v , l'excentricité : $e = AO_8$ et le rayon primitif du pignon lié à l'excentrique : R .

Question 25 : Exprimer la norme de $\vec{V}_{O_8 \in 8/0}$ en fonction de Q_v , A_v , e et R .

La distance entre les centres des cylindres en contact reste constante lors du mouvement de serrage. Il est donc possible de modéliser le mouvement des centres des cylindres à l'aide d'un système de barres articulées joignant les centres des cylindres comme représenté sur la figure 17.

Question 26 : Préciser et justifier la direction des vitesses des points O_1 et O_5 , centres des cylindres 1 et 5, par rapport au bâti.

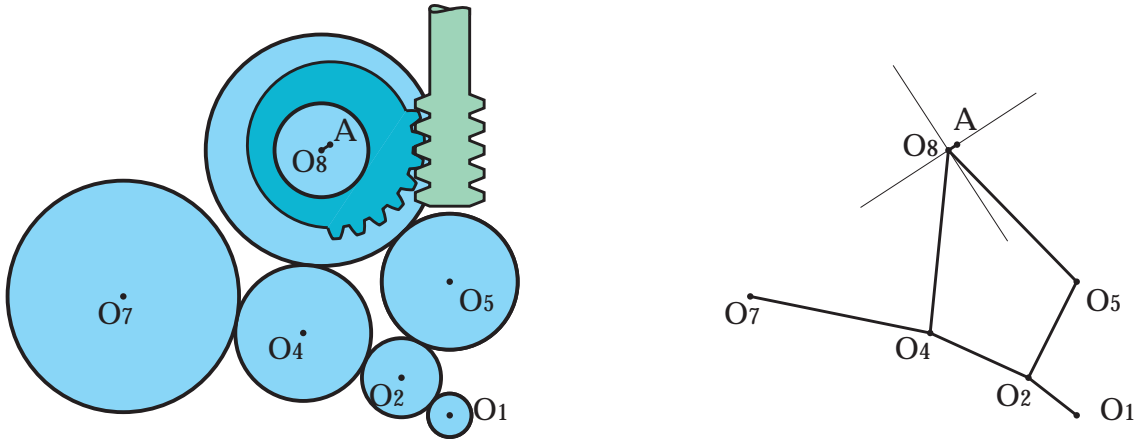


Figure 17: Schéma partiel de l'assemblage de cylindres.

Question 27 : En expliquant clairement la démarche, déterminer graphiquement la vitesse $\vec{V}_{O_1 \in 1/0} = V \cdot \vec{y}$ en fonction de $\vec{V}_{O_8 \in 8/0}$ sur le document réponse fourni avec le sujet (utiliser les trois épures pour les tracés). Le document réponse est à détacher du sujet et à rendre avec l'ensemble des feuilles de composition.

Question 28 : En déduire le gain K tel que $V = K \cdot Q_v$ pour la position donnée sur le document réponse.

Calculer K pour $A_v = 26,4 \times 10^{-3} \text{ m}^2$, $e = 10 \text{ mm}$ et $R = 80 \text{ mm}$

4.2.2 Identification expérimentale du déplacement vertical de l'entrefer

L'objectif de cette partie est de modéliser le fonctionnement de l'asservissement de l'entrefer en boucle fermée, à partir de données expérimentales.

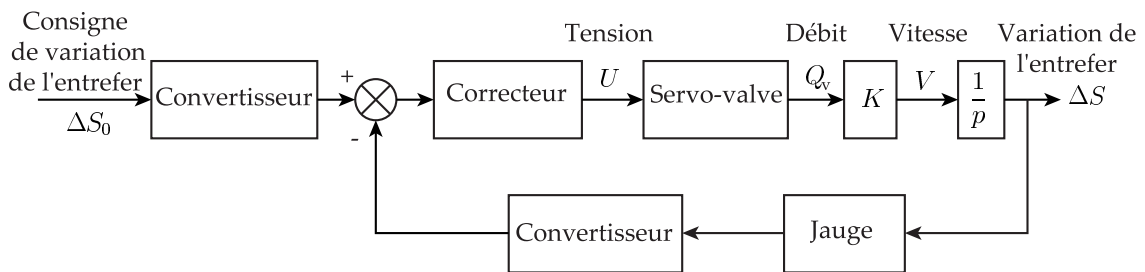


Figure 18: Schéma fonctionnel du système assurant l'asservissement de l'entrefer.

Le déplacement vertical de l'entrefer est assuré à l'aide d'un correcteur placé dans la chaîne directe, (cf. figure 18). Le correcteur a été mis au point afin de respecter les niveaux de critères imposés.

Dans un premier temps, une modélisation de la fonction de transfert de ce système est recherchée en se basant sur sa réponse indicielle. Puis la validité de ce modèle est vérifiée en comparant sa réponse fréquentielle avec celle du système réel.

Ce modèle sera utilisé ultérieurement, dans la partie 4.4, pour l'étude de la régulation de l'épaisseur de sortie des tôles. Pour cette partie, le candidat peut, si besoin, utiliser les abaques donnés en annexes 1 et 2.

Question 29 : À partir de la réponse indicielle donnée en annexe 3, proposer un modèle pour la fonction de transfert $G_{ser}(p) = \frac{\Delta S(p)}{\Delta S_0(p)}$. Identifier les caractéristiques de ce modèle, noté "modèle 1".

Question 30 : La réponse fréquentielle du système réel est donnée en annexe 4. Proposer un modèle, noté "modèle 2" plus pertinent en complétant le modèle 1 proposé à la question précédente.

Question 31 : En comparant les réponses fréquentielles des modèles 1 et 2, justifier la pertinence du modèle 1 pour caractériser l'asservissement de l'entrefer.

4.3 Modélisation simplifiée de l'écrasement de la tôle.

L'objectif de cette partie est de valider certaines caractéristiques des composants du laminoir vis-à-vis des contraintes de laminage.

Le tableau 5 donne quelques caractéristiques importantes du laminoir.

Puissance maximale du moteur	$P_M < 150 \text{ kW}$
Pression maximale sur les cylindres	$p_{max} = 500 \text{ MPa}$
Pression hydraulique maximale dans le vérin	$P_{hydrau} = 25 \text{ bars}$

TAB. 5: Caractéristiques du laminoir.

Afin de déterminer les niveaux nécessaires au laminage, on utilise un modèle simple de la zone de déformation de la tôle (figure 19). Cette zone de déformation entre les cylindres de travail est appelée foyer de laminage.

Les paramètres de laminage sont :

- la zone de contact comprise entre $\phi = 0$ et $\phi = \phi_m$,
- l'épaisseur de la tôle : $e(\phi)$ avec $e(\phi = 0) = e_2$. Dans cette partie, e_2 est égal à l'entrefer S ,
- la pression de contact normale en tout point $M(\phi)$ de la zone de contact : $p(\phi)$,
- la largeur de la tôle suivant \vec{z} : l .

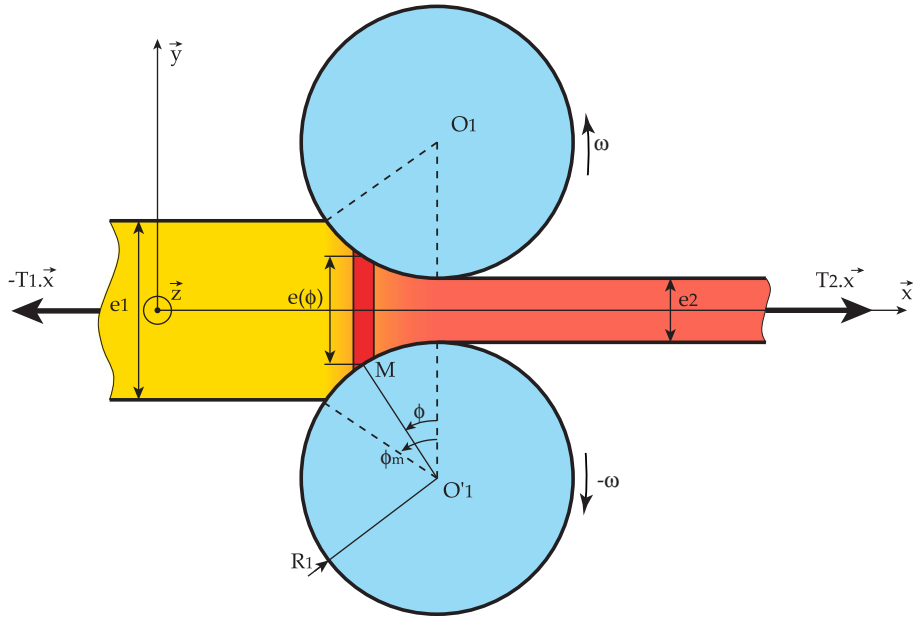


Figure 19: Modélisation et paramétrage du foyer de laminage.

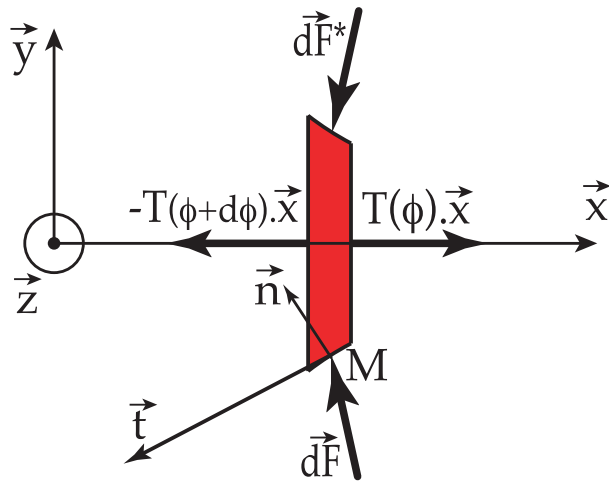


Figure 20: Modèle des actions mécaniques sur une tranche.

La méthode des tranches, retenue pour cette étude, consiste à découper le foyer de laminage en tranches d'épaisseurs dx (figure 20). L'action de la partie aval sur la tranche est modélisée par un glisseur colinéaire à \vec{x} , de norme $T(\phi)$ et appliqué au centre de la section. On note dF_y la composante verticale (parallèle à \vec{y}) de l'effort \vec{dF} exercé par le cylindre 1' sur la tranche.

La matière est supposée incompressible (masse volumique constante) et on néglige les efforts d'inertie et de gravité. La composante sur \vec{x} de la vitesse dans la tranche est supposée constante. Les calculs seront linéarisés en supposant ϕ et ϕ_m petits.

Les applications numériques seront faites avec les données indiquées dans le tableau 6.

Notation	Désignation	Valeur numérique
e_1	épaisseur d'entrée	1.4 mm
e_2	épaisseur de sortie	1 mm
R_1	rayon du cylindre de travail	20,5 mm
l	largeur de la tôle	800 mm
f	coefficient de frottement	0,25
σ_0	limite de plasticité	250 MPa
T_1	tension amont	$-4 \times 10^3 N$
T_2	tension aval	$140 \times 10^3 N$

TAB. 6: Paramétrages et notations

Question 32 : Exprimer la conservation du débit de matière. En déduire la composante $V(\phi)$ de la vitesse suivant \vec{x} de la tranche paramétrée par ϕ en fonction de la vitesse amont V_1 , du rayon R_1 du cylindre et des épaisseurs e_1 et e_2 .

Question 33 : On note $-\omega$ la vitesse angulaire du cylindre 1' autour de l'axe (O'_1, \vec{z}) (le cylindre 1 tourne à la même vitesse dans le sens opposé). Déterminer la vitesse en M du cylindre 1' par rapport au bâti 0. En déduire qu'il ne peut y avoir adhérence pour tous les points de contact entre le cylindre et la tôle : $\phi \in [0, \phi_m]$.

Question 34 : On paramètre le point d'adhérence M_e par ϕ_e . Exprimer ϕ_e en supposant ϕ_m petit devant 1. Préciser la condition d'existence de M_e .

Le coefficient de frottement entre les cylindres et la tôle est noté f .

Question 35 : Exprimer la loi du frottement de Coulomb en M défini par $\phi < \phi_e$ puis par $\phi > \phi_e$. En déduire l'effort \vec{dF} exercé par le cylindre sur la tranche en fonction de $p(\phi)$, f , R_1 , l et ε tel que $\varepsilon = +1$ pour $\phi < \phi_e$ et $\varepsilon = -1$ pour $\phi > \phi_e$.

Question 36 : Isoler la tranche et en déduire l'expression de $\frac{dT(\phi)}{d\phi}$ en fonction de f , $p(\phi)$, ε , l , R_1 et ϕ . Exprimer $\frac{dF_y}{d\phi}$ en fonction de f , $p(\phi)$, ε , l , R_1 et ϕ .

La loi de plasticité du matériau donne une relation simple entre $\frac{dF_y}{d\phi}$ et T sous la forme :

$$\frac{T(\phi)}{e(\phi)} + \frac{1}{R_1} \frac{dF_y(\phi)}{d\phi} = l \cdot \sigma_0$$

où σ_0 est une constante (limite de plasticité).

Question 37 : Linéariser au premier ordre les expressions obtenues à la question 36 en considérant $\phi \ll 1$ et $f \ll 1$. Développer $e(\phi)$ au second ordre, puis montrer que $p(\phi)$ satisfait

l'équation différentielle en ϕ :

$$\frac{dp}{d\phi} - \frac{2 \cdot \varepsilon \cdot f \cdot R_1}{e_2} \cdot p = \frac{2 \cdot \sigma_0 \cdot R_1}{e_2} \cdot \phi$$

Question 38 : Résoudre l'équation différentielle et exprimer $p(\phi)$ sous la forme :

$$p(\phi) = \lambda \cdot e^{\mu \cdot \varepsilon \cdot \phi} - (\varepsilon \cdot a \cdot \phi + b)$$

où μ , a et b sont des constantes que l'on exprimera en fonction de ε , f , R_1 , e_2 , σ_0 et λ une constante d'intégration.

La solution trouvée est différente pour $\phi < \phi_e$ ($\varepsilon = 1$) et $\phi > \phi_e$ ($\varepsilon = -1$). La plasticité impose une condition de raccord : $p(\phi_e^-) = p(\phi_e^+)$. Les conditions en $\phi = 0$ et $\phi = \phi_m$ sont données par les tensions en amont (T_1) et aval (T_2), imposées technologiquement par le module de déroulement et le module de bobinage.

Question 39 : Déterminer les constantes d'intégration λ_2 et λ_1 respectivement sur les intervalles $[0, \phi_e]$ et $[\phi_e, \phi_m]$ en fonction de T_1 , T_2 , e_1 , e_2 , l , σ_0 , a , b , μ et ϕ_m .

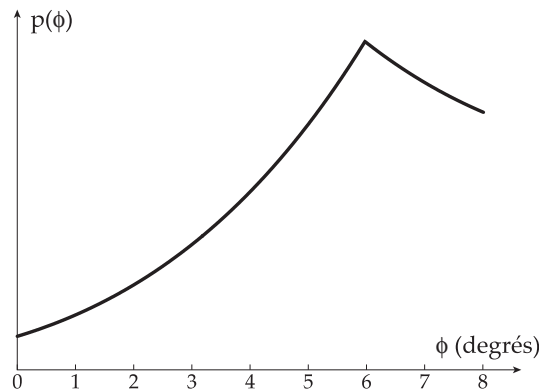


Figure 21: Pression de contact en fonction de l'angle ϕ .

La répartition de pression en fonction de l'angle ϕ est donnée sur la figure 21. L'angle ϕ_e vaut 6° .

Question 40 : Calculer la pression maximale exercée par la tôle sur le cylindre et vérifier ce niveau vis-à-vis des caractéristiques attendues.

Question 41 : Déterminer la composante verticale de l'effort de contact en M ($\overline{d\vec{F}} \cdot \vec{y}$). Déterminer alors l'effort vertical F de laminage (du cylindre sur la plaque). En utilisant le gain $K = 3,7 \text{ m}^{-2}$ tel que $V = K \cdot Q_v$, en déduire la pression de l'huile dans le vérin et vérifier la compatibilité avec les caractéristiques du laminoir.

Question 42 : Déterminer le moment en O_1 de la force élémentaire de frottement en M en fonction de p , ε , l , R_1 et f . Déterminer alors le couple de laminage nécessaire puis la puissance nécessaire lorsque le cylindre de travail tourne à une vitesse de 850 tr/min . Vérifier la compatibilité avec les caractéristiques du laminoir.

4.4 Régulation de l'épaisseur de la tôle

L'objectif de cette partie est de mettre au point le système de régulation de l'épaisseur de la tôle.

Afin de satisfaire les niveaux de critères associés à la fonction FT2, les performances attendues de la régulation de l'épaisseur de la tôle sont données par le tableau 7.

Critères	Niveaux
Stabilité	marge de phase $M_\phi \geq 45^\circ$
Précision	erreur statique nulle pour une entrée en échelon
Régulation	insensibilité aux perturbations en régime permanent

TAB. 7: Performances attendues de la régulation de l'épaisseur de la tôle.

Les épaisseurs de la tôle avant et après laminage sont mesurées à l'aide de jauges, modélisées par des gains $g = 0,05$. En pratique, la jauge de mesure de l'épaisseur de sortie est placée à 50 cm en aval du foyer de laminage. Celle mesurant l'épaisseur en entrée est placée à 50 cm en amont du foyer.

Question 43 : Proposer un modèle de fonction de transfert de la jauge permettant de prendre en compte cet écart de mesure. On rappelle que la vitesse d'entraînement de la tôle est de 110 m/min .

Dans ce qui suit, la distance entre le point de mesure et le foyer de laminage est négligée.

La régulation de l'épaisseur doit tenir compte du retour élastique de la tôle après son passage entre les cylindres de travail (cf. figure 22). On est donc amené à distinguer l'entrefer S , qui est la distance entre les cylindres de travail, et l'épaisseur réelle de la tôle en sortie e_2 .

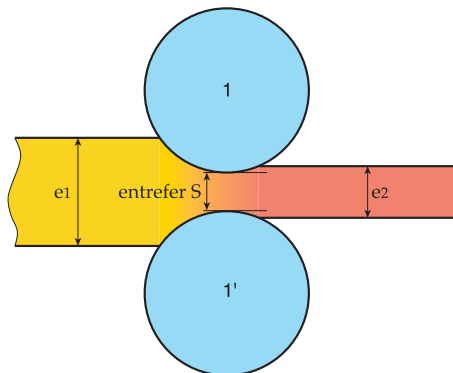


Figure 22: Phénomène de retour élastique.

Le comportement du système est linéarisé autour d'un point de fonctionnement. Les grandeurs qui interviennent sont les variations Δe_1 , Δe_2 , ΔS et ΔF autour des valeurs nominales e_1 , e_2 , S et F . La chaîne fonctionnelle du système est donnée figure 23.

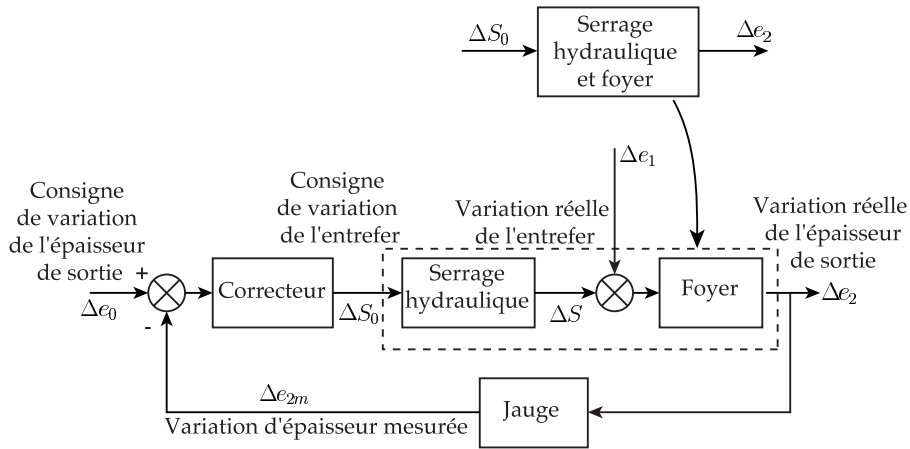


Figure 23: Chaîne fonctionnelle du système.

Comme le montre la figure 23, le système est tel que la variation de l'épaisseur de la tôle en entrée, notée Δe_1 , est considérée comme une **perturbation**.

La variation de la force verticale de laminage ΔF est donnée par :

$$\Delta F(t) = \alpha_1 \cdot \Delta e_1(t) + \alpha_2 \cdot \Delta e_2(t)$$

avec $\alpha_1 = 2 \cdot 10^3 \text{ N/m}$ et $\alpha_2 = -3 \cdot 10^9 \text{ N/m}$.

Par ailleurs, la variation de l'épaisseur de la tôle après laminage est donnée en fonction de la variation de l'entrefer, selon la relation :

$$\Delta e_2 = \frac{\Delta F + K_r \Delta S}{K_r}$$

où K_r est la raideur du module d'entraînement avec $K_r = 1,6 \cdot 10^9 \text{ N/m}$.

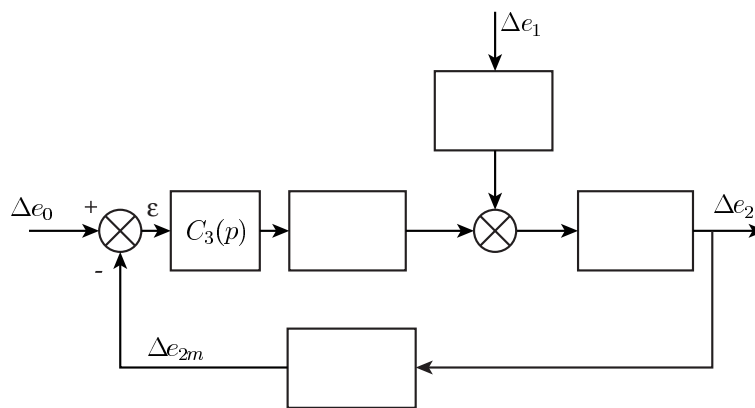


Figure 24: Modèle fonctionnel.

La chaîne fonctionnelle du système est donnée sur la figure 24.

Question 44 : À partir des équations régissant le fonctionnement du système, reproduire et compléter le schéma bloc de la figure 24, en précisant les différents blocs fonctionnels ainsi que les signes des entrées des comparateurs. On pourra utiliser l'expression de $G_{ser}(p)$ déduite de la partie 4.2.2 :

$$G_{ser}(p) = \frac{\Delta S(p)}{\Delta S_0(p)} = \frac{\omega_s^2}{p^2 + 2\xi_s\omega_s p + \omega_s^2}$$

avec $\xi_s = 0,5$ et $\omega_s = 166 \text{ rad/s}$.

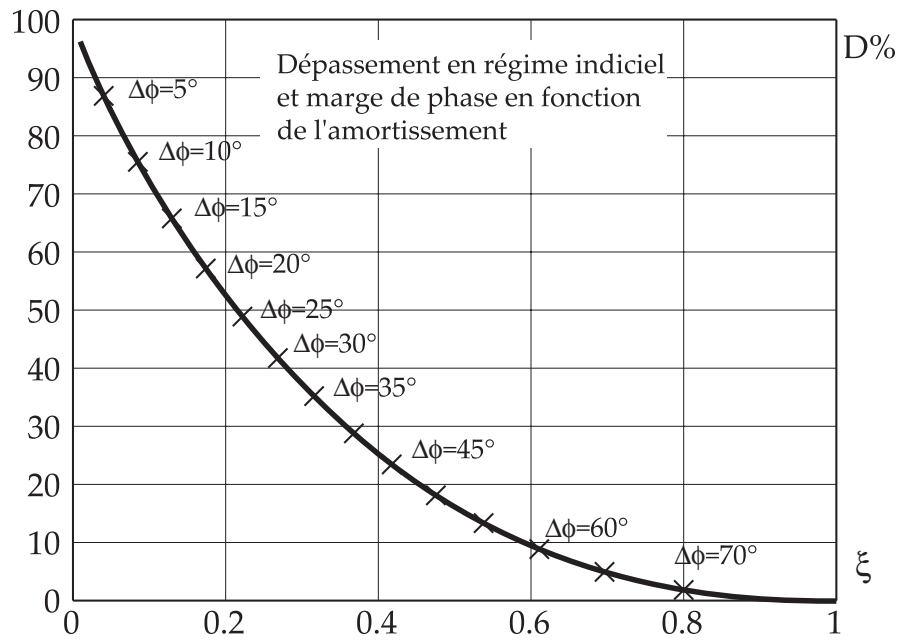
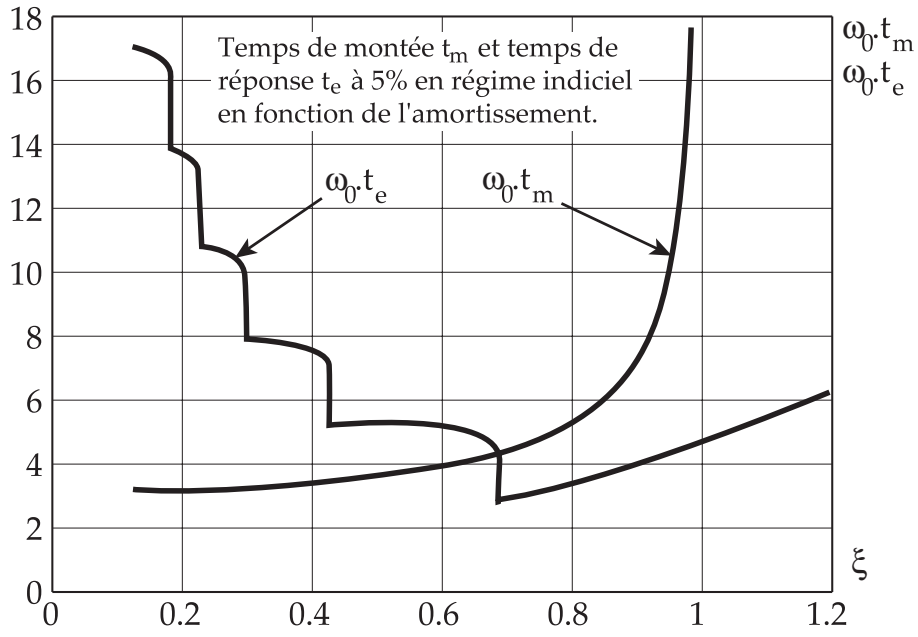
Question 45 : En l'absence de correcteur, déterminer le gain statique de la boucle fermée. Valider la pertinence de ce système au critère de l'erreur statique.

Question 46 : En l'absence de correcteur, préciser la raison pour laquelle l'effet d'une perturbation n'est pas annulé en régime permanent ?

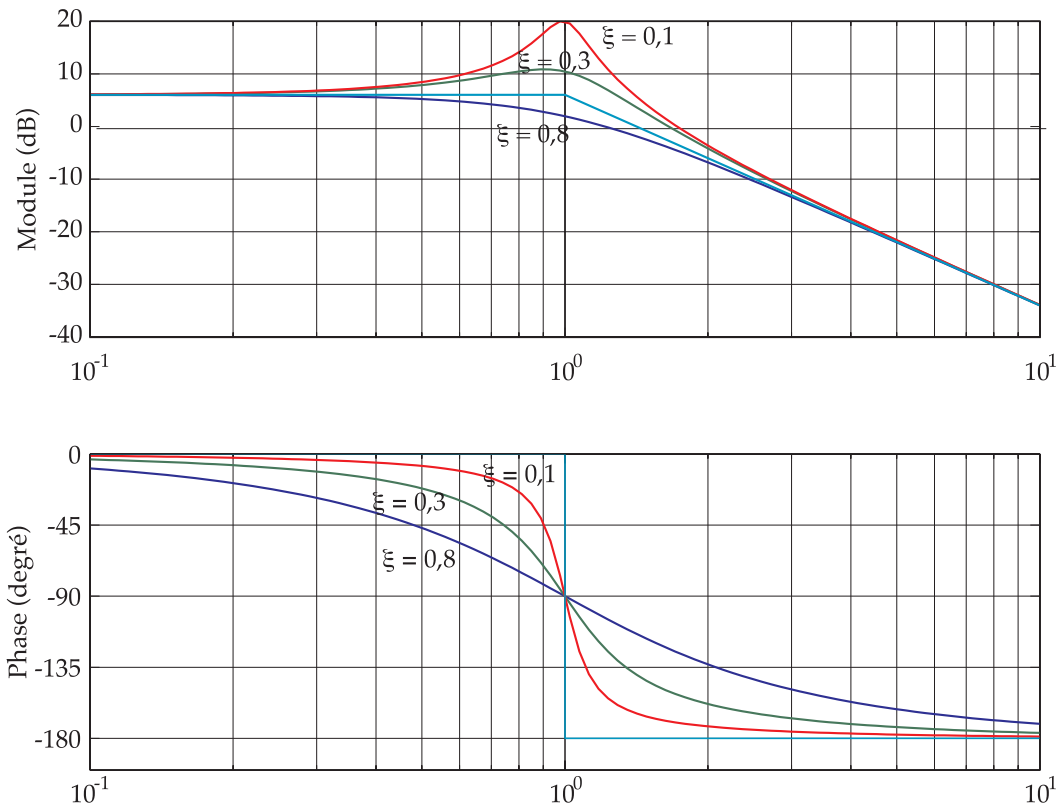
Le correcteur $C_3(p)$ est choisi de type intégral pur : $C_3(p) = \frac{K_3}{p}$, et les tracés de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte $\frac{\Delta e_{2m}(p)}{\varepsilon(p)}$, pour $K_3 = 1$, sont donnés en annexe 5.

Question 47 : Justifier la pertinence de ce correcteur vis-à-vis des performances du tableau 7 en proposant une valeur du gain K_3 qui satisfasse les niveaux de stabilité attendus. Préciser la pulsation de coupure à 0 dB.

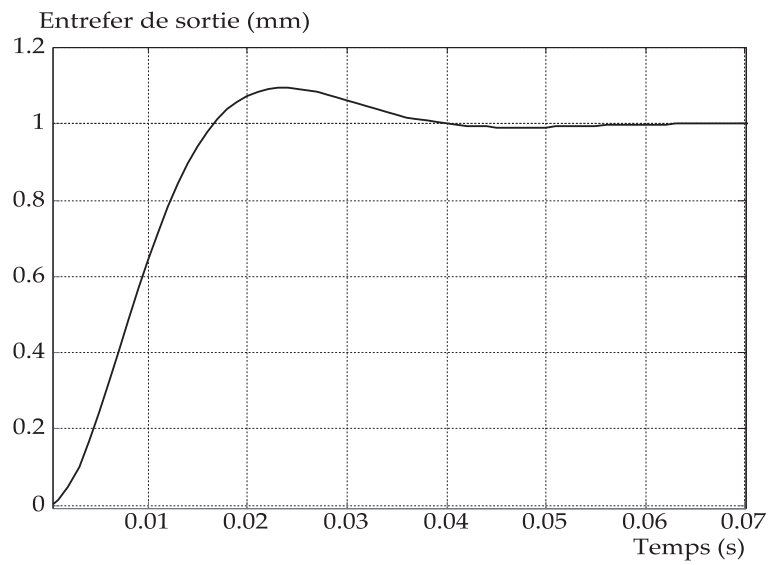
Question 48 : Si la pulsation de coupure à 0 dB était imposée à 300 rad/s, l'utilisation d'un correcteur intégral pur serait-elle adaptée ? Pourquoi ? Proposer un type de correcteur qui permettrait de satisfaire les contraintes sur la stabilité et sur la bande passante à 0 dB. Dans cette question, aucun calcul ne sera entrepris.



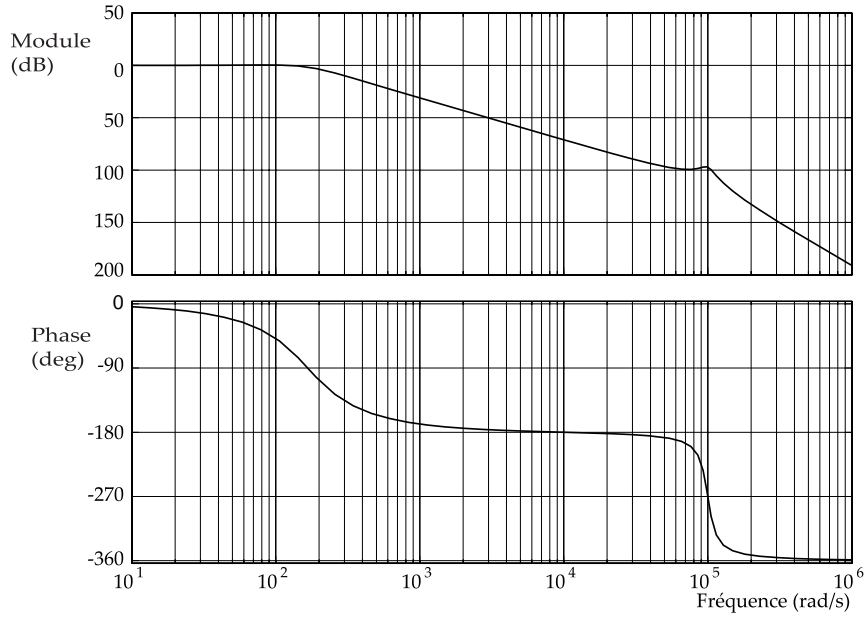
Annexe 1: Abaques pour un système du second ordre.



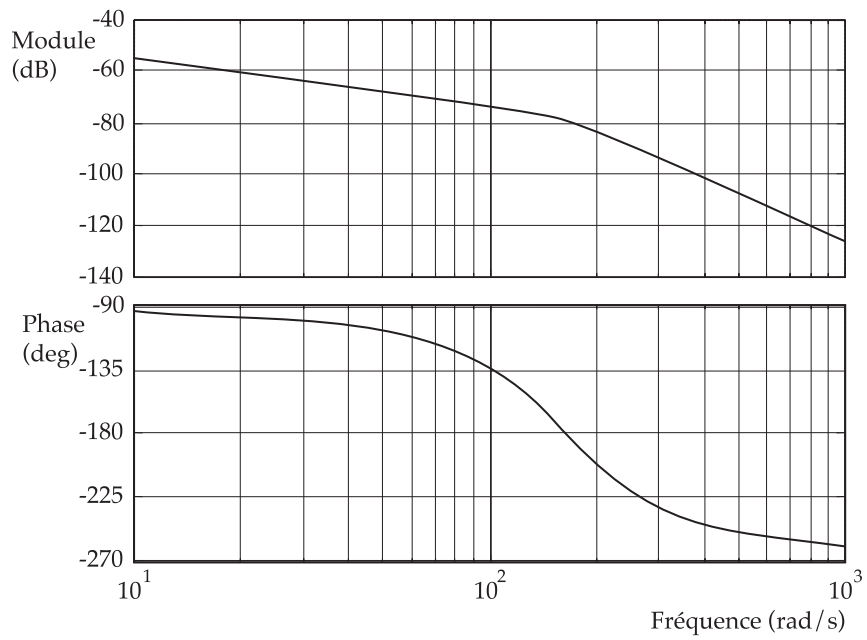
Annexe 2: Abaques des Tracés de Bode pour un système du second ordre.



Annexe 3: Réponse indicielle du système assurant l'asservissement de l'entrefer (en boucle fermée).



Annexe 4: Réponse fréquentielle du système assurant l'asservissement de l'entrefer (en boucle fermée).



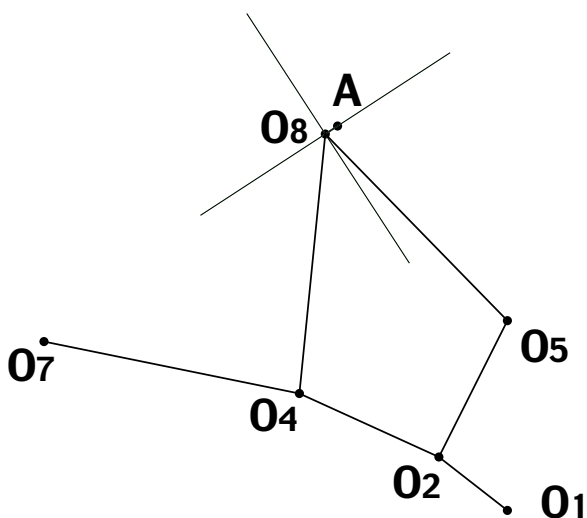
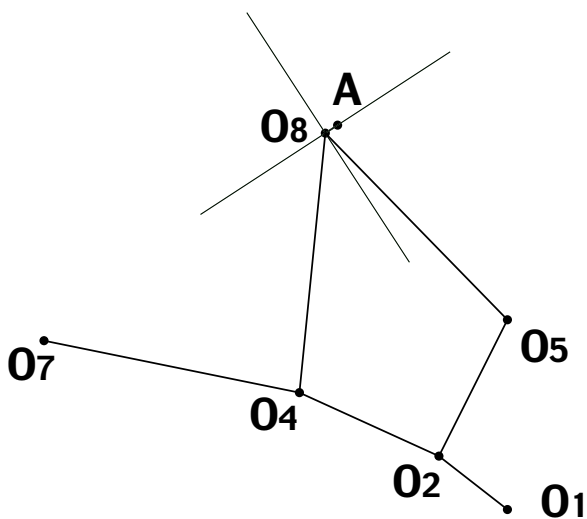
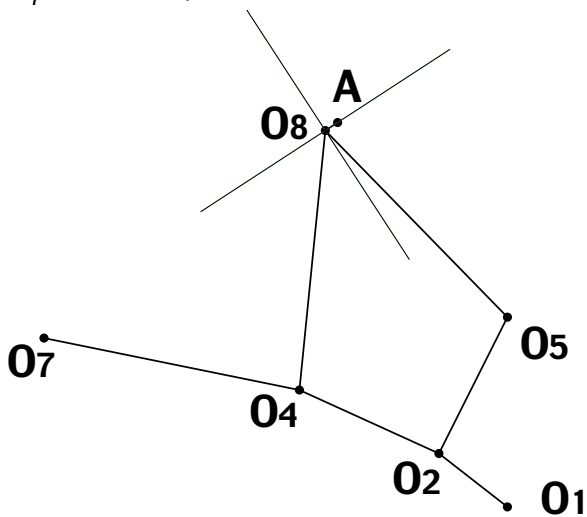
Annexe 5: Réponse fréquentielle de la boucle ouverte du système de régulation de l'épaisseur de la tôle, pour $K3=1$

* *
*

**Document réponse à détacher du sujet
et à rendre avec l'ensemble des feuilles de composition**

Épures :

(Les points A et O₇ sont fixes)



Démarche :

Rapport de M. Hervé RIOU, correcteur.

Objectif

L'épreuve de Sciences Industrielles a pour objectif d'identifier et de classer, parmi les admissibles, les candidats qui sont les plus aptes à poursuivre leurs études à l'Ecole Polytechnique. Elle permet d'évaluer le niveau de connaissance et de compétence des candidats dans le domaine des Sciences Industrielles, développées pendant les deux années d'étude en classe préparatoire aux grandes écoles, conformément au programme de la filière MP.

Les candidats ont été invités à travailler sur un système industriel, afin

- de conduire une analyse fonctionnelle
- de décrire le fonctionnement
- de vérifier les performances et le comportement de certains constituants.

Présentation du sujet de la session 2003

Le support retenu cette année est un laminoir de tôle, de type Sendzimir. Le laminage consiste à écraser une tôle entre deux rouleaux en rotation, afin d'en diminuer l'épaisseur. Le champ d'application du laminage est très vaste : automobile, électroménager, emballage alimentaire. Pendant la réalisation du sujet, les auteurs ont partagé l'expérience et la compétence des ingénieurs de la société ETILAM. Cette collaboration valide la dimension industrielle requise pour ce genre d'épreuve.

Le sujet est construit sur la problématique principale de ce type de système, à savoir la réalisation d'une tôle d'épaisseur constante. Après une analyse fonctionnelle, le candidat est amené à valider les conditions d'entrée de la tôle dans le laminoir. Ensuite, l'étude se concentre sur l'asservissement de l'entraînement de la tôle. Puis, par une analyse des conditions de déformation du métal, le candidat est amené à prévoir les actions mécaniques présentes dans le système. Enfin le sujet se termine par l'analyse du dispositif de contrôle de l'épaisseur et de la boucle d'asservissement associée.

Commentaires sur les résultats

Seules les copies des candidats admissibles ont été corrigées. La moyenne des 158 copies est de 9,4/20 et l'écart type est de 4,6.

La structure de l'épreuve, comprenant de nombreuses parties indépendantes, permettait à tous les candidats de s'exprimer dans le temps imparti. Chaque partie permettait de juger des connaissances et des compétences bien distinctes. Les résultats sont très inégaux : les meilleurs candidats ont abordé avec succès la quasi totalité des questions, alors que certains ont été bloqués dès les premières questions, et ceci dans chacune des parties. Les notes s'étalent de 0,3 à 20.

La distribution des notes est la suivante :

$0 \leq N < 4$	13%
$4 \leq N < 8$	26%
$8 \leq N < 12$	31%
$12 \leq N < 16$	23%
$16 \leq N < 20$	7%

La présentation des copies est disparate : certaines proposent une lecture agréable avec des résultats bien mis en évidence, alors que d'autres sont à la limite de la lisibilité.

Toutes les parties ont été abordées. La dernière partie d'automatique concernant la régulation de l'épaisseur de la tôle n'a été que peu abordée, sans doute par manque de temps.

Il faut noter

- un manque de rigueur élémentaire dans de nombreuses copies, ce qui est surprenant pour des candidats admissibles à l'Ecole Polytechnique (confusion entre vecteur et scalaires, absence d'unité ou unité erronée, résultats non homogènes, démarche floue et incohérente)
- un manque de maîtrise des outils dans de nombreuses copies (outils de l'analyse fonctionnelle, diagramme de Bode, cinématique graphique)
- des applications numériques trop souvent erronées, et l'incapacité à résoudre une équation différentielle, ce qui est étonnant pour des candidats issus de la filière M.P.

Je souhaite souligner la qualité de certaines copies, tant dans la rigueur scientifique que dans la conduite des calculs, ce qui montre la pertinence de cette épreuve à distinguer les candidats ayant des compétences scientifiques spécifiques.

Commentaires sur les réponses des candidats

Question 1

Beaucoup de candidats ne connaissent pas l'outil diagramme SADT. La matière d'œuvre entrante et sortante a généralement bien été identifiée.

Question 2

Beaucoup de schématisations différentes ont été proposées. Celle qui revient le plus souvent est le diagramme FAST.

Question 3

Cette question a été généralement bien traitée. Les erreurs sont le plus souvent dues à une faute de signe.

Question 4

Cette question a été très mal traitée. Peu de candidats arrivent à justifier la direction des forces lorsque deux glisseurs s'exercent sur un solide. De nombreuses copies proposent un résultat non justifié, qui est sensé être issu du bon sens, mais qui généralement est faux.

Question 5

Cette question a été bien traitée dans son ensemble. Quelques copies proposent deux pages de calcul pour arriver à un résultat parfois faux. Il est cependant troublant que de nombreux candidats arrivent à exprimer un résultat correct en ayant fourni une direction des forces fausse. Si l'angle d'attaque avait été noté par un autre nom de variable, il est plus que probable que de nombreux candidats n'auraient jamais trouvé de résultat, car la variable utilisée faisait penser immédiatement à la loi de Coulomb.

Questions 6 et 7

Ces questions ont été bien traitées lorsque la réponse à la question 5 était correcte.

Questions 8, 9, 10, 11 et 12

Ces questions ont été généralement bien traitées. L'étude du moteur à courant continu est classique. Quelques candidats, ayant appris le résultat par cœur, le donnent directement. Il faut noter que de nombreuses applications numériques apparaissent sans unité.

Question 13

Cette question a été généralement bien traitée. La moitié des candidats a réutilisé le résultat de la question 9, en changeant simplement le correcteur dans la formule finale.

Question 14

Peu de candidats arrivent à un résultat exact. Beaucoup d'entre eux essayent de trouver une solution en sortant une formule apprise par cœur, parfois fausse, alors que la simple lecture d'un graphe donné en annexe permettait de trouver le coefficient d'amortissement à utiliser.

Question 15

Seul un candidat sur deux arrive à un résultat correct.

Question 16

Cette question a été généralement bien traitée lorsque les réponses à la question 15 étaient correctes.

Question 17

Peu de candidats arrivent à tracer un diagramme de Bode de manière efficace. Beaucoup omettent les caractéristiques essentielles de ce diagramme (décroissance asymptotique, pulsation de coupure). Les calculs des marges sont souvent faux. Que dire des candidats qui trouvent une marge de gain finie pour ce système du deuxième ordre.

Question 18

Cette question a été généralement bien traitée lorsque les réponses à la question 17 étaient correctes.

Question 19

Cette question a souvent été correctement traitée par le peu de candidats l'ayant abordée. Les quelques erreurs proviennent de fautes de signe. La plupart des candidats arrivent à mettre en avant le compromis à faire entre la réduction de l'erreur statique et la stabilité.

Question 20

On retrouve le même manque d'efficacité pour tracer un diagramme de Bode que celui de la question 17. Peu de candidats arrivent à trouver l'intérêt de ce correcteur.

Questions 21 et 22

Ces questions ont été généralement bien traitées. La démonstration de la formule proposée dans l'énoncé a été souvent très bien menée. Quelques erreurs apparaissent lors de l'application numérique.

Questions 23 et 24

Ces questions n'ont quasiment jamais été abordées. Elles permettaient de valider la solution retenue avec le correcteur proportionnel intégral pour respecter les critères associés à la fonction technique étudiée. Quelques candidats ne vérifient que un critère ou deux, sans étudier les autres.

Question 25

Cette question a été généralement bien traitée. Cependant, un candidat sur cinq arrive à trouver un résultat non homogène.

Question 26

Cette question a été généralement bien traitée, et montre la bonne compréhension du mécanisme par la plupart des candidats.

Question 27

Peu de candidats ont fourni une construction complète correcte. La notion d'équi-projectivité ne semble pas être maîtrisée. Certains candidats fournissent même une solution dénuée de tout sens physique, dans laquelle les solides pénètrent les uns dans les autres.

Question 28

La plupart des réponses issues d'une construction graphique correcte proposent un nombre sans unité.

Questions 29, 30 et 31

Ces questions ont été généralement bien traitées. L'identification de modèle à partir de courbes expérimentales semble être maîtrisée. L'analyse critique nécessaire pour qualifier la pertinence du premier modèle a été très souvent convenable.

Questions 32 et 33

Ces questions ont été généralement bien traitées.

Question 34

La plupart des réponses sont correctes, mais certaines proposent une formule non homogène.

Questions 35 et 36

Ces questions ont été généralement bien traitées par les candidats l'ayant abordée. L'application du Principe Fondamental de la Dynamique à une tranche élémentaire a été la plupart du temps bien menée.

Question 37

Quelques rares copies ont réussi à démontrer la formule proposée. Certaines copies arrivent au résultat en ayant écrit en gros « CQFD » alors que les réponses aux questions 35 et 36 sont fausses.

Question 38

De nombreux candidats ont sauté sur cette question, l'ayant jugée comme étant une question « mathématique » et donc facilement résoluble. Malheureusement, il est surprenant de constater que de nombreux candidats issus de la filière MP n'arrivent pas à intégrer cette équation différentielle du premier ordre.

Questions 39, 40, 41 et 42

Ces questions n'ont été que trop rarement abordées, car les candidats n'osent pas aller plus loin dès qu'ils ne font plus confiance à leurs calculs. Elles permettraient de connaître les efforts sur les cylindres de travail, afin de vérifier la pression de l'huile dans les vérins et la puissance des moteurs d'entraînement.

Question 43

Cette question a été rarement abordée.

Question 44

Cette question a été généralement bien traitée.

Questions 45, 46, 47 et 48

Quelques rares candidats ont abordé ces questions, en ayant la plupart du temps répondu de manière pertinente. Il est encourageant de voir que certains candidats proposent des solutions issues d'une argumentation solide. Cette capacité d'analyse a été fortement appréciée.

Conseils aux candidats

Le jury recommande aux candidats de lire la totalité du sujet avant de commencer à rédiger, afin de comprendre la structure générale de celui-ci, d'en identifier les parties indépendantes. De plus, cela permet de comprendre la problématique posée afin de mieux répondre aux questions et en évitant les fausses pistes.

Il est fortement recommandé de rendre une copie rédigée avec le plus grand soin, et de mettre en valeur les résultats.

Enfin, il est absolument nécessaire de prendre un certain recul face à la solution que l'on propose, afin de débusquer les erreurs d'étourderies, de vérifier les calculs, et de valider la pertinence des résultats obtenus. Cette attitude est la marque d'une rigueur scientifique qui est valorisée dans cette épreuve.